Вычисление разности потенциалов по напряженности поля простейших электростатических полей

1. Поле равномерно заряженной сферической поверхности

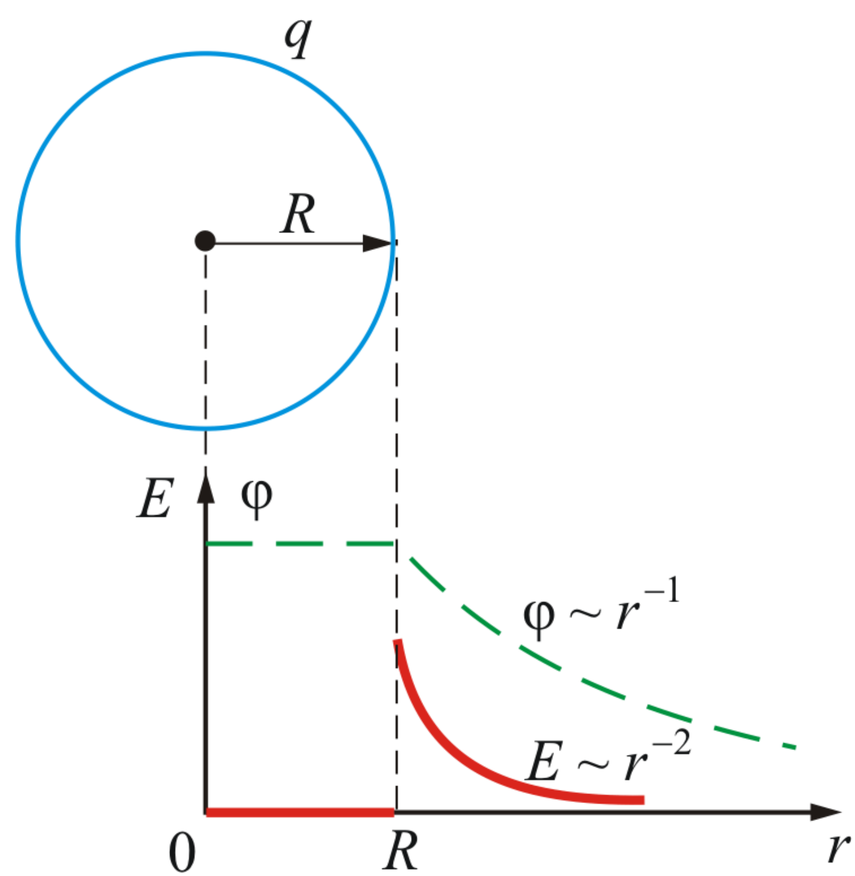
$$\Phi_E = \oint_s E\mathrm{d}S = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\mathrm{d}\varphi = -E\mathrm{d}r$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}r}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{r_1}^{r_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Вычисление разности потенциалов по напряженности поля простейших электростатических полей

$$\varphi = \begin{cases} \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} - \textit{вне сферы}\,(r > R). \\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \dfrac{\sigma R}{\varepsilon_0} = const - \textit{внутри и на поверхности сферы}\,(r \le R) \end{cases}$$



Вычисление разности потенциалов по напряженности поля простейших электростатических полей

2. Поле бесконечно длинной равномерно заряженной цилиндрической поверхности:

$$\Phi_E = \oint_s E\mathrm{d}S = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \begin{cases} 0 - \text{внутри цилиндра, т.к. там нет зарядов} \\ \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R} \text{ или } \dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0 Rl} \text{ на поверхности цилиндра} \\ \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \text{ или } \dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0 rl} \text{ вне цилиндра.} \end{cases}$$

$$E = -grad\varphi$$

Цилиндрическая система координат

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}$$

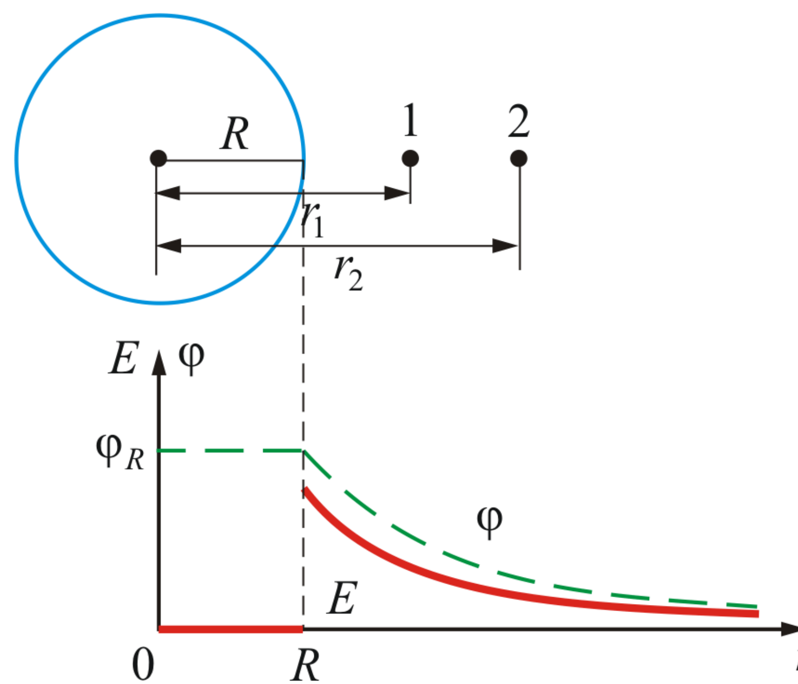
Вычисление разности потенциалов по напряженности поля простейших электростатических полей

$$d\varphi = -Edr \qquad \int_1^2 \mathrm{d}\varphi = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{\mathrm{d}r}{r}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1} = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l}\left(\ln r_2 - \ln r_1\right)$$

$$\varphi = \begin{cases} \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{1}{R} = const - \textit{внутри и} \\ \qquad\qquad \textit{на поверхности цилиндра} \\ \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{r}{R} \; - \textit{вне цилиндра.} \end{cases}$$



Вычисление разности потенциалов по напряженности поля простейших электростатических полей

Самостоятельно!

3. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости

4. Поле двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей

5. Разность потенциалов между обкладками цилиндрического конденсатора

6. Поле объемно заряженного шара

Проводники и диэлектрики в электрическом поле

Микро- и макрополя

Заряды (+ –)

- ***связанные*** – входят в состав атомов (молекул),

под действием эл. поля они могут смещаться из положения равновесия, но не могут покинуть молекулу (атом);

- ***сторонние*** или ***свободные***

- не входят в состав атомов (молекул), но находятся в пределах диэлектрика,

- заряды вне диэлектрика

Микро- и макрополя

Микроскопическое или ***истинное*** поле – суперпозиция (результат) поля сторонних зарядов ($\boldsymbol{E_{стор}}$) и поля связанных зарядов ($\boldsymbol{E_{связ}}$):

$$\vec{E}_{микро} = \vec{E}_{стор} + \vec{E}_{связ}$$

$$\vec{E}_{макро} = \left\langle \vec{E}_{микро} \right\rangle = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

Проводники и диэлектрики

- ***Проводники*** – это вещества, в которых свободные заряды перемещаются под действием электрического поля.
- ***Металлы*** (свободные заряды: электроны) – проводники ***первого рода***
- ***Электролиты*** и ***ионизированный газ*** (свободные заряды: положительные и отрицательные ионы) – проводники ***второго рода,*** в них при протекании тока есть перенос вещества.

Проводники и диэлектрики

- ***Диэлектрики (изоляторы)*** – это вещества, не способные проводить электрический ток.

Удельное сопротивление диэлектриков в $10^{15} \div 10^{20}$ раз больше, чем у проводников.

Проводники и диэлектрики

Все положительные заряды молекул (атомов) можно заменить одним суммарным зарядом + q, помещенным в некоторую точку, называемую ***центром тяжести положительных зарядов,***

её радиус-вектор:

$$\vec{r}_+ = \frac{\sum q_{i+}\vec{r}_{i+}}{q_+}$$

Центр тяжести отрицательных зарядов

$$\vec{r}_- = \frac{\sum q_{i-}\vec{r}_{i-}}{q_-}$$

Проводники и диэлектрики

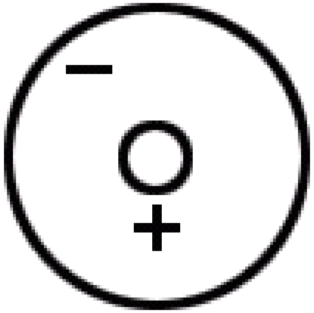
- Молекулу в первом приближении можно рассматривать как диполь (дипольный момент $\vec{p} = |q|\vec{l}$)
- Диэлектрики в зависимости от строения их молекул и внутренней структуры можно разделить на

1) ***Неполярные диэлектрики***
2) ***Полярные диэлектрики***
3) ***Ионные диэлектрики***

Проводники и диэлектрики

1) ***Неполярные диэлектрики*** (H_2, N_2, O_2, CO_2…) – молекула имеет симметричное строение

$$E_0 = 0$$

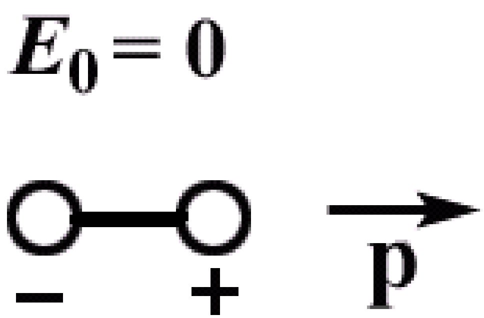


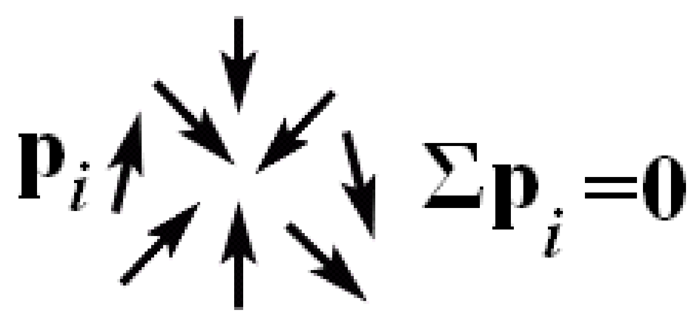
$$\vec{p} = 0$$

Проводники и диэлектрики

2) ***Полярные диэлектрики*** (H_2O, NH_3, SO_2, CO …) – молекула имеет не симметричное строение, то есть центры тяжести **+** и **-** зарядов в отсутствии внешнего электрического поля не совпадают, следовательно, молекула обладает дипольным моментом.

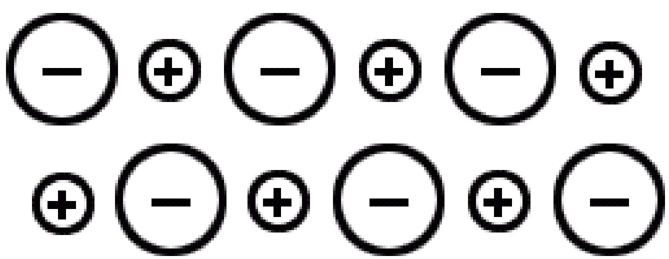
При отсутствии внешнего электрического поля $\sum p_i = 0$

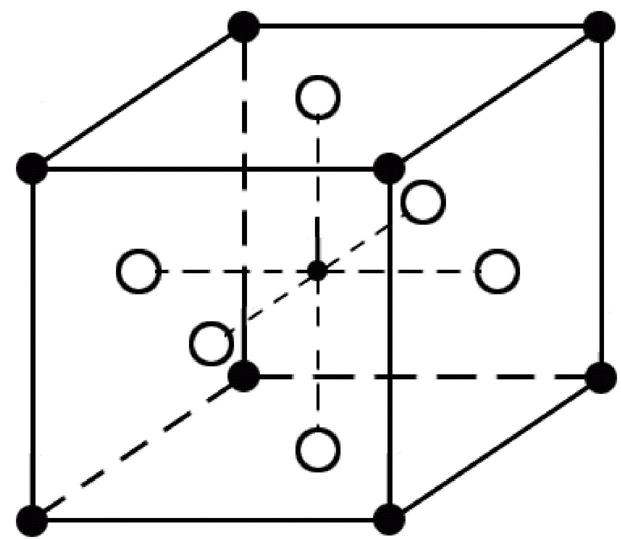




Проводники и диэлектрики

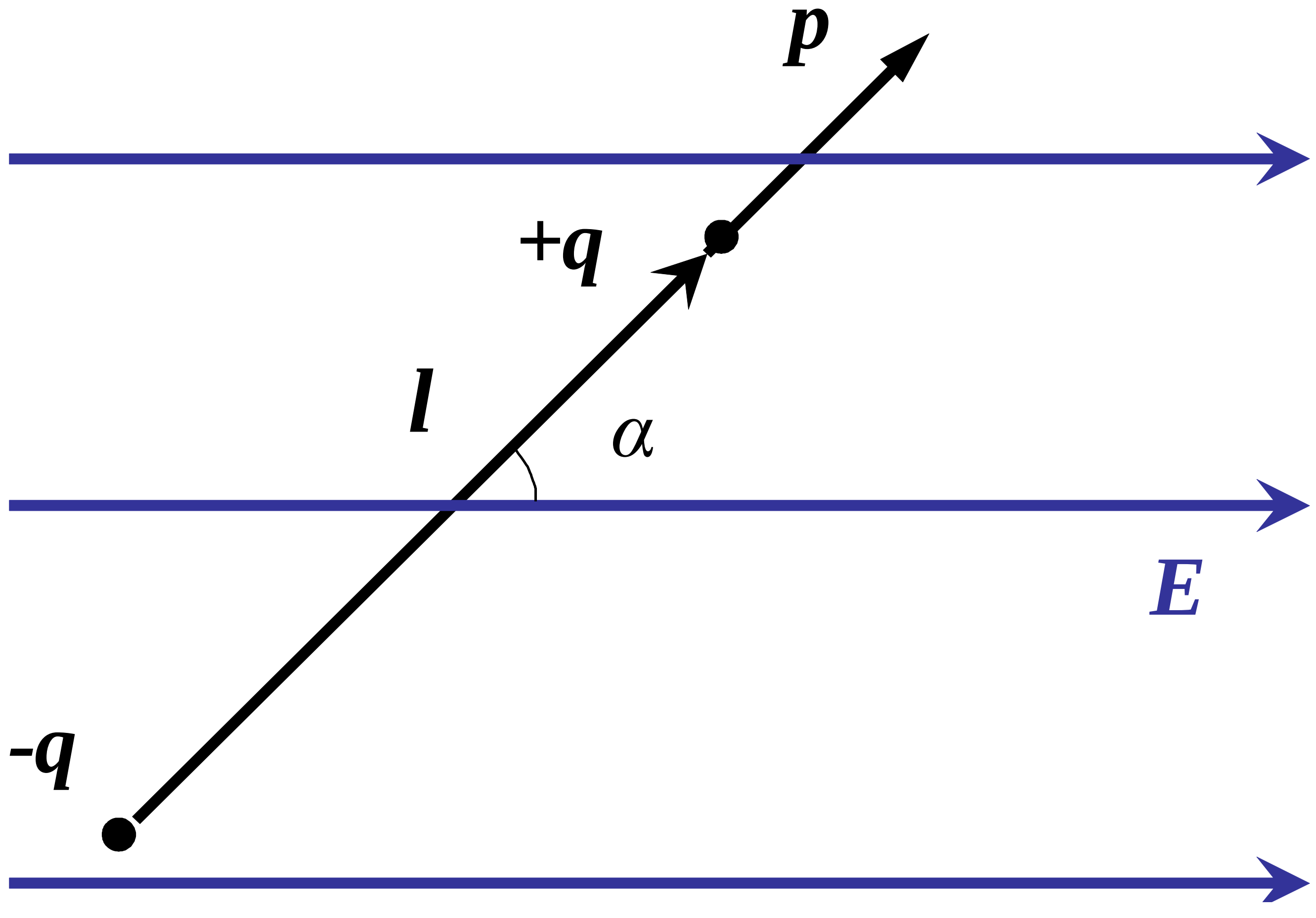
3) ***Ионные диэлектрики*** (NaCl, KCl, KBr) – молекулы имеют ионное строение, а диэлектрик представляет собой ионную кристаллическую решетку с чередованием ионов разных знаков.





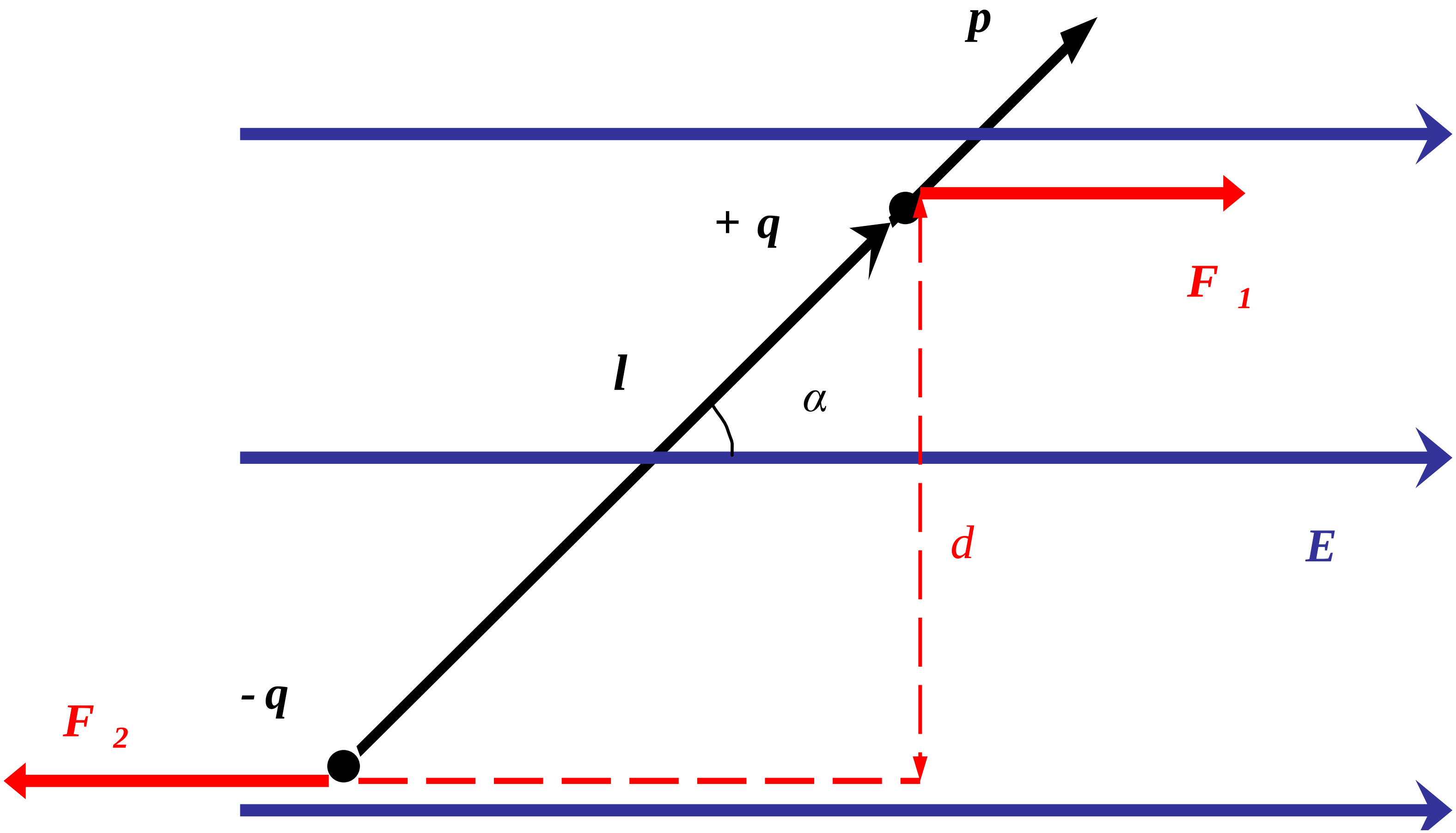
Диполь в электрическом поле

- Диполь находится в **однородном** электрическом поле ($\boldsymbol{E} = const$).

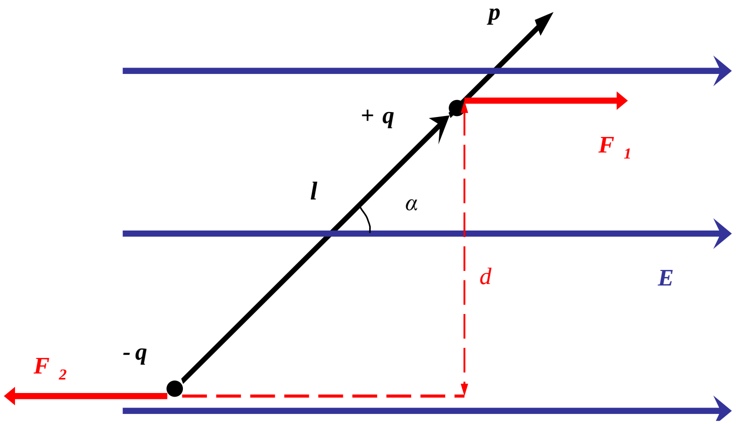


Диполь в электрическом поле

- Диполь находится в **однородном** электрическом поле ($\boldsymbol{E} = const$).



Диполь в электрическом поле



Вращающий момент

$$M = Fd$$

$$M = Fl\sin\alpha$$

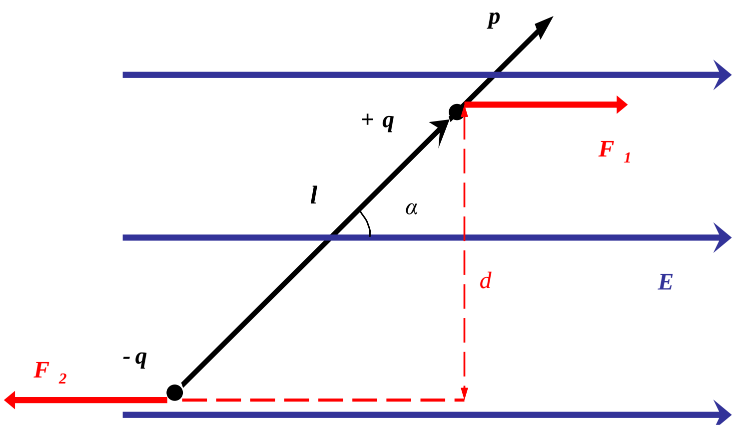
$$M = qEl\sin\alpha = qlE\sin\alpha,$$

$$\vec{p}_l = q\vec{l}.$$

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_l, \vec{E}\right]$$

Вращающий момент ***M*** стремится повернуть диполь и установить его так, чтобы $\vec{p}_l \uparrow\uparrow \vec{E}$

Диполь в электрическом поле



Работа против сил, действующих на диполь

$$dA = Md\alpha = pE\sin\alpha d\alpha$$

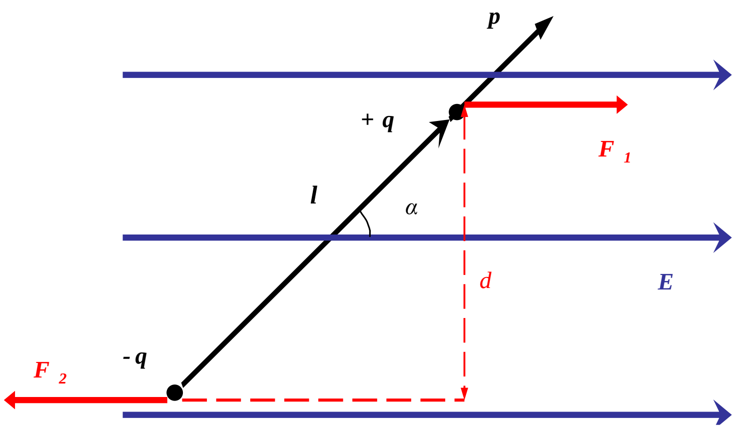
Работа идет на увеличение потенциальной энергии W, которой обладает диполь в электрическом поле:

$$dW = pE\sin\alpha d\alpha$$

$$W = -pE\cos\alpha + const$$

$$W = -pE\cos\alpha = -(\vec{p}\vec{E})$$

Диполь в электрическом поле



- Поле **неоднородное** (***E*** *≠ const*), то помимо вращающего момента на диполь действует сила

$$F = F_2 - F_1 = q(E_2 - E_1) = q\frac{\partial E}{\partial l}l = p_l\frac{\partial E}{\partial l}$$

$$\vec{F} = p_l\frac{\partial \vec{E}}{\partial l}$$

Под действием этой силы диполь стремится переместиться в область <u>наибольшей напряженности </u>***E*** электрического поля.

$$\vec{F} = \overline{grad}(\vec{p}_l \cdot \vec{E})$$

Поляризация диэлектриков

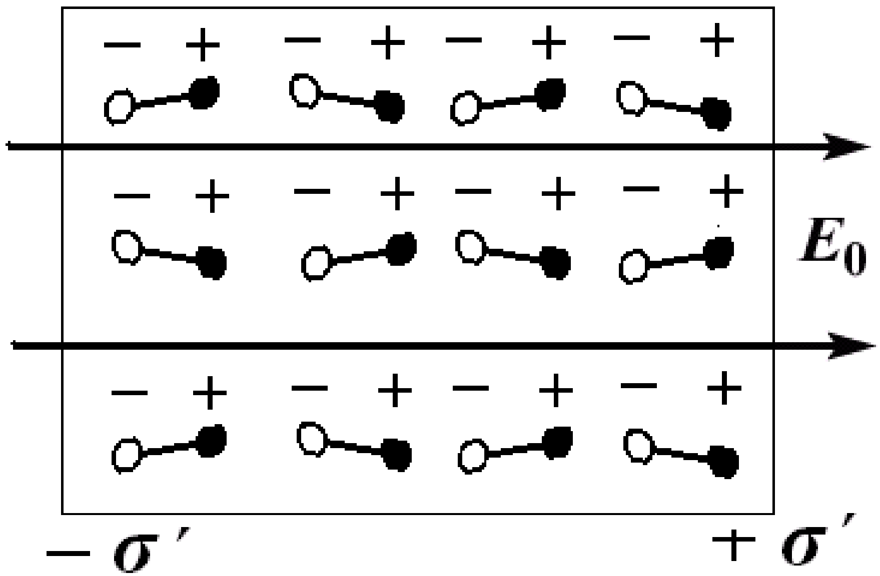
Поляризация диэлектриков – процесс ориентации диполей или появления под действием внешнего электрического поля $\boldsymbol{E}_0$ ориентированных по полю диполей.

В зависимости от типа диэлектриков будет различаться вид поляризации.

Поляризация диэлектриков

полярные диэлектрики

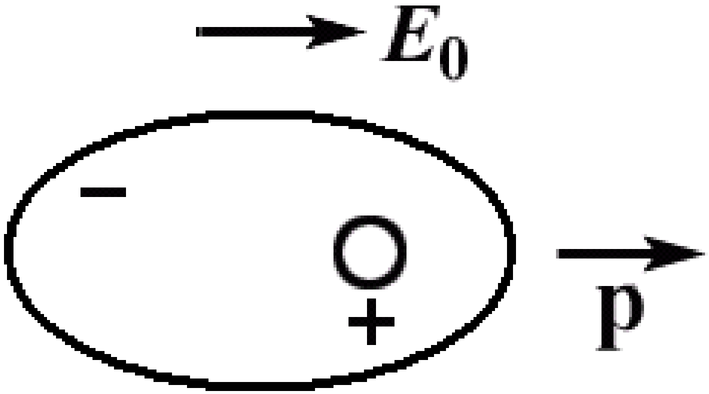
ориентационная (дипольная) поляризация

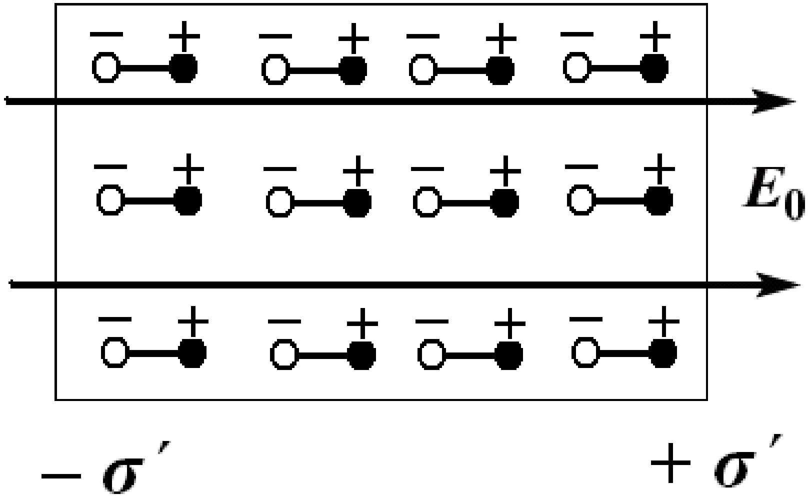


Поляризация диэлектриков

Неполярные диэлектрики

электронная (деформационная) поляризация





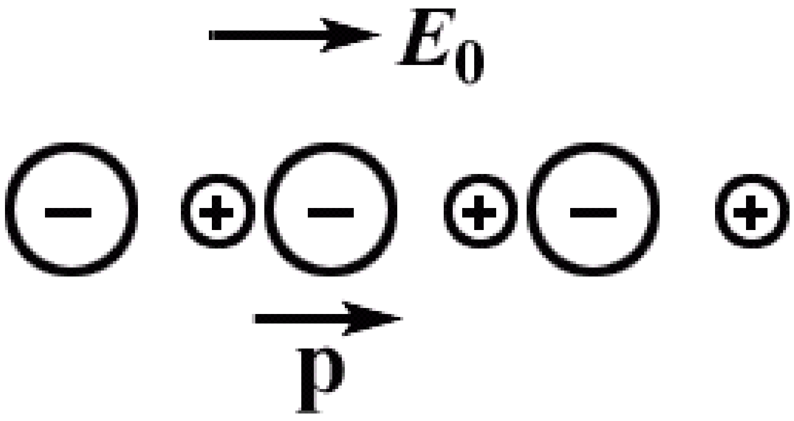
$$\vec{p} = \alpha \varepsilon_0 \vec{E},$$

$\alpha -$ поляризуемость молекулы

Поляризация диэлектриков

ионные диэлектрики

ионная поляризация



Поляризованность (вектор поляризации)

- Дипольный момент диэлектрика

$$\vec{p}_V = \sum_i \vec{p}_{li}$$

$p_{l\,i}$ – дипольный момент одной молекулы.

Поляризованность диэлектрика – дипольный момент единичного объема:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_V}{V} = \frac{\sum_i \vec{p}_{li}}{V}$$

[(Кл·м)/м^3 = Кл/м^2].

Поляризованность (вектор поляризации)

- Для изотропного диэлектрика с неполярными молекулами:

$$\vec{P} = \vec{p}_l \cdot n = \alpha \varepsilon_0 n \vec{E} = \chi \varepsilon_0 \vec{E},$$

где n – концентрация молекул

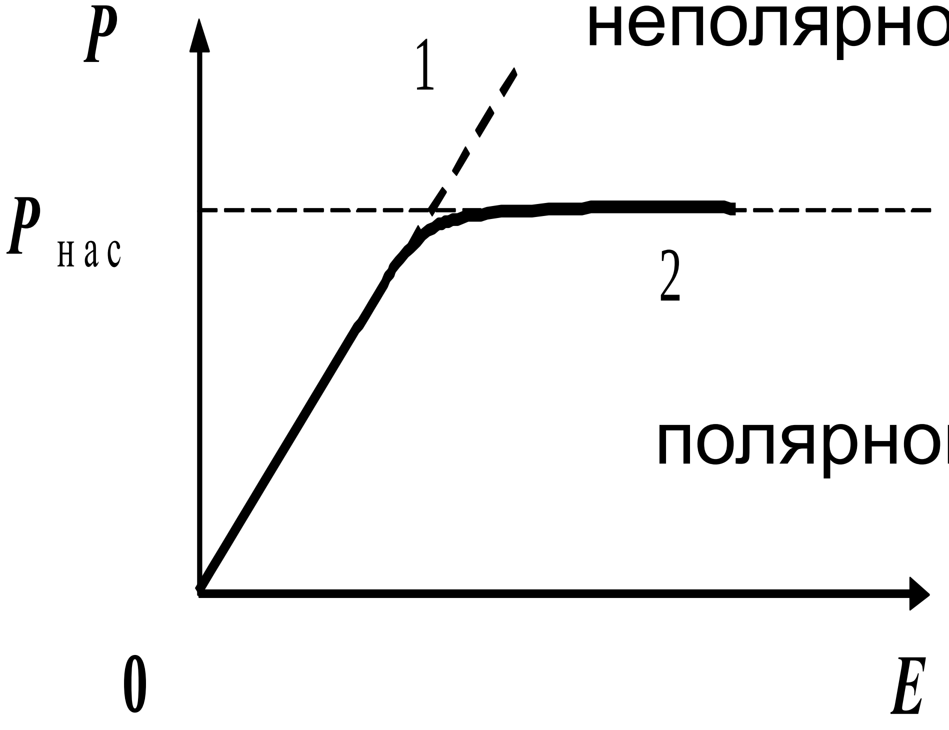
$$\boxed{\chi = \alpha \cdot n}$$

диэлектрической восприимчивостью

Поляризованность(вектор поляризации)

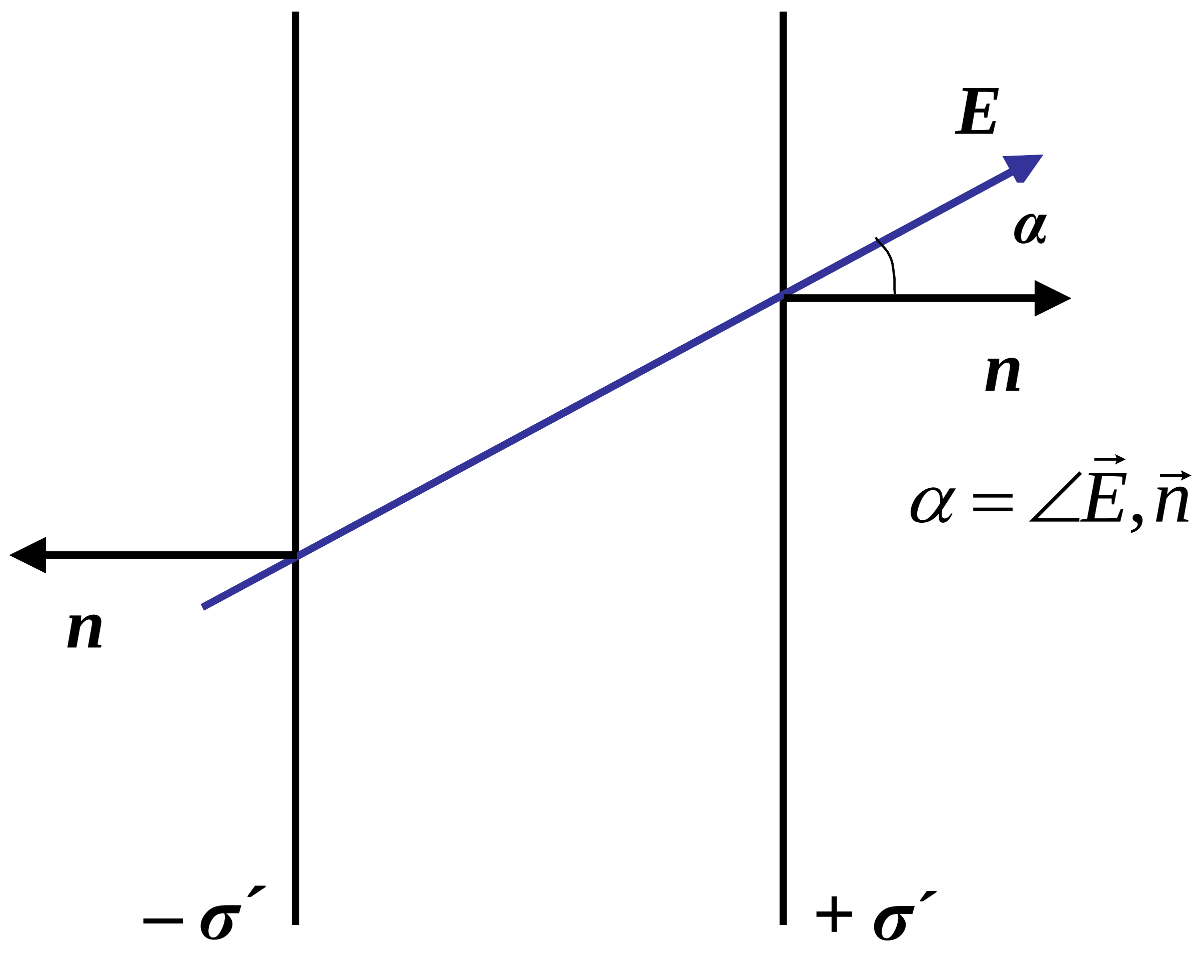
$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E},$$

неполярного диэлектрика



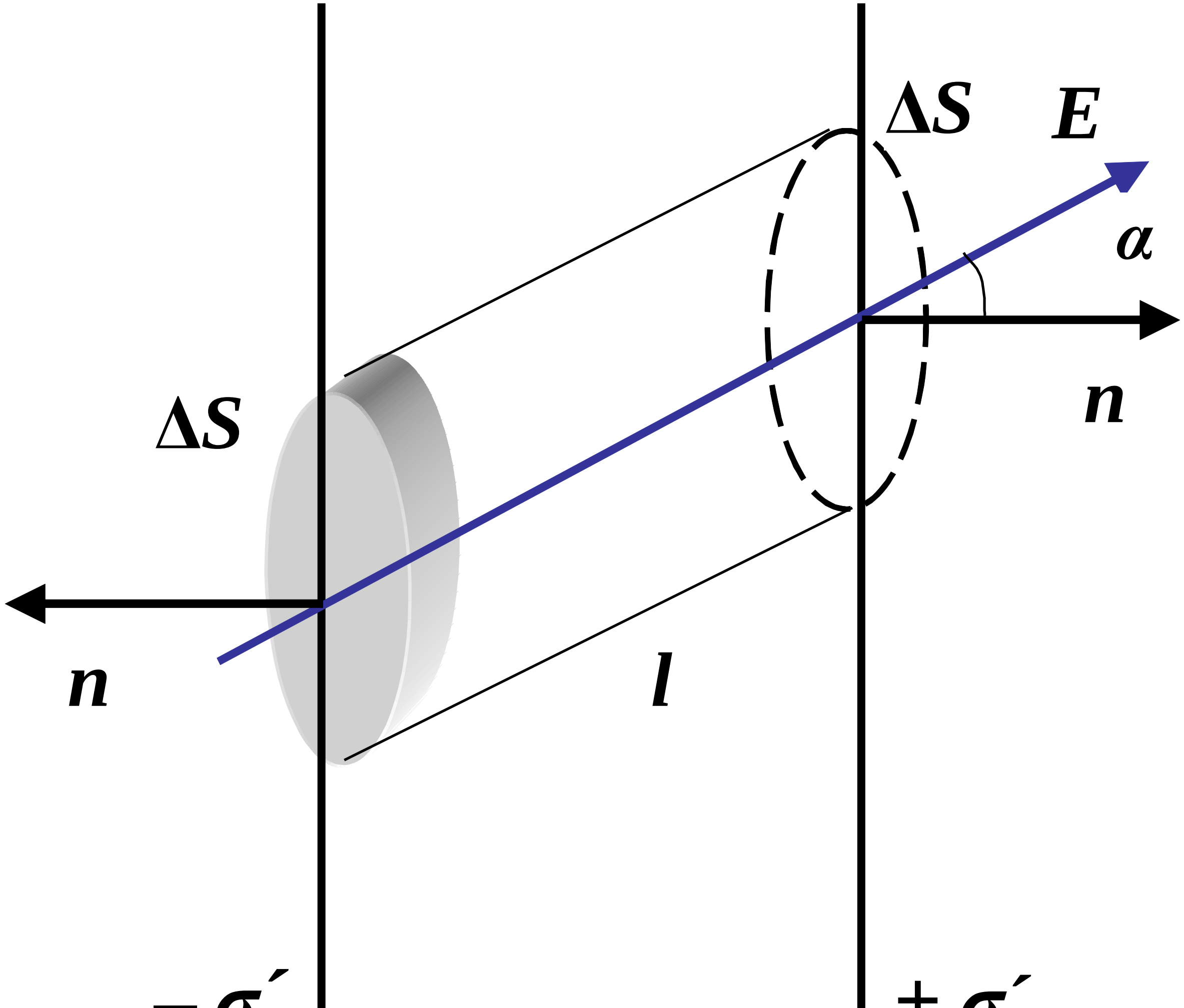
полярного диэлектрика

Связь между вектором *P* и σ’



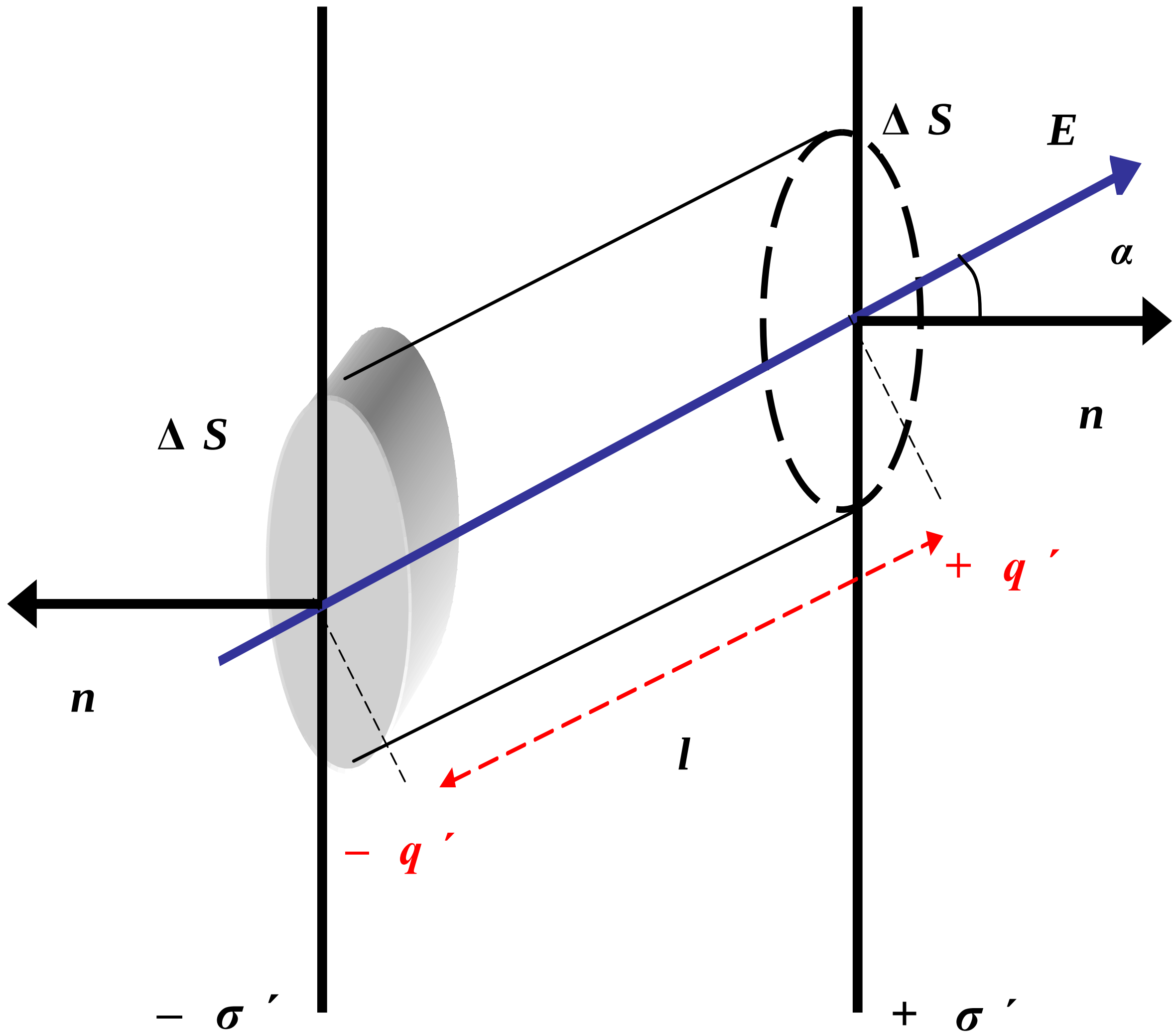
Однородная диэлектрическая пластинка

Связь между вектором *P* и *σ*



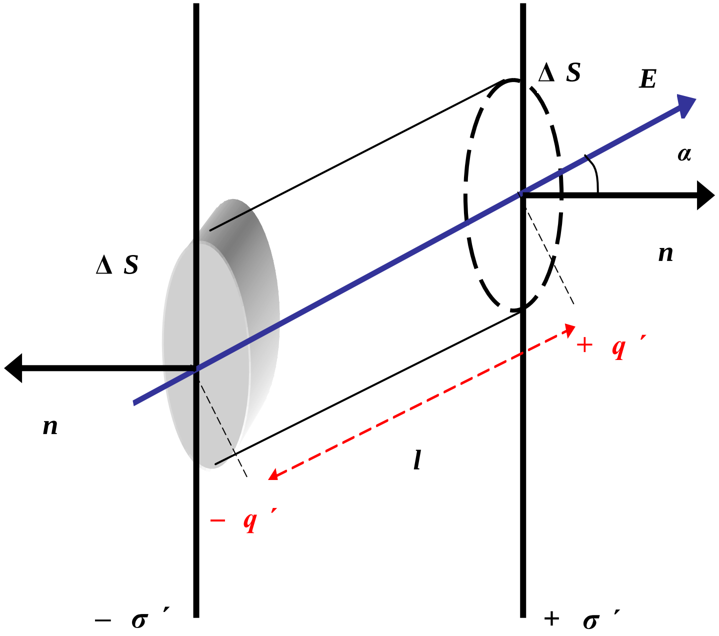
Однородная диэлектрическая пластинка

Связь между вектором *P* и *σ*



Однородная диэлектрическая пластинка

Связь между вектором *P* и *σ*



$$\Delta V = \Delta S_{\perp} \cdot l = \Delta S \cdot l \cos\alpha$$

$$p_l = q \cdot l = \sigma' \cdot \Delta S \cdot l$$

$$P = \frac{p_l}{\Delta V}$$

$$p_l = P \cdot \Delta V = P \cdot \Delta S \cdot l \cos\alpha$$

$$P\cos\alpha = \sigma' \quad \Rightarrow \quad P_n = \sigma'$$

$$\boxed{P_n = \sigma' = \chi\varepsilon_0 E}$$

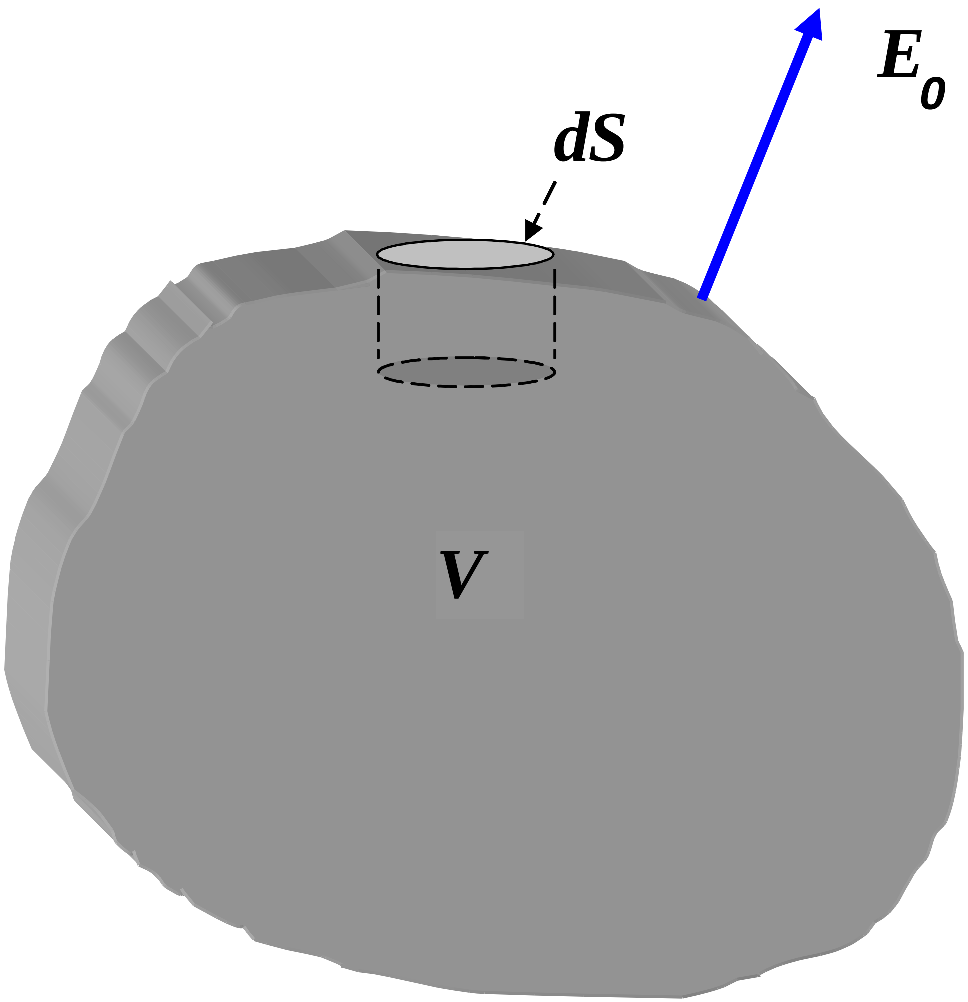
Связь между вектором *P* и *σ*

$$\boxed{P_n = \sigma' = \chi \varepsilon_0 E}$$

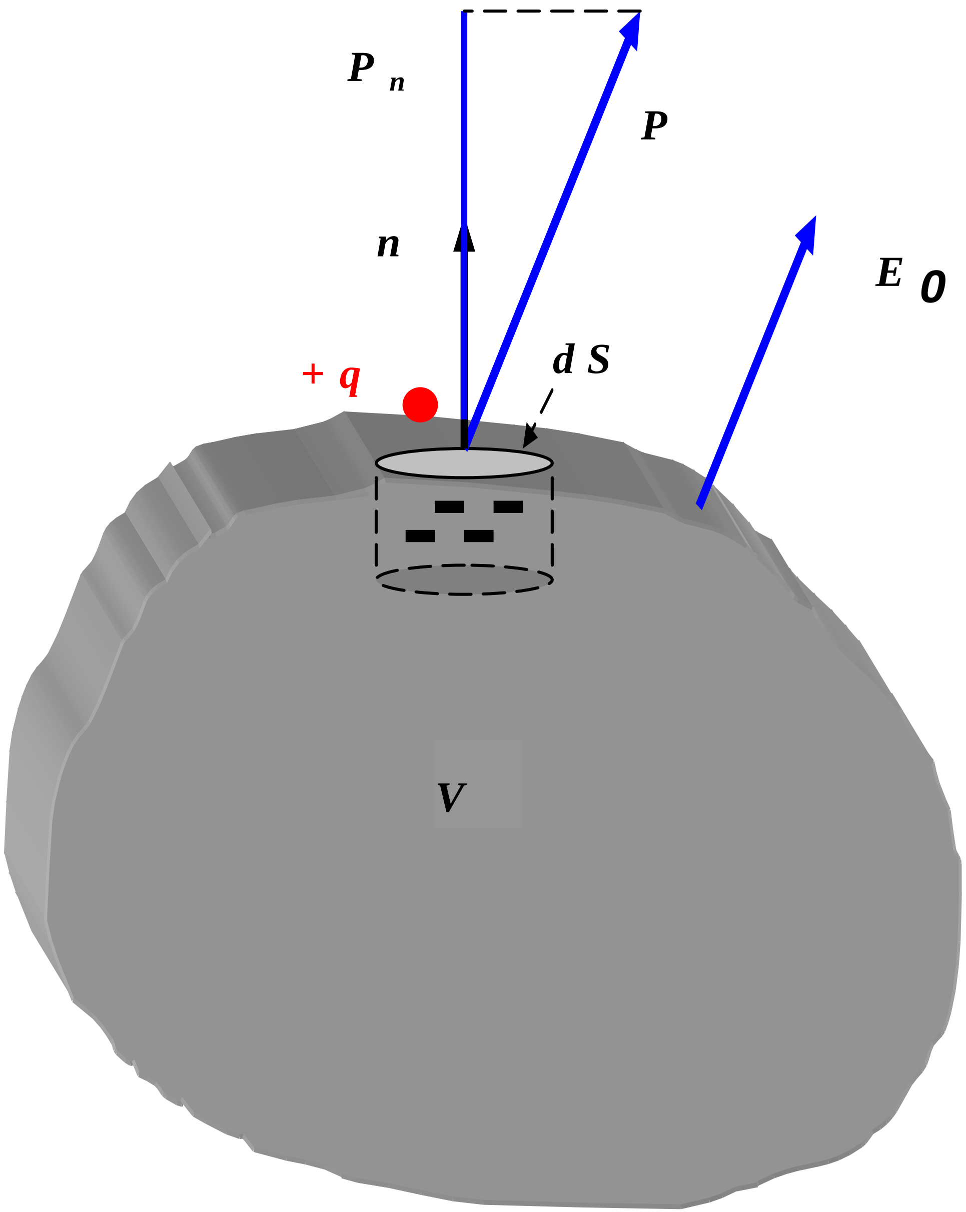
- P_n – проекция вектора поляризованности на внешнюю нормаль к поверхности диэлектрика.
- P_n численно равна электрическому заряду, смещаемому через единичную площадку в направлении положительной нормали к ней.

Закон Гаусса для вектора поляризации *P*

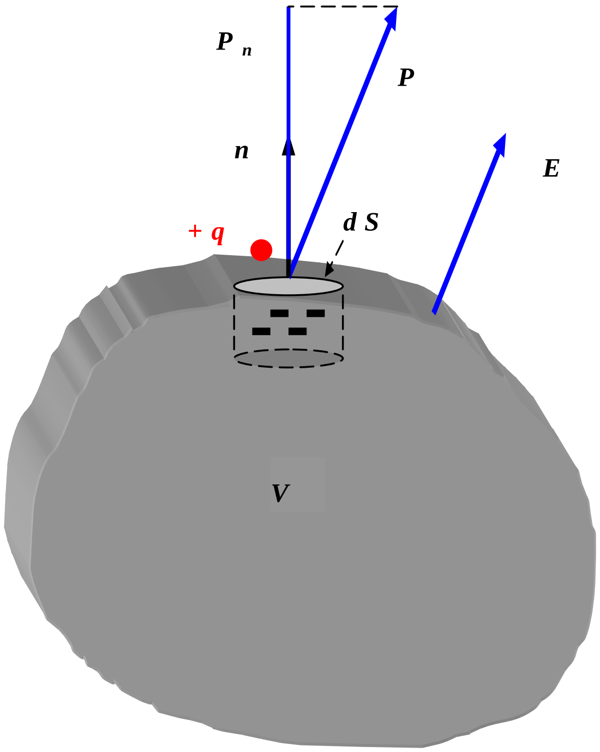
Закон Гаусса для вектора поляризации *P*



Закон Гаусса для вектора поляризации *P*



Закон Гаусса для вектора поляризации *P*

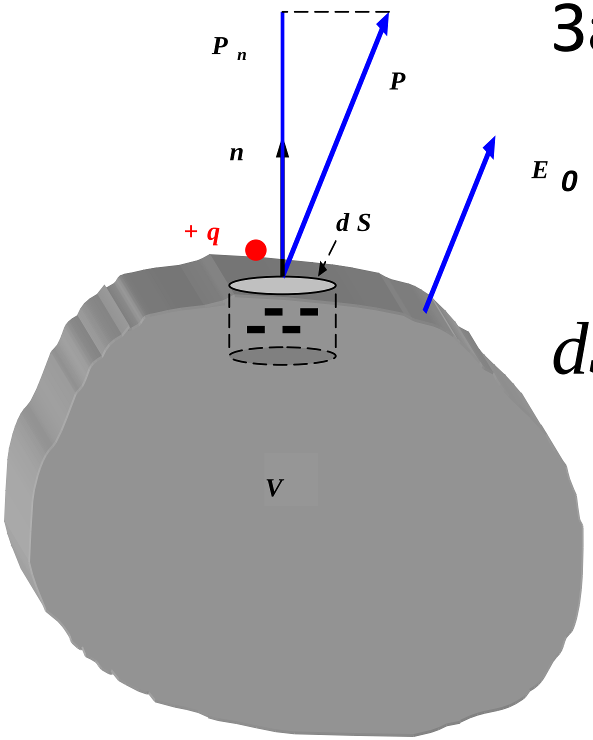


При включении поля через площадку *dS* в направлении вектора $\boldsymbol{E_0}$ сместятся положительные заряды, в объеме останутся отрицательные заряды.

Поверхностная плотность поляризационных зарядов

$$\sigma' = P_n$$

Закон Гаусса для вектора поляризации *P*



Заряд, прошедший через площадку dS:

$$dq = \sigma' \cdot dS = P_n \cdot dS = \vec{P} \cdot d\vec{S}$$

$dS \to 0$, в окрестностях площадки:

$$\boldsymbol{E_0} = const,\ \boldsymbol{P} = const.$$

Заряд, оставшийся в объеме под площадкой dS:

$$dq = -\vec{P} \cdot d\vec{S}$$

Закон Гаусса для вектора поляризации *P*

$$Q_{выш} = \sum q_{выш} = \oint_S dq = \oint_S \vec{P} d\vec{S}$$

$$Q_{связ} = \sum q_{связ} = -\sum q_{выш} = -\oint_S \vec{P} d\vec{S} = -\oint_S P_n dS$$

$$-Q_{поляриз} = \oint_S \vec{P} d\vec{S}$$

Закон Гаусса для вектора поляризации *P*

$$-Q_{поляриз} = \oint_S \vec{P} d\vec{S}$$

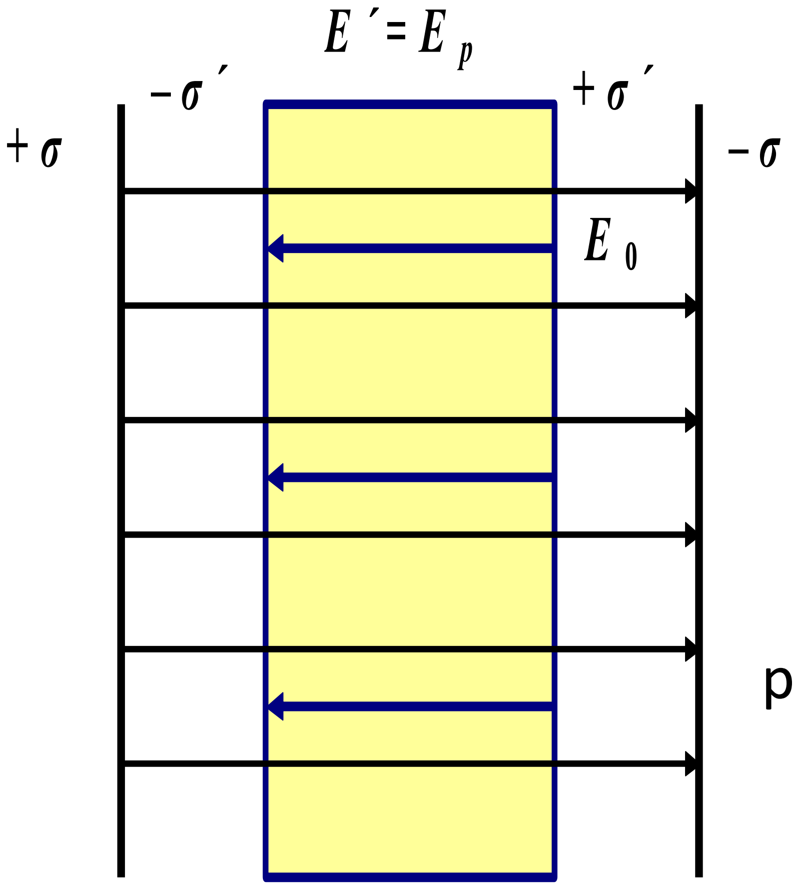
- Поток вектора поляризации ***P*** через произвольную замкнутую поверхность ***S*** равен взятому с обратным знаком поляризационному заряду диэлектрика в объеме, охватываемом этой поверхностью.

Вектор электростатической индукции.

- Поле в среде отличается от поля в вакууме тем, что оно создается как свободными, так и связанными (поляризационными) зарядами.
- Теорема Гаусса

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{q_{своб} + q_{пол}}{\varepsilon_0}$$

Вектор электростатической индукции.



Свободные заряды создают внешнее поляризующее поле $\boldsymbol{E}_0$, а связанные заряды – добавочное поле поляризованного диэлектрика $\boldsymbol{E}p$.

$$\vec{E}_p \uparrow\downarrow \vec{E}_0$$

результирующее поле в диэлектрике:

$$E = E_0 - E_p < E_0$$

Вектор электростатической индукции.

По теореме Гауса для векторов E и P:

$$\oint_S \varepsilon_0 \vec{E} d\vec{S} = q_{своб} + q_{пол} \qquad \oint_S \vec{P} d\vec{S} = -q_{пол}$$

$$\Rightarrow \oint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = q_{своб}$$

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$$

вектор ***электростатической индукции* (*электрического смещения*)**.

Закон Гаусса для вектора электростатической индукции

$$\boxed{\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q_{своб}}$$

Поток вектора электростатической (электрической) индукции через замкнутую поверхность ***S*** равен **алгебраической сумме** свободных зарядов, охватываемых этой поверхностью.

Закон Гаусса для вектора электростатической индукции

Закон Гаусса для вектора ***D*** в дифференциальном виде:

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \int_V div\vec{D}dV = \int_V \rho dV$$

$$div\vec{D} = \rho$$

Связь между векторами *D* и *E*

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \qquad \vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \chi \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}$$

$\boxed{\varepsilon = 1 + \chi}$ - ***относительная диэлектрическая проницаемость***.

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}}$$