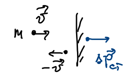
§ Элемент. молек.-кинет. теория газа (МКТ)

$p \quad V \quad T \qquad m \quad v \quad n$



Найдём число молек., удар-ся в площадку ΔS за Δt

$\Delta\vec{P}_{ст} = -\Delta\vec{P}_{M} = 2m\vec{v}$

N – число молек. в объёме

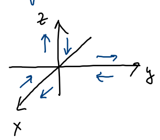
Хаотическ. движ. молекул → движ-я по $3^х$ взаимно ⊥ направл-ям

⇒ в направл. стенки сосуда движутся $\frac{N}{6}$

Основания замены!

1) Все молек. движ. беспорядочно ⇒ все направл. равноправны

2) Скорость ∀ молекулы м. разложить на (v_x, v_y, v_z)



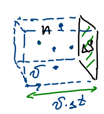
⇒ в обоих направл. оси x: $\frac{N}{3}$

а в сторону ⊕ оси x: $\frac{N}{6}$

Пусть все скорости молек. один-вы: v

⇒ в ΔS за Δt б. ударяться молекулы, кот. летят к стенке и проходят путь $v \cdot \Delta t$

⇒ находятся в объёме $\Delta V = v \cdot \Delta t \cdot \Delta S$ около стенки сосуда



⇒ $\frac{1}{6}$ часть молекул в ΔV столкнётся со стенкой

$$\Delta N_{\to} = \frac{1}{6} \cdot \Delta N = \frac{1}{6} \cdot n \cdot \Delta V = \frac{1}{6} \cdot n \cdot v \cdot \Delta t \cdot \Delta S$$

n – концентр-я молекул в сосуде

⇒ Импульс, переданный стенке ΔS за Δt:

$$\Delta K_{\Sigma} = \Delta P_{ст} \cdot \Delta N_{\to} = 2mv \cdot \frac{1}{6} \cdot n \cdot v \cdot \Delta t \cdot \Delta S$$

⇒ Сила, действ-я на ΔS:

$$F = \frac{\Delta K_{\Sigma}}{\Delta t} = \frac{1}{3} m \cdot n \cdot v^2 \cdot \Delta S$$

⇒ Давление, кот. б. испыт-ть стенка:

$$p = \frac{F}{\Delta S} = \frac{1}{3} \cdot m \cdot n \cdot v^2 = \frac{2}{3} \cdot n \cdot \frac{m v^2}{2} = \frac{2}{3} \cdot n \cdot \varepsilon$$

где: ε – кин. эн. поступат. движ-я одной молекулы

Молекулы обладают разными скоростями:

Пусть: $N_1 - v_1$, $N_2 - v_2$, …, $N_i - v_i$ ⇒ $n = \frac{N}{V}$ ⇒ их соответ-т концентрации: $n_1 \to v_1$, $n_2 \to v_2$, …, $n_i \to v_i$

каждая из сортов молекул б. действ-ть со своей силой F_i на ΔS

$$\Rightarrow F_{\Sigma} = F_1 + F_2 + \ldots = \sum_i \frac{1}{3} \cdot m \cdot n_i \cdot v_i^2 \cdot \Delta S = \frac{1}{3} \cdot m \cdot \Delta S \cdot \sum_i n_i \cdot v_i^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{m \cdot \Delta S}{V} \cdot \sum_i N_i \cdot v_i^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\Sigma} = \frac{1}{3} \cdot \frac{m \cdot \Delta S}{V} \cdot N \cdot \overline{v^2}$$

где: $\overline{v^2} = \frac{\sum_i N_i \cdot v_i^2}{N} = \frac{\sum_i N_i \cdot v_i^2}{\sum N_i}$ – средний квадрат скорости молекул газа

$$\Rightarrow F_{\Sigma} = \frac{1}{3} \cdot m \cdot n \cdot \overline{v^2} \cdot \Delta S$$

$$\Rightarrow p = \frac{F_{\Sigma}}{\Delta S} = \frac{1}{3} \cdot m \cdot n \cdot \overline{v^2} = \frac{2}{3} \cdot n \cdot \frac{m \cdot \overline{v^2}}{2} = \frac{2}{3} \cdot n \cdot \bar{\varepsilon}$$

где: $\bar{\varepsilon}$ – средняя кин. эн. одной молекулы

$$\Rightarrow p = \frac{2}{3} \cdot n \cdot \bar{\varepsilon} = \frac{2}{3} \overline{E}_к$$

– основное ур-е МКТ !

где: $\overline{E}_к$ – средн. кин. эн. молекул газа в единиц. объёма $\qquad \overline{E}_к = n \cdot \bar{\varepsilon}$

§ Следствия из осн. ур. МКТ

1°. $p = \frac{2}{3}\bar{E}_k = \frac{2}{3}\cdot n\cdot\bar{\varepsilon}$ $\qquad n = \frac{N}{V}$ $\qquad \Rightarrow \quad p\cdot V = \frac{2}{3}N\cdot\bar{\varepsilon} = \frac{2}{3}\cdot\frac{m}{\mu}\cdot N_A\cdot\bar{\varepsilon}$

ранее было экспер. устан-но ур. Менделеева-Клайп.: $pV = \frac{m}{\mu}\cdot R\cdot T$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}N_A\cdot\bar{\varepsilon} = RT \quad\Rightarrow\quad \bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}\frac{R}{N_A}\cdot T = \frac{3}{2}\cdot k\cdot T$$

где: $k = \frac{R}{N_A} = \frac{8{,}31}{6\cdot10^{23}} = 1{,}38\cdot10^{-23}\ \frac{Дж}{К}$ – постоянная Больцмана

$$\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}\cdot k\cdot T$$!

$\Rightarrow$ температ. T – мера средней кин. эн. поступат. движ-я молекул газа

2°. $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}kT = \frac{m v^2}{2} \Rightarrow v_{кв} \equiv \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3\cdot k\cdot T}{m}} = \sqrt{\frac{3\cdot k\cdot N_A\cdot T}{m\cdot N_A}} = \sqrt{\frac{3\cdot R\cdot T}{\mu}}$

– среднеквадрат. скорость

3°. $p = \frac{2}{3}n\cdot\bar{\varepsilon} = \frac{2}{3}\cdot n\cdot\frac{3}{2}k\cdot T = n\cdot k\cdot T$

$$p = n\cdot k\cdot T$$!

4°. Рассм. газ, в ед. объёма кот-го содерж-ся разные n_i (= смесь газов)

$p_1 = n_1\cdot k\cdot T$

$p_2 = n_2\cdot k\cdot T$

$\vdots$

$p_i = n_i\cdot k\cdot T$

$$\Rightarrow \sum p_i = \sum_i n_i\cdot k\cdot T = kT\sum_i n_i = \frac{k\cdot T}{V}\sum_i N_i = \frac{k\cdot T}{V}\cdot N = k\cdot T\cdot n = p$$

$$\Rightarrow p = \sum_i p_i$$ – зак. Дальтона

p_i – парциальн. давление, давл. кот. компонента смеси в отсутствие других компонент

§ Теорема о равнораспред. эн-и. Число степеней свобод. Внутрен. эн. ид. газа.

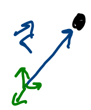
$$\underbrace{U = N\cdot\bar{\varepsilon}}_{\bar{E}_к} + E_{пот} \Rightarrow \text{ид. газ } E_{пот}\to 0 \Rightarrow U = \bar{E}_к = N\cdot\bar{\varepsilon}$$

Теорема Больцмана о равнораспредел-и энергии по степеням свобод.

$\bar{\varepsilon}_1 = \frac{1}{2}\cdot k\cdot T$ — на каждый вид движ-я

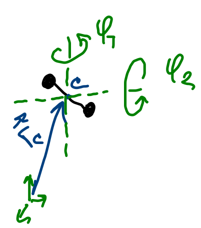
Число степ. своб. — это ...

Одноатомная молек.:



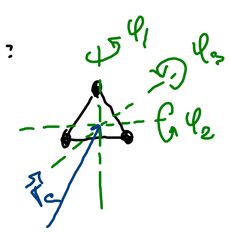
$\vec{r} = (x, y, z) \Rightarrow \underline{\underline{i = 3}}$

Двухатомная молек.:



$\vec{r}_c = (x_c, y_c, z_c) + \varphi_1, \varphi_2 \Rightarrow \underline{\underline{i = 5}}$

Трёхатомная молек.:

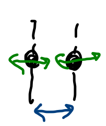


$\Rightarrow \underline{\underline{i = 6}}$

Для молекул с i — степен. свобод.:

$$\bar{\varepsilon}_i = \frac{i}{2}\cdot k\cdot T$$

Колебат. движ-е



расст-е м/у молек.

$\Rightarrow$ на $\forall$ колеб. движ-е вводят 2 степ. свобод.

Внутр. эн. ид. газа:

$$U = N\cdot\bar{\varepsilon} = \frac{m}{\mu}\cdot N_A\cdot\frac{i}{2}k\cdot T = \frac{i}{2}\cdot\frac{m}{\mu}\cdot R\cdot T$$

$$U = \frac{i}{2}\cdot\frac{m}{\mu}\cdot R\cdot T \quad !$$

— внутр. эн. ид. газа