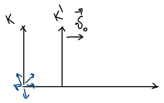


Пр. Лоренца:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - v_0 \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} \qquad y' = y \qquad z' = z \\ t' = \dfrac{t - (v_0/c^2)\cdot x}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \end{cases}$$

§ Обратные преобр. Лоренца

$x \leftrightarrow x'$
$y \leftrightarrow y'$
$z \leftrightarrow z'$
$v_0 = -v_0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{x' + v_0 \cdot t'}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \qquad y = y' \qquad z = z' \\ t = \dfrac{t' + (v_0/c^2) x'}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \end{cases}$$

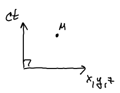
Введя „безразмерн. ск-ть": $\beta \equiv v_0/c$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{x' + \beta \cdot c t'}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad y = y' \qquad z = z' \\ ct = \dfrac{ct' + \beta \cdot x'}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{cases}$$

$\gamma \equiv \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ – Лоренц фактор

Переменная ct ⇒ размерность длины и входит как координата
⇒ простран. и временные коорд. связаны → пространство – время

⇒ 4-мерн. сист. коорд. (x, y, z, ct)



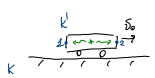
т. M – мировая точка
интервал – расст-е м/у 2[я] миров. точками:

$$\Delta S^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - c^2 \Delta t^2 = inv = \Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta z'^2 - c^2 \cdot \Delta t'^2 \quad (\text{д/з})$$

§ Следствия из преобр-й Лоренца

1) Относительность понятия одновр-ти:

\#



K' – поезд
K – платформа

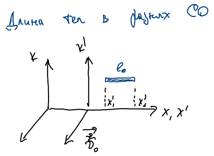
в K' свет достиг-т т. 1 и 2. одновремен. в момент $t_1' = t_2' = t_0'$

⇒ в K: свет достигнет т. 1, и т. 2

$$t_1 = \frac{t_0' + \left(\frac{v_0}{c^2}\right) x_1'}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \qquad t_2 = \frac{t_0' + (v_0/c^2)\cdot x_2'}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}$$

$$\Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{v_0/c^2 \cdot (x_2' - x_1')}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \qquad x_1' \neq x_2' \Rightarrow t_2 - t_1 \neq 0$$

2) Длина тел в разных СО



K': $l_0 = x_2' - x_1'$

K: для опред. длины в l:
⇒ $t_1 = t_2 = t_0$
$l = x_2 - x_1$

⇒ из обратн. пр. Лор.:

$$x_1' = \frac{x_1 - v_0 \cdot t_0}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \qquad x_2' = \frac{x_2 - v_0 \cdot t_0}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}$$

$$\Rightarrow x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \Rightarrow l_0 = \frac{l}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}$$

или: $l = l_0 \cdot \sqrt{1 - v_0^2/c^2}$

если $v_0 \to c \Rightarrow \frac{v_0}{c} \to 1 \Rightarrow l \to 0$

3) Промежуток времени м/у событиями

Пусть в K': $x_1' = x_2' = a'$ в моменты t_1' и t_2'

$$\Rightarrow K: \quad t_1 = \frac{t_1' + (v_0/c^2)\cdot a'}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \qquad t_2 = \frac{t_2' + (v_0/c^2)\cdot a'}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}$$

$$\Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}$$

Опр: τ_0 – собствен. время

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta \tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

где! v – ск. движ. частиц

⇒ $\Delta t \gg \Delta \tau_0$

\# В космич. лучах нестабильн. мюоны

$v \simeq c$

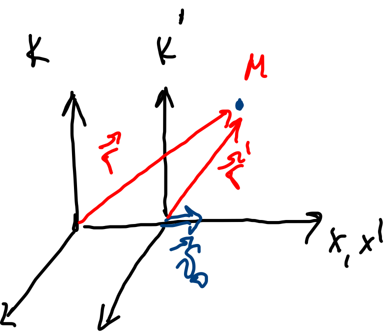
$\Delta \tau_0 = 1 \div 2 \cdot 10^{-6}$ с

⇒ $\Delta l \simeq c \cdot \Delta \tau_0 \simeq 300 \div 600$ м

Но они наблюд-ся у поверх. Земли

$\Delta l \simeq 30$ км

§ Преобр. Лоренца для скоростей



K: $\vec r\,(x, y, z)$

K': $\vec r\,'\,(x', y', z')$

Получим пр. скоростей из пр. Лоренца

Ск-ть в K': $\vec v\,' = \dfrac{d\vec r\,'}{dt'} \Rightarrow \begin{cases} v'_{x'} = \dfrac{dx'}{dt'} \\ v'_{y'} = \dfrac{dy'}{dt'} \end{cases} \quad v'_{z'} = \dfrac{dz'}{dt'}$

Ск-ть в K: $\vec v = \dfrac{d\vec r}{dt} \Rightarrow \begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} \end{cases} \quad v_z = \dfrac{dz}{dt}$

из преобр. Лоренца:

$$\begin{cases} dx = \dfrac{dx' + v_0\cdot dt'}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \\ dt = \dfrac{dt' + (v_0/c^2)\cdot dx'}{\sqrt{1 - v_0^2/c^2}} \end{cases} \qquad \underline{\underline{dy = dy'}} \qquad \underline{\underline{dz = dz'}}$$

$$\underline{\underline{v_x}} = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + v_0\cdot dt'}{dt' + (v_0/c^2)\,dx'} = \frac{\dfrac{dx'}{dt'} + v_0}{1 + \dfrac{v_0}{c^2}\cdot\dfrac{dx'}{dt'}} = \underline{\underline{\frac{v'_{x'} + v_0}{1 + \dfrac{v_0}{c^2}\cdot v'_{x'}}}}$$

аналогично для $v_y = \ldots$

!

$$\begin{cases} v_y = \dfrac{v'_{y'}\cdot\sqrt{1 - v_0^2/c^2}}{1 + \dfrac{v_0\cdot v'_{x'}}{c^2}} \\ v_x = \dfrac{v'_{x'} + v_0}{1 + \dfrac{v_0\cdot v'_{x'}}{c^2}} \end{cases} \qquad v_z = \ldots$$

– Преобр. Лор. для скор-тей

§ Релятив. импульс.
Осн. зак. релятив. дин-ки

в клас. физ: $\vec{p} = m_0 \cdot \vec{v}$ — не удовл. инвар-ти перехода из одной ИСО в ИСО (не вып-ся зак. сохр-я имп-са)

⇒ вводят релятив-й импульс:

$$\vec{p} = \frac{m_0 \cdot \vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$\vec{v}$ — ск. тела

m_0 — масса покоя тела

если $v \ll c$ ⇒ $\vec{p} \to m_0 \vec{v}$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$ — релятивист. масса

$$\Rightarrow \vec{p} = m \cdot \vec{v} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 \cdot \vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)$$ — основн. ур. релятив. динамики

⇒ дифференц-я и $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\Rightarrow \vec{a} = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \cdot \left(\frac{\vec{F}}{m} - \frac{(\vec{v}, \vec{F})}{m_0 c^2} \cdot \vec{v}\right)$$

$\vec{a}$ не совпад-т с $\vec{F}$

⇒ сложн. зав-ть м/у $\vec{F}$ и $\vec{a}$.

$$\vec{F} \uparrow\uparrow \vec{a} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \vec{F} \uparrow\uparrow \vec{v} \\ \vec{F} \perp \vec{v} \end{array}\right.$$

§ Кин. эн-я релятив. част.
Взаим. массы и эн-и.

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)$$, домножим скал. на $\vec{v}$

$$\vec{F}\cdot\vec{v} = N = \left\{\begin{array}{l}\text{мощность} = \\ = \text{измен. энергии в ед. врем.}\end{array}\right\} = \frac{dE_k}{dt}$$

E_k – кин. эн. частицы

$$\frac{dE_k}{dt} = \vec{F}\cdot\vec{v} = \vec{v}\cdot\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = m_0\vec{v}\cdot\frac{\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} - \vec{v}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}\cdot\left(-\frac{2v}{c^2}\right)\cdot\frac{dv}{dt}}{1-\frac{v^2}{c^2}} =$$

$$= \left[\begin{array}{l}\vec{v}\cdot\vec{v} = v\cdot v \\ \Rightarrow \vec{v}\cdot\frac{d\vec{v}}{dt} = v\cdot\frac{dv}{dt}\end{array}\right] = m_0 v\cdot\frac{dv}{dt}\left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \frac{v^2/c^2}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}\right] = m_0 v\cdot\frac{dv}{dt}\cdot\frac{1}{\left(1-v^2/c^2\right)^{3/2}} =$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)$$

$$\frac{dE_k}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right)$$

$$\Rightarrow \quad E_k = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + \text{const}$$

если $v=0$ $\Rightarrow$ $\text{const} = -m_0c^2$

$$\Rightarrow \quad \boxed{E_k = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - m_0c^2} \quad !$$