Принцип суперпозиции сост-й:

Пусть кв. сист. ψ' так и в сост-и ψ''

$\Rightarrow$ всегда найдётся состояние системы, кот. б. описываться ф-й:

$$\psi = C' \cdot \psi' + C'' \cdot \psi''$$

где: C' и C'' – произвольн. комплекс. числа

Следствие: Рассмотрим чистое сост-я системы; т.е. сост-я системы, в которой мы измеряем физ. вел-ну q:

q: q_1 q_2 .. q_n

ψ_1 ψ_2 ... ψ_n

В согласии с принц. суперпозиции произвольн. сост-е системы, описываемое волн. ф-й ψ:

$$\psi = \sum C_n \cdot \psi_n$$

В этом состоянии q уже не имеет определённых (собственных) знач-й q_1, q_2 .. q_n,

а при измерениях будут получаться либо q_1, либо q_2, ... либо q_n

$\psi = \psi(\vec{r}_i, \vec{p}_i) \equiv \psi(s)$ $\qquad$ $s \equiv (\vec{r}_i, \vec{p}_i)$

Волн. ф-я ψ смешанного сост-я д. удовлетв-ть усл. норм-ки:

$$\int |\psi(s)|^2 \cdot ds = 1$$

$$(*) \quad \psi = \sum C_n \psi_n \quad \Rightarrow \quad \sum_{n,m} \int \psi_n^* \psi_m \cdot C_n^* \cdot C_m \cdot ds = 1$$

Умножая $(*)$ скалярно на ψ_m^*, + ортонорм-ть системы:

$$\int \psi \cdot \psi_m^* \cdot ds = \sum_n C_n \cdot \int \psi_m^* \cdot \psi_n \cdot ds = \sum_n C_n \cdot \delta_{nm} = C_m$$

$$\sum_{n,m} \int \psi_n^* \psi_m \cdot C_n^* \cdot C_m \cdot ds = \sum_{n,m} C_n^* \cdot C_m \cdot \underbrace{\int \psi_n^* \psi_m \, ds}_{\delta_{nm}} = \sum_n |C_n|^2$$

$$\Rightarrow \int |\psi(s)|^2 ds = 1 \quad \Rightarrow \quad \sum_n |C_n|^2 = 1$$

$\Rightarrow$ $|C_n|^2$ - есть вероятность обнаружить собственное значение q_n у величины q, при измерениях системы, находящейся в сост-и, описываемой ψ

Зная все C_n $\Rightarrow$ $\langle q \rangle = \sum_n |C_n|^2 \cdot q_n$!

Система с течением времени эволюционирует

$\Rightarrow$ изменяется распределение микрочастиц по чистым состояниям q_n:

$$\Rightarrow \quad C_n \to C_n(t)$$

$$\Rightarrow \quad \langle q(t) \rangle = \sum_n |C_n(t)|^2 \cdot q_n$$

Существ-т ли сост-е в которых несколько величин м. измерить без разброса?

$q \ : \quad q \to \hat{Q}$

$m \ : \quad m \to \hat{M}$

За меру отклонения (разброса) возьмём дисперсию:

$\Delta q \equiv q - \langle q \rangle$ – средн. значение

q – измеренное в отдельном акте значение физ. вел-ны

$\langle (\Delta q)^2 \rangle_\psi$ – средняя дисперсия (разброс) величины q в сост-и, задаваем. волн. ф-й ψ

Оказывается справедливым равенство:

$$\langle (\Delta q)^2 \rangle_\psi \cdot \langle (\Delta m)^2 \rangle_\psi \geq \left[\left\langle \frac{\hat{Q}\cdot\hat{M} - \hat{M}\hat{Q}}{2\cdot i} \right\rangle_\psi \right]^2$$

$\Rightarrow$ Для того, чтобы q и m измерялись одновременно и точно нужно, чтобы среднее значение некоторой физ. вел-ны L, отвечающей оператору: $\hat{L} = \dfrac{\hat{Q}\hat{M} - \hat{M}\hat{Q}}{i}$, была равна нулю:

$$\langle L \rangle = 0 \Rightarrow \hat{Q}\hat{M} - \hat{M}\hat{Q} = 0$$

Величина: $\hat{Q}\hat{M} - \hat{M}\hat{Q} = [\hat{Q}, \hat{M}]$ наз. коммутатором операторов $\hat{Q}$ и $\hat{M}$

$\Rightarrow$ Чтобы q и m измерялись одновременно и точно необходимо, чтобы операторы „коммутировали“:

т.е. $[\hat{Q}, \hat{M}] = 0$!

Если $\hat{Q}$ и $\hat{M}$ коммутируют $\Rightarrow$ они имеют общую систему волновых функций

т.е. функции, собственные для $\hat{M}$, содержатся в функциях, собственных для $\hat{Q}$!