

Проводники и диэлектрики в электрическом поле

Микро- и макрополя

Заряды (+ –)

- **связанные** – входят в состав атомов (молекул), под действием эл. поля они могут смещаться из положения равновесия, но не могут покинуть молекулу (атом);
- **сторонние** или **свободные**
 - не входят в состав атомов (молекул), но находятся в пределах диэлектрика,
 - заряды вне диэлектрика

Микро- и макрополя

Микроскопическое или **истинное** поле – суперпозиция (результат) поля сторонних зарядов ($\vec{E}_{стор}$) и поля связанных зарядов ($\vec{E}_{связ}$):

$$\vec{E}_{микро} = \vec{E}_{стор} + \vec{E}_{связ}$$

$$\vec{E}_{макро} = \langle \vec{E}_{микро} \rangle = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

Проводники и диэлектрики

- **Проводники** – это вещества, в которых свободные заряды перемещаются под действием электрического поля.
- **Металлы** (свободные заряды: электроны) – проводники **первого рода**
- **Электролиты и ионизированный газ** (свободные заряды: положительные и отрицательные ионы) – проводники **второго рода**, в них при протекании тока есть перенос вещества.

Проводники и диэлектрики

- **Диэлектрики (изоляторы)** – это вещества, не способные проводить электрический ток.

Удельное сопротивление диэлектриков в $10^{15} \div 10^{20}$ раз больше, чем у проводников.

Проводники и диэлектрики

Все положительные заряды молекул (атомов) можно заменить одним суммарным зарядом $+q$, помещенным в некоторую точку, называемую **центром тяжести положительных зарядов**,

её радиус-вектор:

$$\vec{r}_+ = \frac{\sum q_{i+} \vec{r}_{i+}}{q_+}$$

Центр тяжести отрицательных зарядов

$$\vec{r}_- = \frac{\sum q_{i-} \vec{r}_{i-}}{q_-}$$

Проводники и диэлектрики

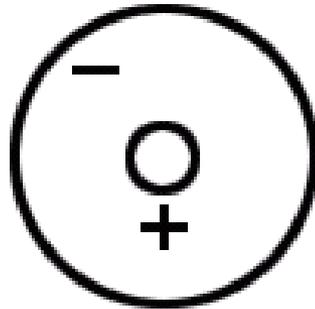
- Молекулу в первом приближении можно рассматривать как диполь (дипольный момент $\vec{p} = |q|\vec{l}$)
- Диэлектрики в зависимости от строения их молекул и внутренней структуры можно разделить на
 - 1) *Неполярные диэлектрики*
 - 2) *Полярные диэлектрики*
 - 3) *Ионные диэлектрики*

Проводники и диэлектрики

1) неполярные диэлектрики (H_2 , N_2 , O_2 , CO_2 ...)

молекула имеет симметричное строение

$$E_0 = 0$$



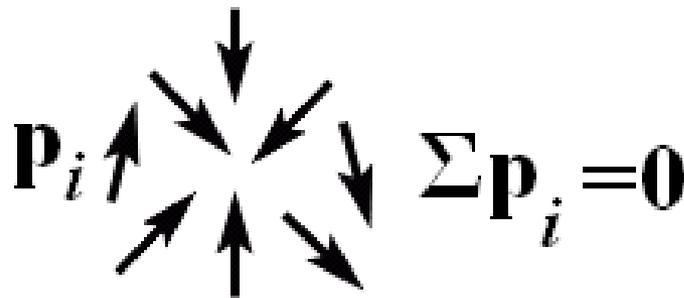
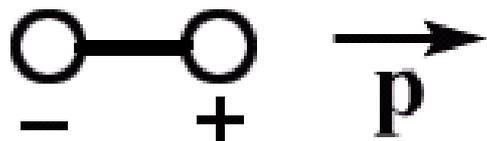
$$\vec{p} = 0$$

Проводники и диэлектрики

- 2) **Полярные диэлектрики** (H_2O , NH_3 , SO_2 , CO ...) – молекула имеет не симметричное строение, то есть центры тяжести + и - зарядов в отсутствие внешнего электрического поля не совпадают, следовательно, молекула обладает дипольным моментом.

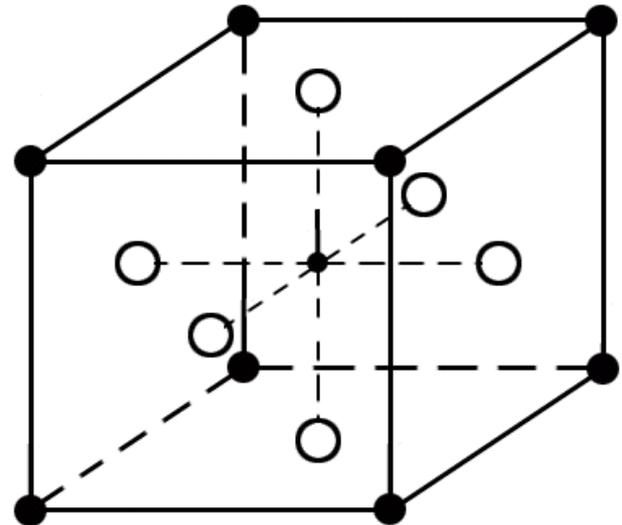
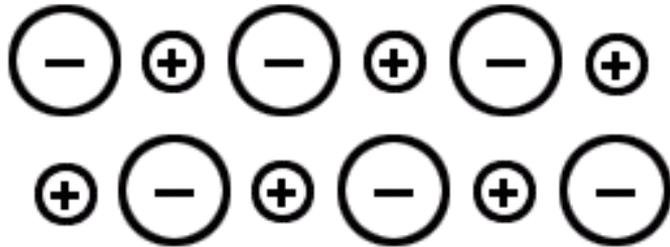
При отсутствии внешнего электрического поля $\sum p_i = 0$

$$E_0 = 0$$



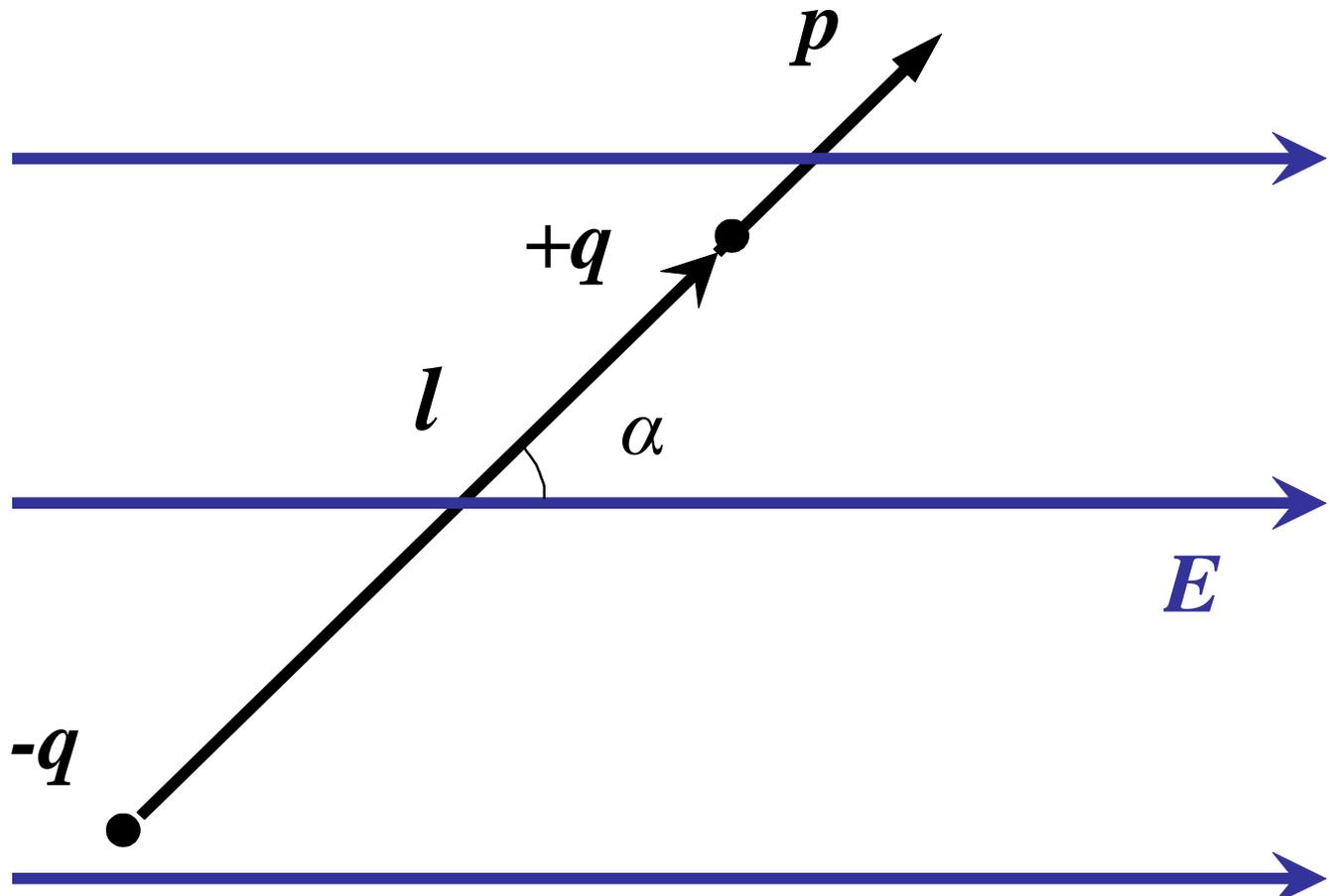
Проводники и диэлектрики

- 3) *Ионные диэлектрики* (NaCl, KCl, KBr) – молекулы имеют ионное строение, а диэлектрик представляет собой ионную кристаллическую решетку с чередованием ионов разных знаков.



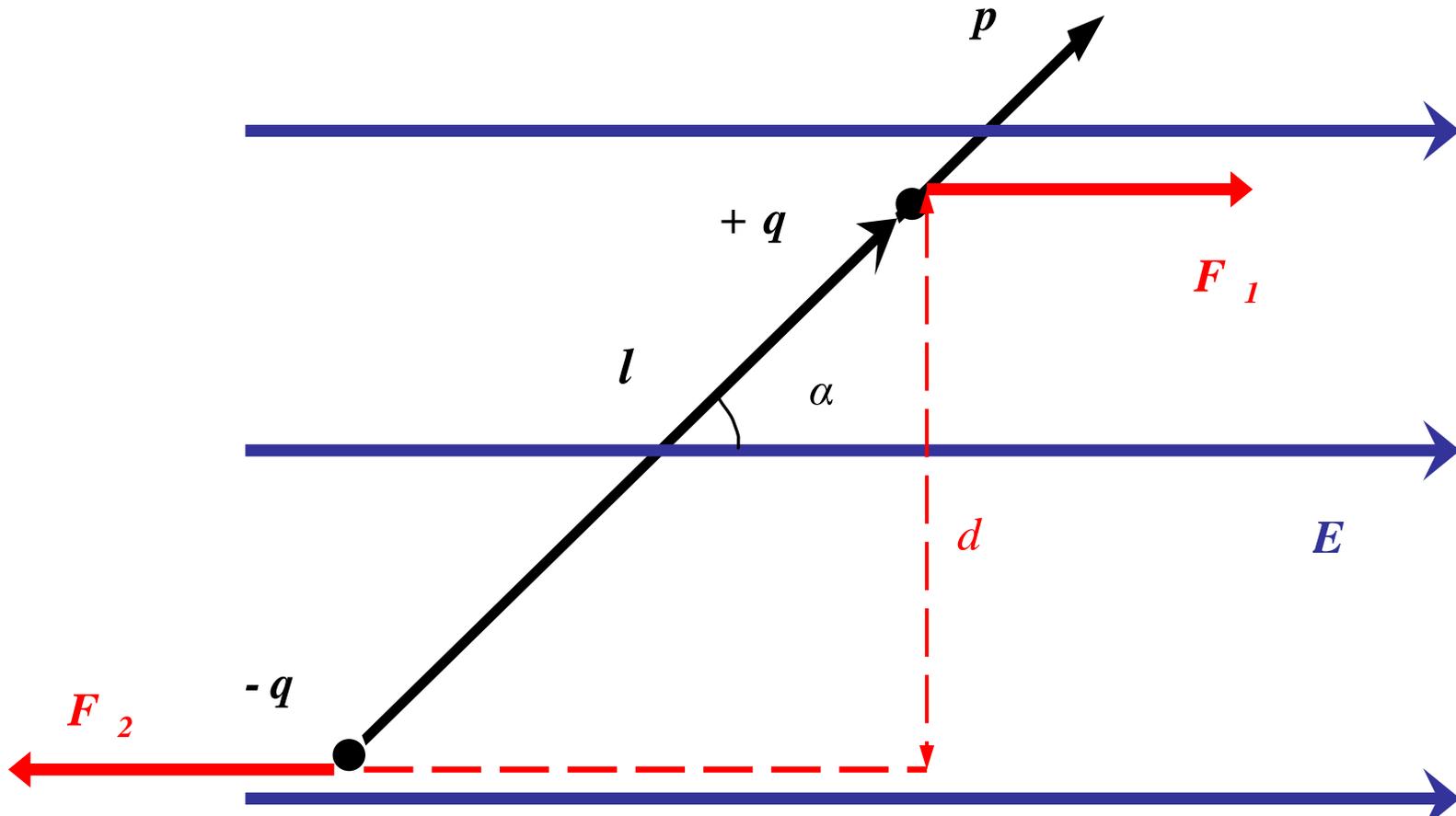
Диполь в электрическом поле

- Диполь находится в **однородном** электрическом поле ($E = const$).

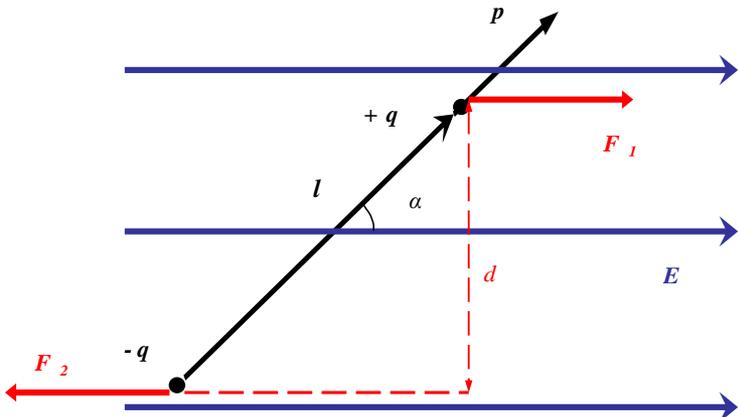


Диполь в электрическом поле

- Диполь находится в **однородном** электрическом поле ($E = const$).



Диполь в электрическом поле



Вращающий момент

$$M = Fd$$

$$M = Fl \sin \alpha$$

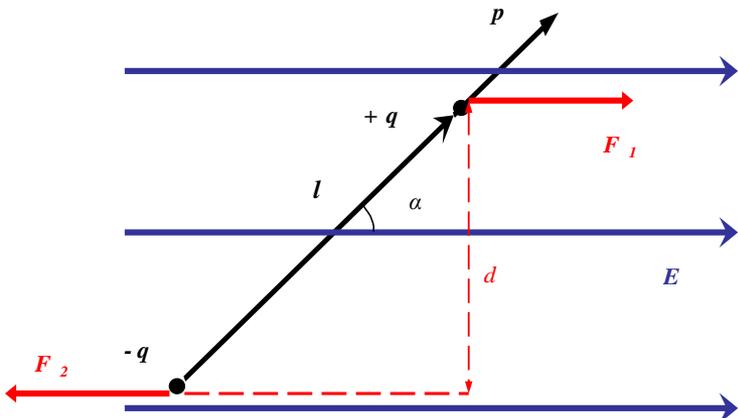
$$M = qEl \sin \alpha = qlE \sin \alpha,$$

$$\vec{p}_l = ql.$$

$$\vec{M} = [\vec{p}_l, \vec{E}]$$

Вращающий момент \mathbf{M} стремится повернуть диполь и установить его так, чтобы $\vec{p}_l \uparrow \uparrow \vec{E}$

Диполь в электрическом поле



Работа против сил,
действующих на диполь

$$dA = Md\alpha = pE \sin \alpha d\alpha$$

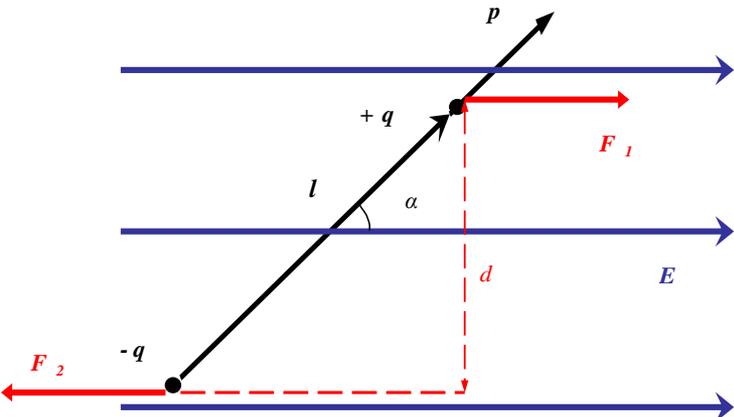
Работа идет на увеличение потенциальной энергии W ,
которой обладает диполь в электрическом поле:

$$dW = pE \sin \alpha d\alpha$$

$$W = -pE \cos \alpha + const$$

$$W = -pE \cos \alpha = -(\vec{p}\vec{E})$$

Диполь в электрическом поле



- Поле **неоднородное** ($E \neq const$), то помимо вращающего момента на диполь действует сила

$$F = F_2 - F_1 = q(E_2 - E_1) = q \frac{\partial E}{\partial l} l = p_l \frac{\partial E}{\partial l}$$

$$\vec{F} = p_l \frac{\partial \vec{E}}{\partial l}$$

Под действием этой силы диполь стремится переместиться в область наибольшей напряженности E электрического поля.

$$\vec{F} = \overline{grad}(\vec{p}_l \cdot \vec{E})$$

Поляризация диэлектриков

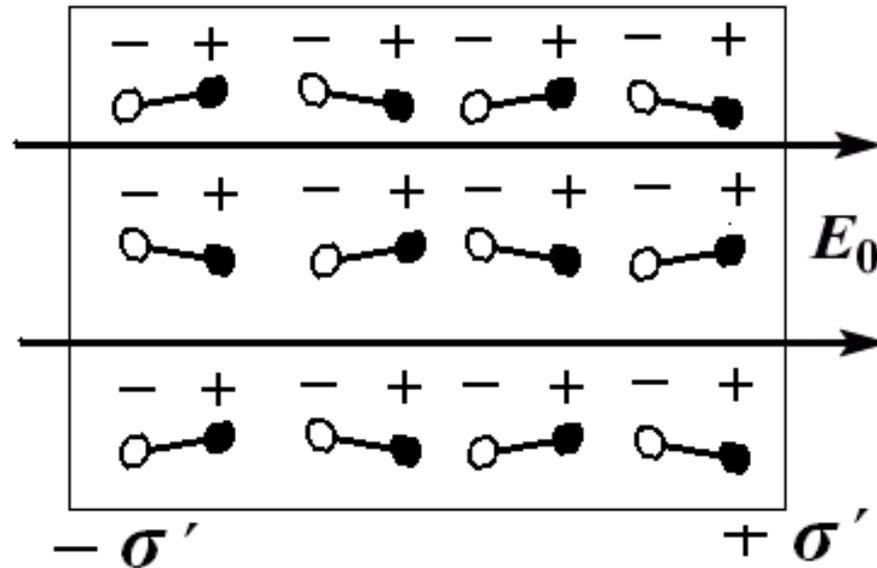
Поляризация диэлектриков – процесс ориентации диполей или появления под действием внешнего электрического поля E_0 ориентированных по полю диполей.

В зависимости от типа диэлектриков будет различаться вид поляризации.

Поляризация диэлектриков

полярные диэлектрики

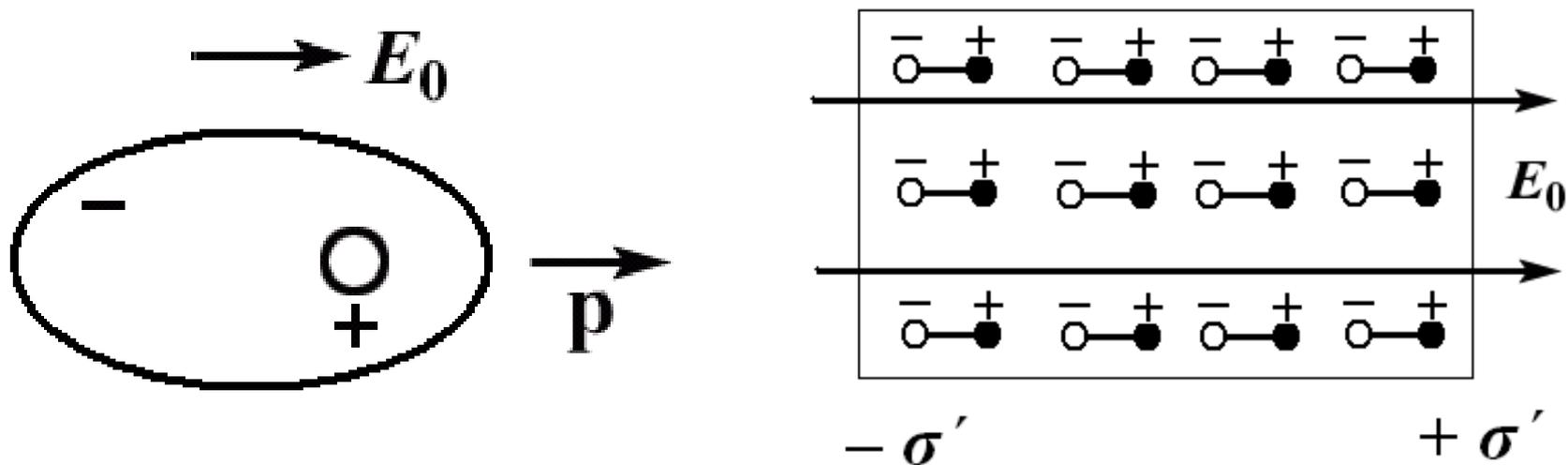
ориентационная (дипольная) поляризация



Поляризация диэлектриков

Неполярные диэлектрики

электронная (деформационная) поляризация



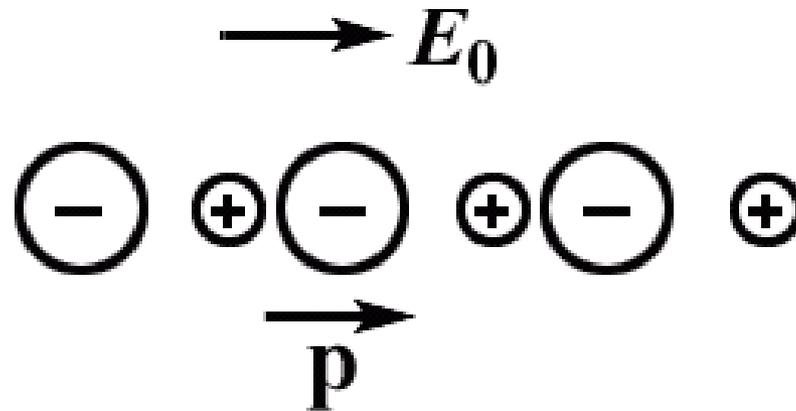
$$\vec{p} = \alpha \epsilon_0 \vec{E},$$

α — поляризуемость молекулы

Поляризация диэлектриков

ионные диэлектрики

ионная поляризация



Поляризованность (вектор поляризации)

- Дипольный момент диэлектрика

$$\vec{p}_V = \sum_i \vec{p}_{li}$$

p_{li} — дипольный момент одной молекулы.

Поляризованность диэлектрика — дипольный момент единичного объема:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_V}{V} = \frac{\sum_i \vec{p}_{li}}{V} \quad [(\text{Кл} \cdot \text{м})/\text{м}^3 = \text{Кл}/\text{м}^2].$$

Поляризованность (вектор поляризации)

- Для изотропного диэлектрика с неполярными молекулами:

$$\vec{P} = \vec{p}_l \cdot n = \alpha \varepsilon_0 n \vec{E} = \chi \varepsilon_0 \vec{E},$$

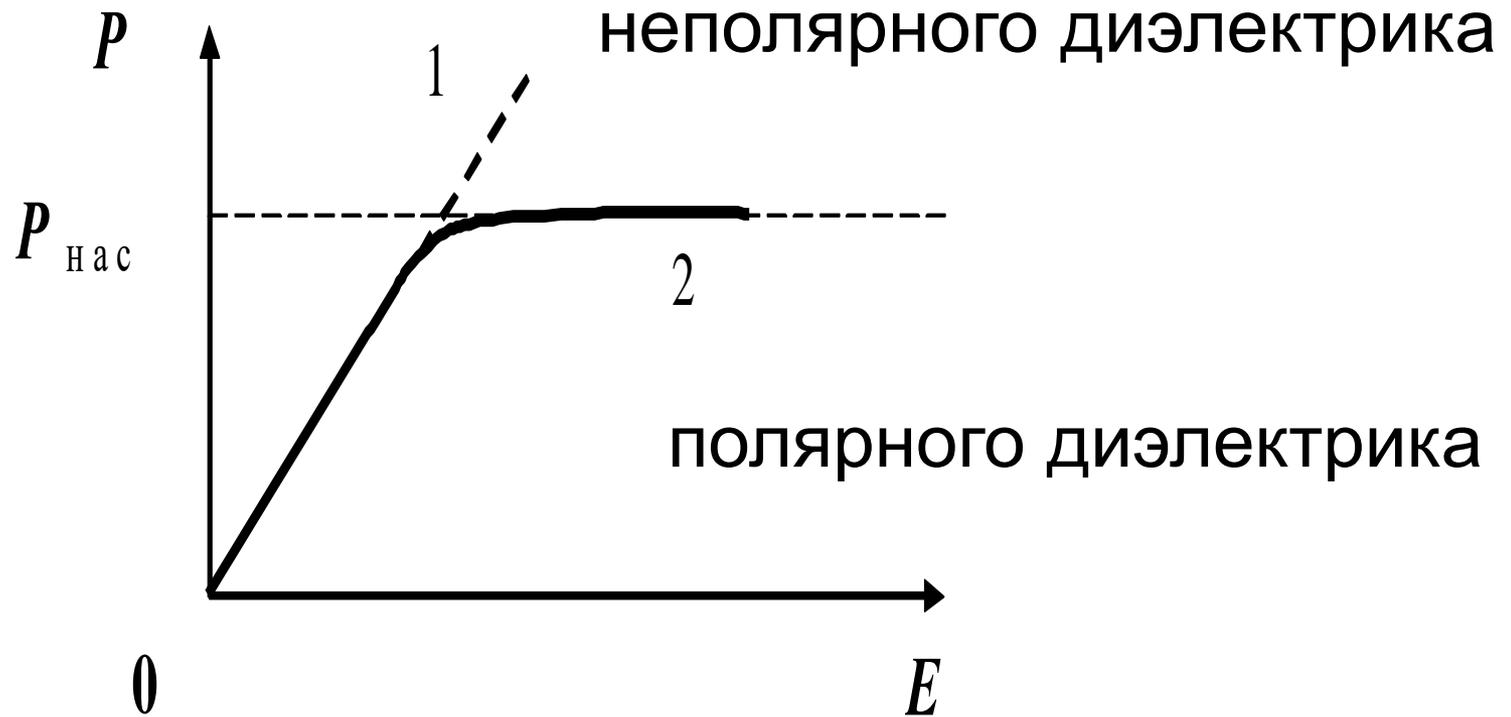
где n – концентрация молекул

$$\chi = \alpha \cdot n$$

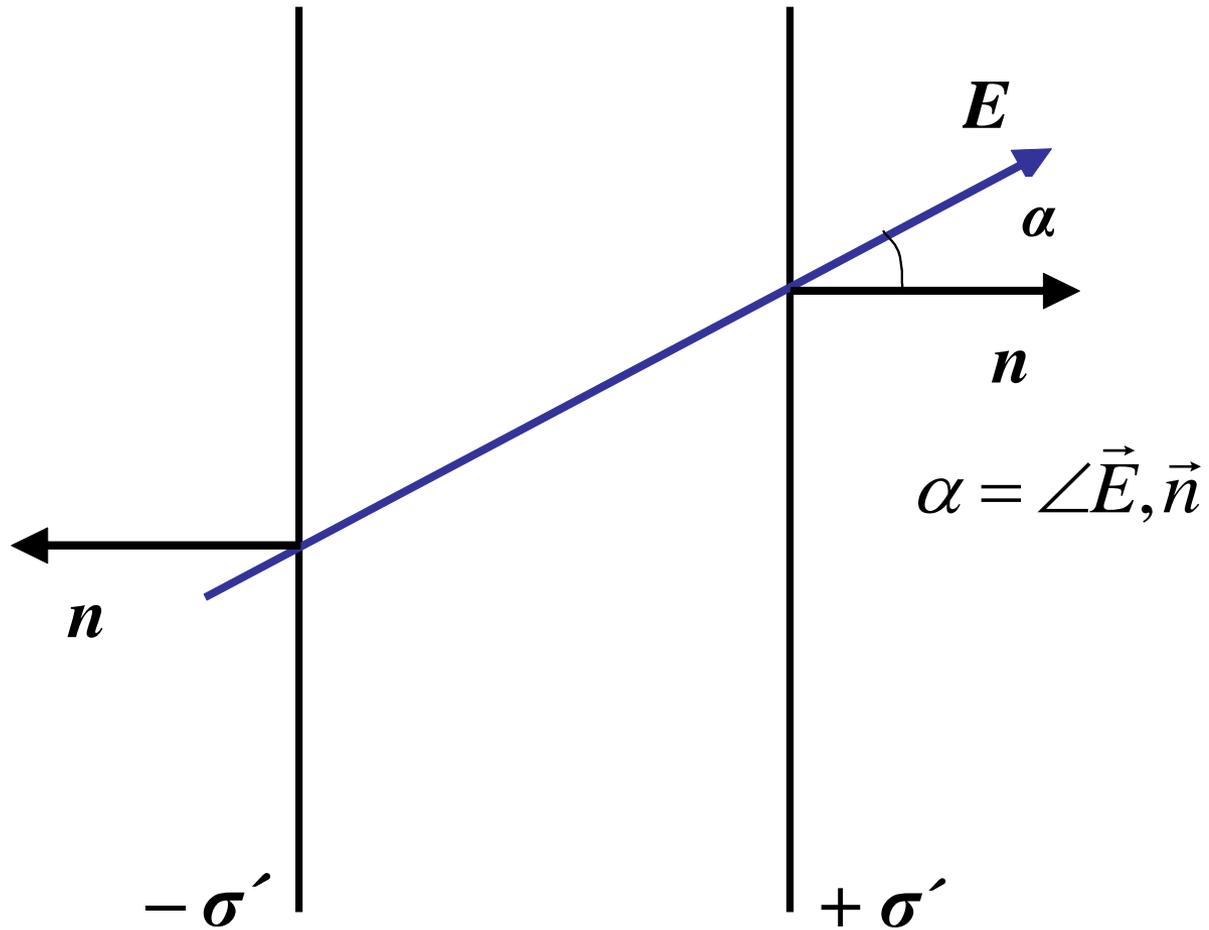
**диэлектрической
восприимчивостью**

Поляризованность (вектор поляризации)

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E},$$

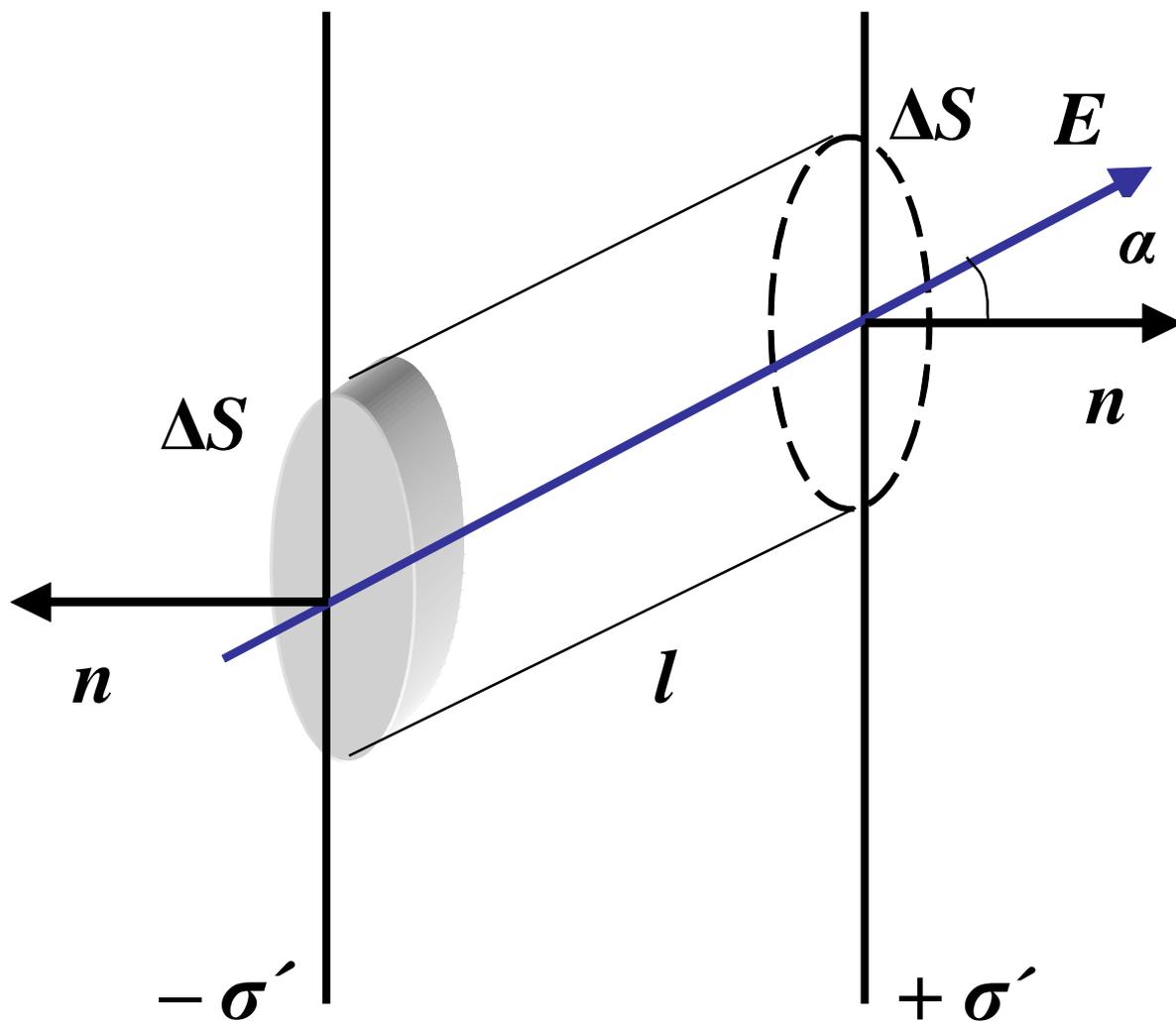


Связь между вектором P и σ'



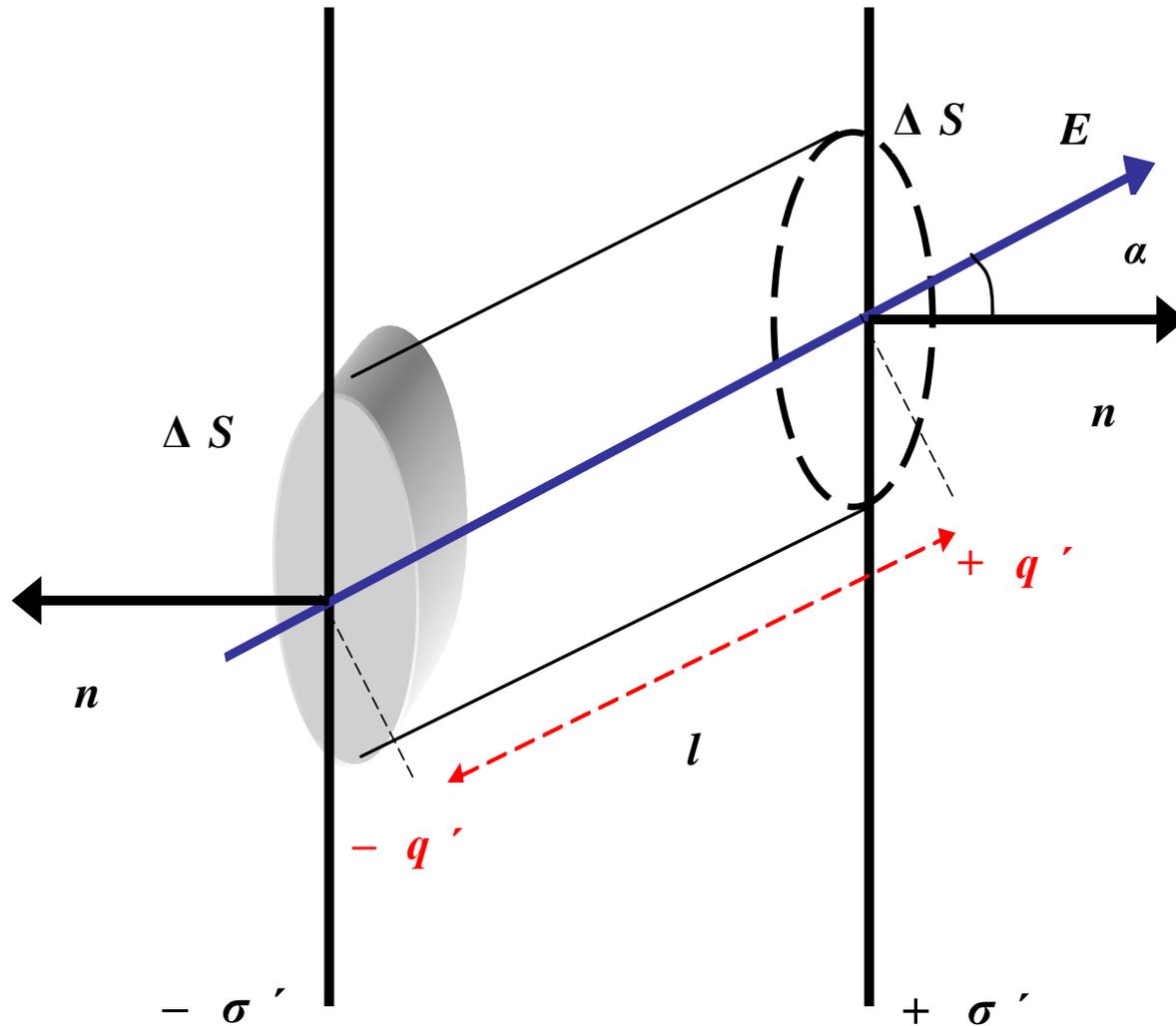
Однородная диэлектрическая пластинка

Связь между вектором P и σ



Однородная диэлектрическая пластинка

Связь между вектором P и σ



Однородная диэлектрическая пластинка

Связь между вектором P и σ

$$\Delta V = \Delta S_{\perp} \cdot l = \Delta S \cdot l \cos \alpha$$

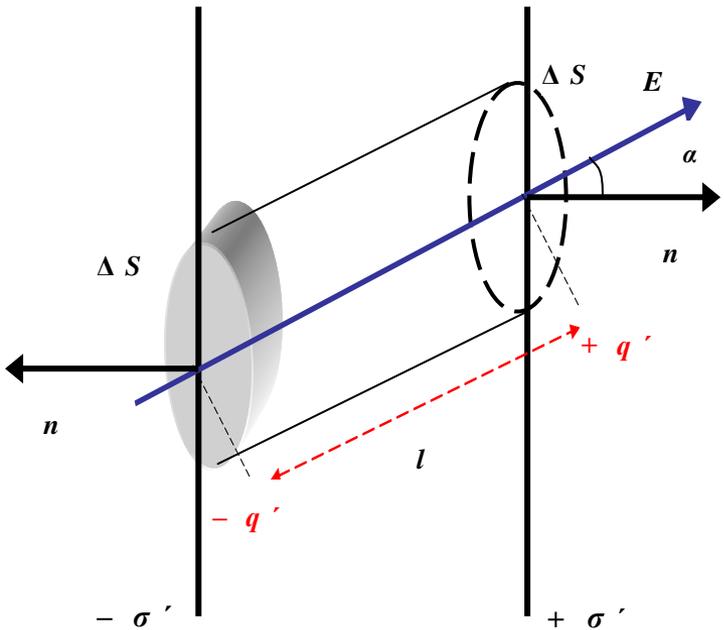
$$p_l = q \cdot l = \sigma' \cdot \Delta S \cdot l$$

$$P = \frac{p_l}{\Delta V}$$

$$p_l = P \cdot \Delta V = P \cdot \Delta S \cdot l \cos \alpha$$

$$P \cos \alpha = \sigma' \quad \Rightarrow \quad P_n = \sigma'$$

$$P_n = \sigma' = \chi \varepsilon_0 E$$



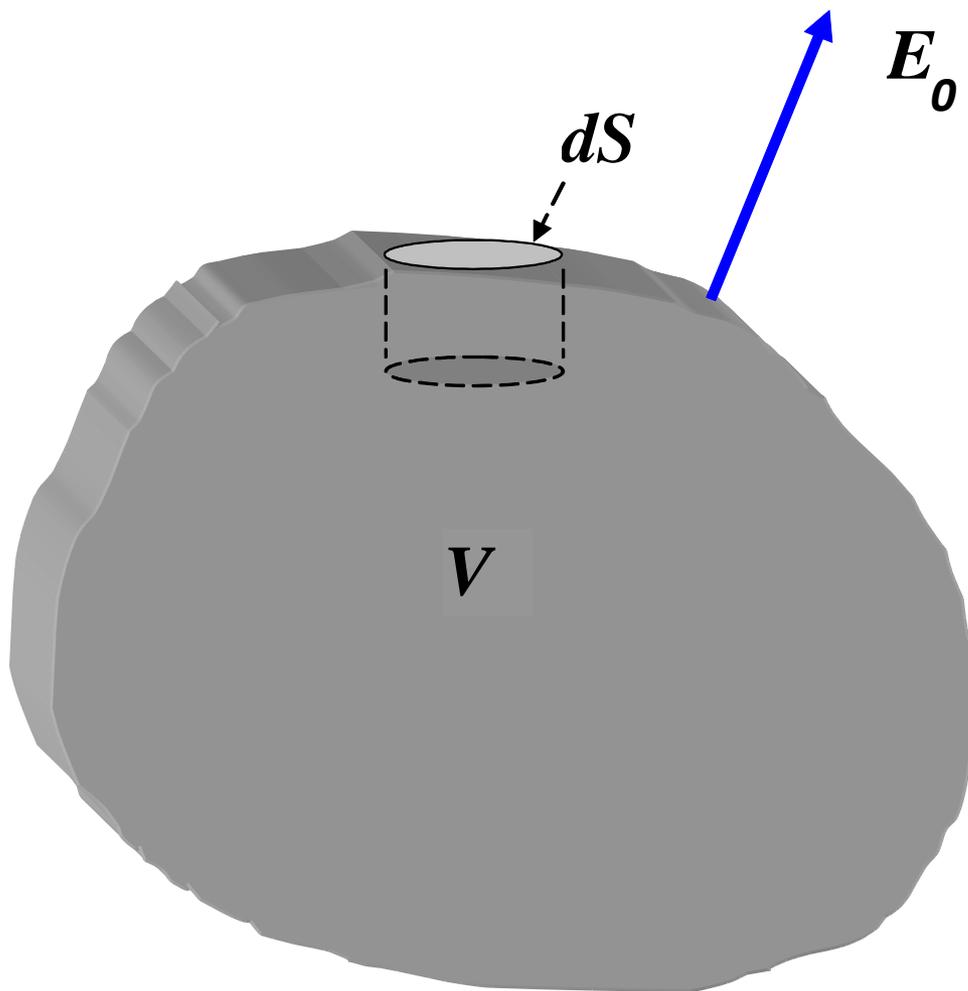
Связь между вектором P и σ

$$P_n = \sigma' = \chi \varepsilon_0 E$$

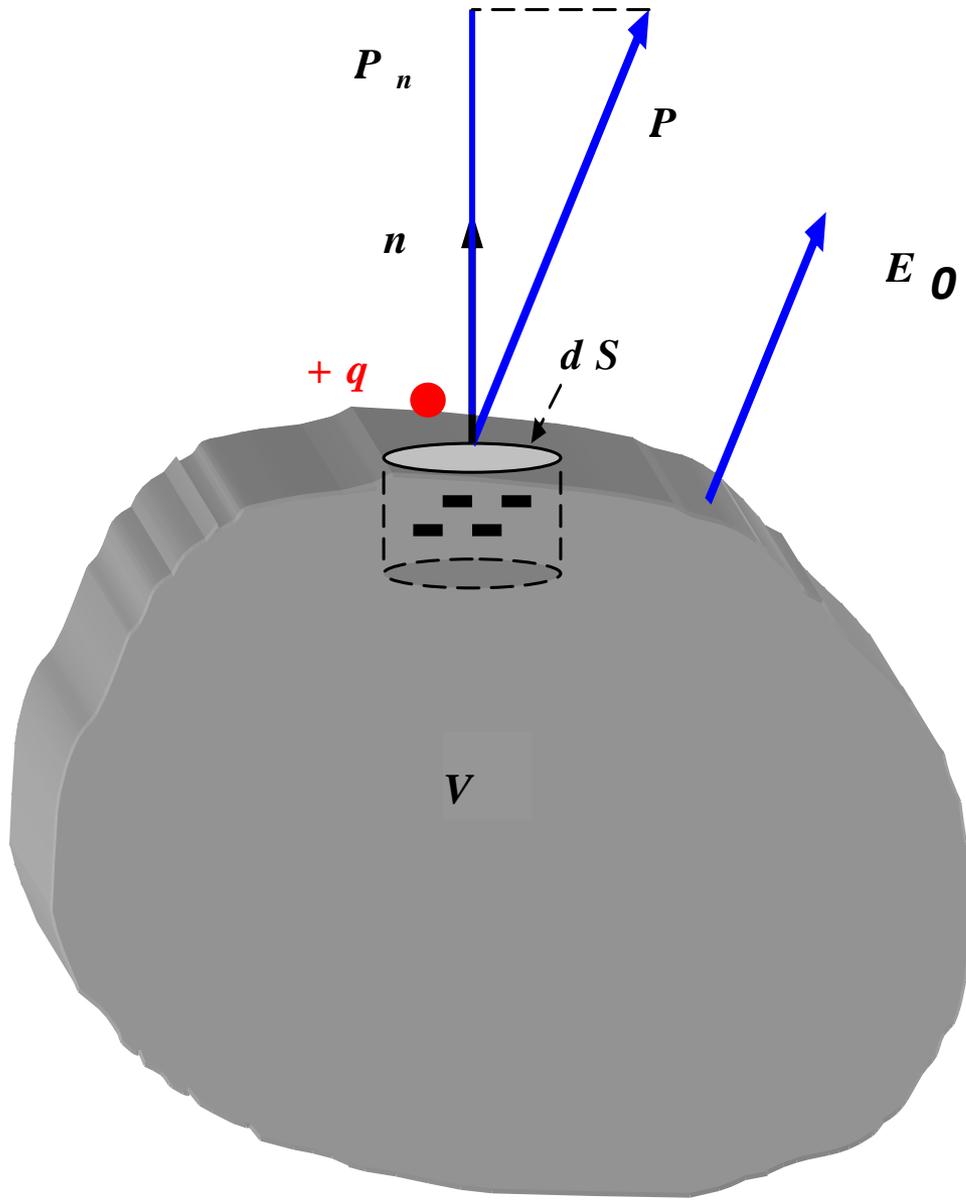
- P_n – проекция вектора поляризованности на внешнюю нормаль к поверхности диэлектрика.
- P_n численно равна электрическому заряду, смещаемому через единичную площадку в направлении положительной нормали к ней.

Закон Гаусса для вектора поляризации P

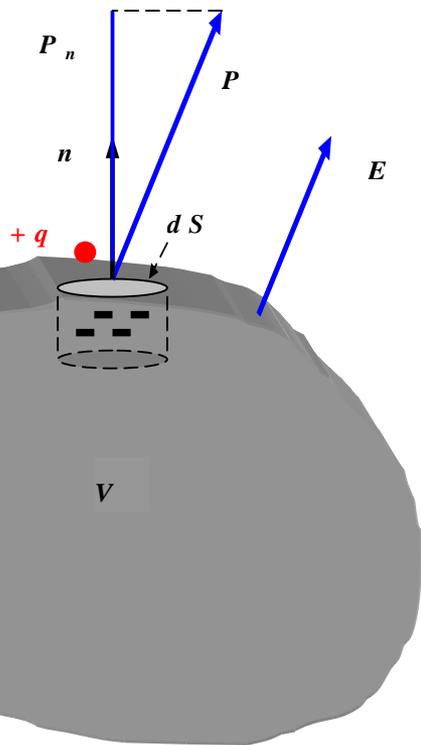
Закон Гаусса для вектора поляризации P



Закон Гаусса для вектора поляризации P



Закон Гаусса для вектора поляризации P



При включении поля через площадку dS в направлении вектора E_0 сместятся положительные заряды, в объеме останутся отрицательные заряды.

Поверхностная плотность поляризационных зарядов

$$\sigma' = P_n$$

Закон Гаусса для вектора поляризации P

Заряд, прошедший через площадку dS :

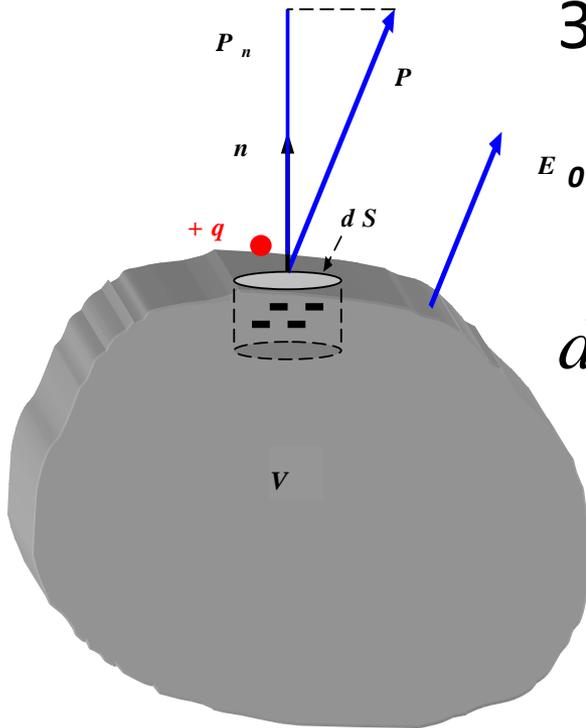
$$dq = \sigma' \cdot dS = P_n \cdot dS = \vec{P} \cdot d\vec{S}$$

$dS \rightarrow 0$, в окрестностях площадки:

$$E_0 = \text{const}, P = \text{const}.$$

Заряд, оставшийся в объеме под площадкой dS :

$$dq = -\vec{P} \cdot d\vec{S}$$



Закон Гаусса для вектора поляризации \vec{P}

$$Q_{\text{выш}} = \sum q_{\text{выш}} = \oint_S dq = \oint_S \vec{P} d\vec{S}$$

$$Q_{\text{связ}} = \sum q_{\text{связ}} = - \sum q_{\text{выш}} = - \oint_S \vec{P} d\vec{S} = - \oint_S P_n dS$$

$$-Q_{\text{поляриз}} = \oint_S \vec{P} d\vec{S}$$

Закон Гаусса для вектора поляризации \mathbf{P}

$$-Q_{\text{поляриз}} = \oint_S \vec{P} d\vec{S}$$

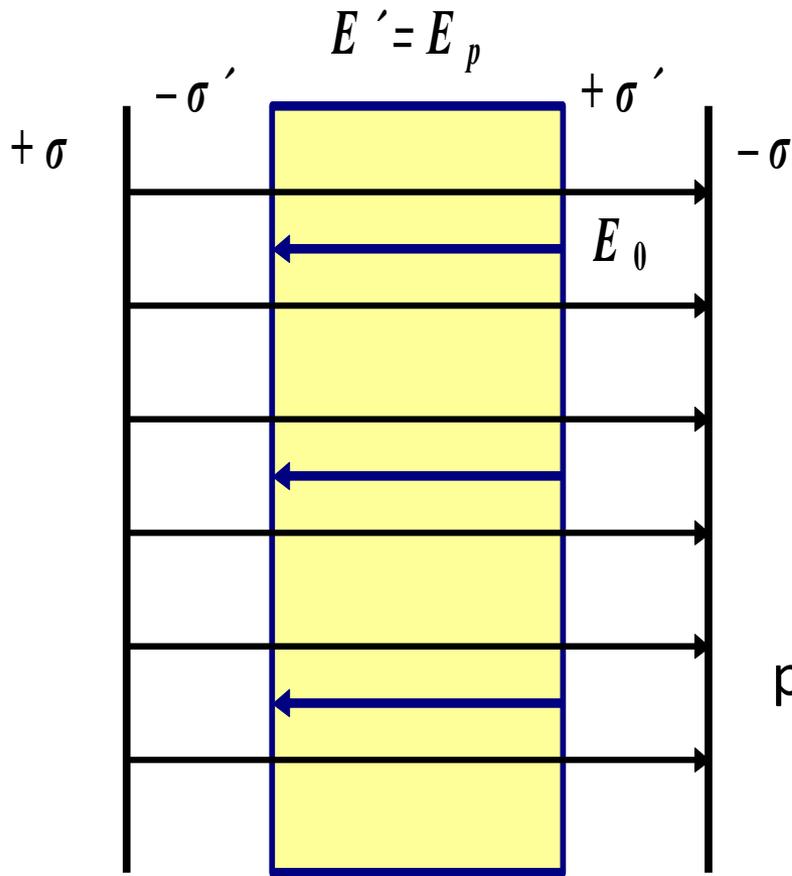
- Поток вектора поляризации \mathbf{P} через произвольную замкнутую поверхность S равен взятому с обратным знаком поляризационному заряду диэлектрика в объеме, охватываемом этой поверхностью.

Вектор электростатической индукции.

- Поле в среде отличается от поля в вакууме тем, что оно создается как **свободными**, так и **связанными (поляризационными)** зарядами.
- Теорема Гаусса

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q_{\text{своб}} + q_{\text{пол}}}{\epsilon_0}$$

Вектор электростатической индукции.



Свободные заряды создают внешнее поляризующее поле E_0 , а связанные заряды – добавочное поле поляризованного диэлектрика E_p .

$$\vec{E}_p \uparrow \downarrow \vec{E}_0$$

результатирующее поле в диэлектрике:

$$E = E_0 - E_p < E_0$$

Вектор электростатической индукции.

По теореме Гауса для векторов E и P :

$$\oint_S \varepsilon_0 \vec{E} d\vec{S} = q_{\text{своб}} + q_{\text{пол}} \quad \oint_S \vec{P} d\vec{S} = -q_{\text{пол}}$$

$$\Rightarrow \oint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = q_{\text{своб}}$$

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$$

вектор **электростатической индукции**
(электрического смещения).

Закон Гаусса для вектора электростатической индукции

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q_{\text{своб}}$$

Поток вектора электростатической (электрической) индукции через замкнутую поверхность S **равен алгебраической сумме свободных зарядов**, охватываемых этой поверхностью.

Закон Гаусса для вектора электростатической индукции

Закон Гаусса для вектора \mathbf{D} в дифференциальном виде:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \operatorname{div} \vec{D} dV = \int_V \rho dV$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

Связь между векторами D и E

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \qquad \vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \chi \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \vec{E}$$

$$\boxed{\varepsilon = 1 + \chi}$$

- **относительная диэлектрическая проницаемость.**

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}}$$

Связь между векторами D и E

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$$

Вектор D характеризует установившееся **электрическое поле**, создаваемое свободными зарядами, но при таком их распределении, какое имеет место при наличии диэлектрика.