$[\hbar]$ = энергия × время = импульс × длина = [момент импульса]

такую величину наз. **действием**, S.

⇒ Пост. Планка – квант действия

Критерий: Если в физич. системе некотор. физ. вел-на H с размерностью действия сравнима с $\hbar$ ⇒ поведение этой системы д.б. описано в рамках квант. теории

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + U\Psi = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U\right]\Psi = \hat{H}\Psi = E\cdot\Psi$$

$$\hat{H}\Psi = E\cdot\Psi$$

$\hat{H}$ - оператор Гамильтона

⇒ Осн. постулат кв. мех.

I: $q \to \hat{Q}$ линейный, эрмитовский опер-р

$$\hat{Q}\Psi = q\cdot\Psi$$

– ур. квантования

$\{q_i\}$ – спектр собств. знач-й

Ψ_i – собств. ф-я, отвечающая собств. знач-ю q_i.

+ Стандартные условия

Физ. смысл м. иметь только такие решения, для кот. Ψ-функции всюду конечные, непрерывные, однозначные и гладкие

II: Среднее знач.-е q, реализ. в экспер-те,

$$\langle q\rangle = \int \psi^* \hat{Q} \psi \, dV \Big/ \int \psi^* \psi \, dV$$

где: $\hat{Q}$ - оператор физическ. величины q

им место требует, чтобы ψ была нормирована

т.е. $\int \psi^* \psi \, dV = 1$

$$\Rightarrow \langle q\rangle = \int \psi^* \hat{Q} \psi \, dV$$

III: (Принцип соответствия)

...

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U(x,y,z) \xrightarrow[\text{В предел. переходе}]{} E = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m} + U(x,y,z)$$

"только от импульса" "зависит только от координат"

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$\vec{p}$ – импульс частицы

Такое возможно, если:

$$\hat{p}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x} \qquad \hat{p}_y = -i\hbar\frac{\partial}{\partial y} \qquad \hat{p}_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\hat{x} = x\cdot \qquad \hat{y} = y\cdot \qquad \hat{z} = z\cdot$$

– как операторы умножения

$\Leftrightarrow$ вводят "базовые" операторы $\hat{\vec{r}}$, $\hat{\vec{p}}$

$$\hat{\vec{r}} = (x\cdot,\ y\cdot,\ z\cdot)$$

$$\hat{\vec{p}} = \left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x};\ -i\hbar\frac{\partial}{\partial y};\ -i\hbar\frac{\partial}{\partial z}\right)$$

$\Rightarrow$ Рецепт построения операторов любой физ. величины:

Формулы класс. физики в квант. теории следует рассматривать как ...

$$L(\vec{r},\vec{p}) \to \hat{L}(\hat{\vec{r}},\hat{\vec{p}})$$

$$\vec{r} \to \hat{\vec{r}}$$
$$\vec{p} \to \hat{\vec{p}}$$

Физ. вел-на	Класс теория	Квант. опер-р
координата	x	$\hat{x} = x\cdot$
проекция импульса	p_x	$\hat{p}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$
вектор импульса	$\vec{p} = p_x\cdot\vec{i} + p_y\cdot\vec{j} + p_z\cdot\vec{k}$	$\hat{\vec{p}} = -i\hbar\vec{\nabla} = \left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}; -i\hbar\frac{\partial}{\partial y}; -i\hbar\frac{\partial}{\partial z}\right)$
квадрат модуля импульса	$p^2 = \vec{p}\cdot\vec{p}$	$p^2 = -\hbar^2\cdot\Delta = -\hbar^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$
кинет. эн-я:	$T = \frac{p^2}{2m}$	$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\Delta$
Потенц. эн-я вз-я точечн. зарядов:	$U = -\frac{q_1\cdot q_2}{r}$	$\hat{U} = -\frac{q_1\cdot q_2}{r}$
Полная энергия:	$E = T + U$	$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U$

Вектор момента импульса

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}]$$

$$\hat{\vec{L}} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ \hat{p}_x & \hat{p}_y & \hat{p}_z \end{vmatrix} = \ldots$$

Проекция момента импульса на ось z

$$L_z = x \cdot p_y - y \cdot p_x$$

$$\hat{L}_z = \hat{x} \cdot \hat{p}_y - \hat{y} \cdot \hat{p}_x =$$

$$= x \cdot \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial y}\right) - y \cdot \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}\right) =$$

$$= -i\hbar \left(x \cdot \frac{\partial}{\partial y} - y \cdot \frac{\partial}{\partial x} \right)$$

$$\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$$ (в сферическ. системе координат)

§ Физич. смысл. волн. ф-и.
Поток частиц в квант. мех-ке.

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = H\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + U\cdot\psi$$

$$\frac{\partial|\psi|^2}{\partial t} = -\operatorname{div}\vec{j}$$

– это аналог ур-я непрерывности: $\frac{\partial\rho}{\partial t} + \operatorname{div}\vec{j} = 0$ выражающего собой зак. сохран-я электрич. заряда

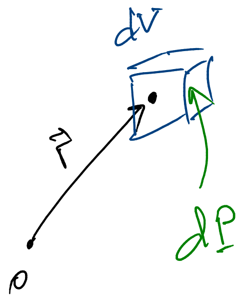
$\rho \equiv$ [объёмная плотность заряда] $= e\cdot\frac{dN}{dV}$ или $\rho \sim \frac{\text{кол-ву частиц}}{\text{в малом объёме } dV \text{ вблизи точки } \vec{r}}$

$\rho \equiv |\psi|^2 = \psi\cdot\psi^*$ – ρ соответствовать кол-ву частиц в малом объём dV

Поскольку: 1) говорим об одной частице
2) точное местоположение частицы указать не можем [из-за принципа неопредел. Гейз.]

⇒ Говорят о вероятности нахождения частицы / частиц в той или иной точке простр-ва или:

$$\rho = |\Psi|^2 = \Psi \cdot \Psi^* $$ – плотность вероятности обнаружить частицу в малом объёме dV в окрестности точки $\vec{r}$ в момент t



если dP – вер-ть того, что частица находится в объёме dV

$$\Rightarrow \boxed{\rho = |\Psi|^2 = \frac{dP}{dV}}$$ ← „физ. смысл. волн. ф-и"

$\Psi(\vec{r}, t)$

$$\Rightarrow dP = |\Psi|^2 dV$$

или вер-ть нахождения частицы (частиц) в большом объёме V:

$$P = \int_V |\Psi|^2 dV$$

Вероятность того, что вы 100% найдёте частицу во всём прост-ве:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dV = 1$$

– условие нормировки волн. ф-и