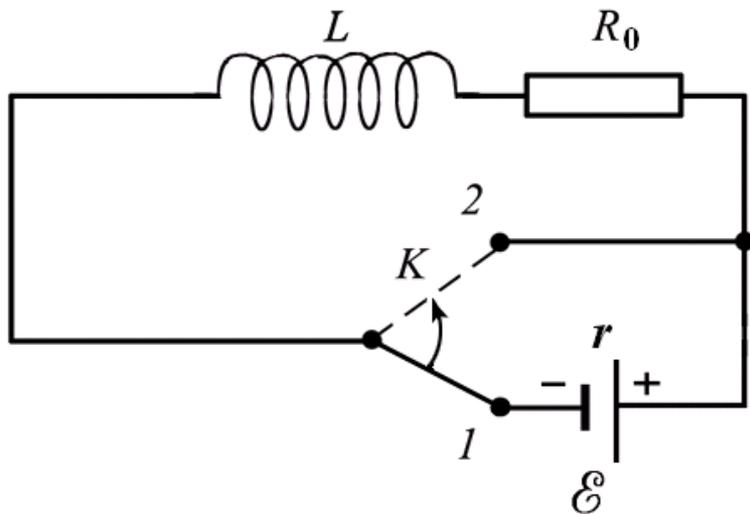


# **Экстратоки замыкания и размыкания**

## Экстратоки замыкания и размыкания

По правилу Ленца при включении и выключении тока в цепи, содержащей индуктивность  $L$ , возникает ток самоиндукции  $I_S$ , который направлен так, чтобы препятствовать изменению тока  $I$  в цепи.

## Экстратоки размыкания



$r$  обычно мало и  $R \approx R_0$

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = \int_0^t -\frac{R}{L} dt$$

Ключ  $K$  в положении 1:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}, \quad R = R_0 + r.$$

Ключ  $K$  в положении 2

(размыкание цепи):

Возникает  $\mathcal{E}_S$  и обусловленный ею ток

$$I = I_S = \frac{\mathcal{E}_S}{R} = -\frac{1}{R} L \frac{dI}{dt}$$

$$\ln I \Big|_{I_0}^I = -\frac{R}{L} t \quad \Rightarrow I = I_0 e^{-\frac{R}{L} t}$$

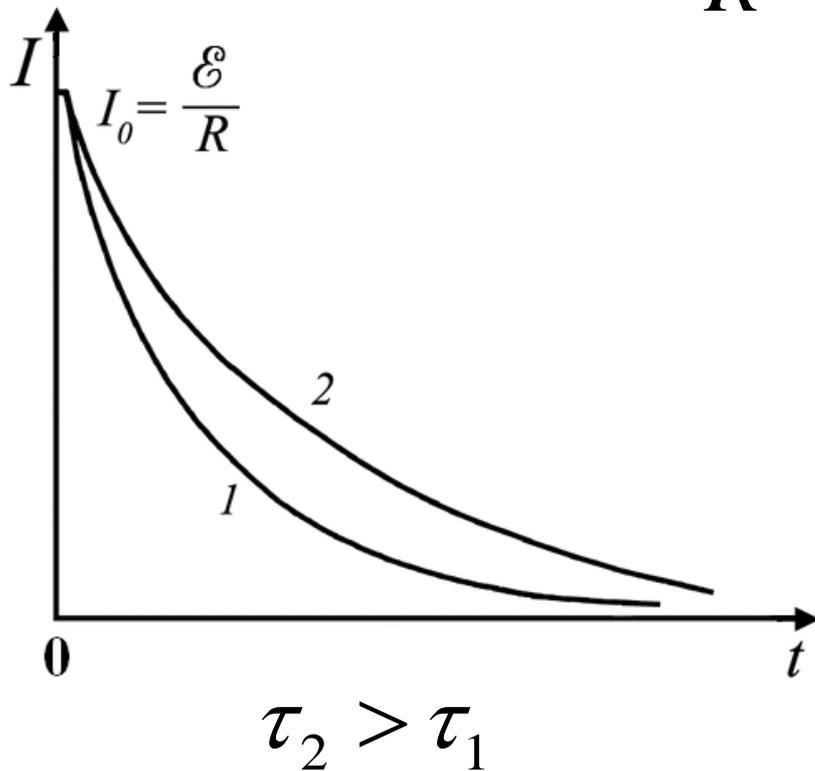
## Экстратоки размыкания

$$\tau = \frac{L}{R}$$

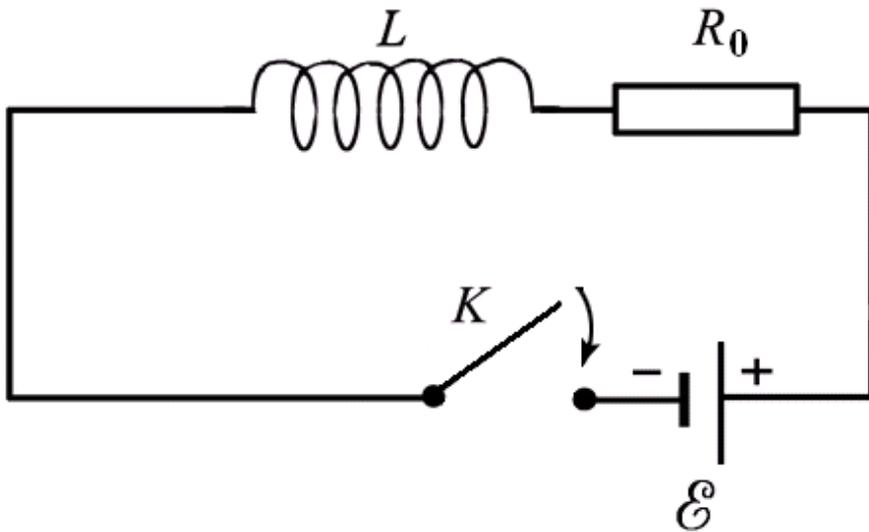
- постоянная, называемая **временем релаксации** – время, в течение которого сила тока  $I$  уменьшается в  $e$  раз.

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Чем больше  $L$ , тем больше  $\tau$ , и тем медленнее уменьшается ток  $I$ .



## Экстратоки замыкания



При *замыкании цепи*  
помимо внешней э.д.с.  
возникает э.д.с.  
самоиндукции.

$$I = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_s}{R} = \frac{\mathcal{E} - L \frac{dI}{dt}}{R} = \underbrace{I_0}_{\mathcal{E}/R} - \frac{L}{R} \frac{dI}{dt} \quad \frac{dI}{I - I_0} = -\frac{R}{L} dt$$

Замена переменных:  $I - \underbrace{I_0}_{const} = \underset{\text{переменная}}{i} \Rightarrow dI = di$

## Экстратоки замыкания

$$\int_{i_0}^i \frac{di}{i} = \int_0^t -\frac{1}{\tau} dt \quad \ln i \Big|_{i_0}^i = -\frac{t}{\tau} \Big|_0^t \quad \ln i \Big|_{-I_0}^{I-I_0} = -\frac{t}{\tau}$$

В момент замыкания  $t = 0$  сила тока  $I = 0$ , переменная  $i_0 = -I_0$  ;  
в момент времени  $t$  сила тока  $I$ , переменная  $i = I - I_0$

$$\ln \frac{I - I_0}{-I_0} = -\frac{t}{\tau} \quad \frac{I - I_0}{-I_0} = e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I - I_0 = -I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad I = I_0 - I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

# Экстратоки замыкания

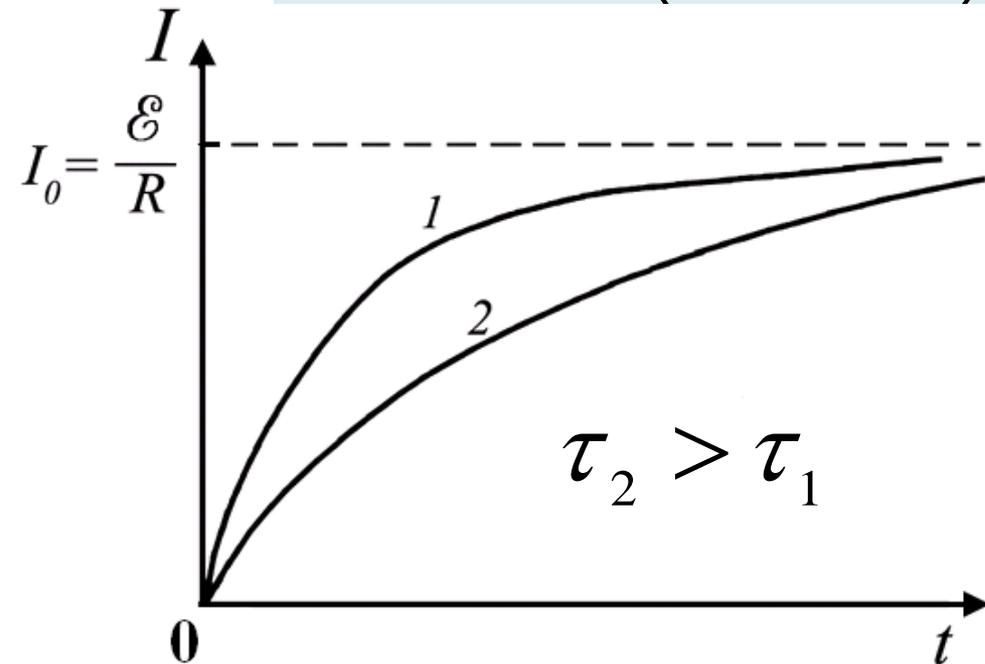
$$I = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$I_0$  – установившийся ток.

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Установление тока происходит тем быстрее, чем меньше  $L$  цепи и больше её сопротивление  $R$

$$\tau = \frac{L}{R}$$



## Экстратоки замыкания и размыкания

$$r \text{ обычно мало и } R \approx R_0 \quad \Rightarrow \quad I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_0}$$

При *отключении источника э.д.с.*

*(размыкание цепи)* ток изменяется по закону

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{\mathcal{E}}{R_0} e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R_0} \frac{LR}{L} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{R}{R_0} \mathcal{E} e^{-\frac{R}{L}t}$$

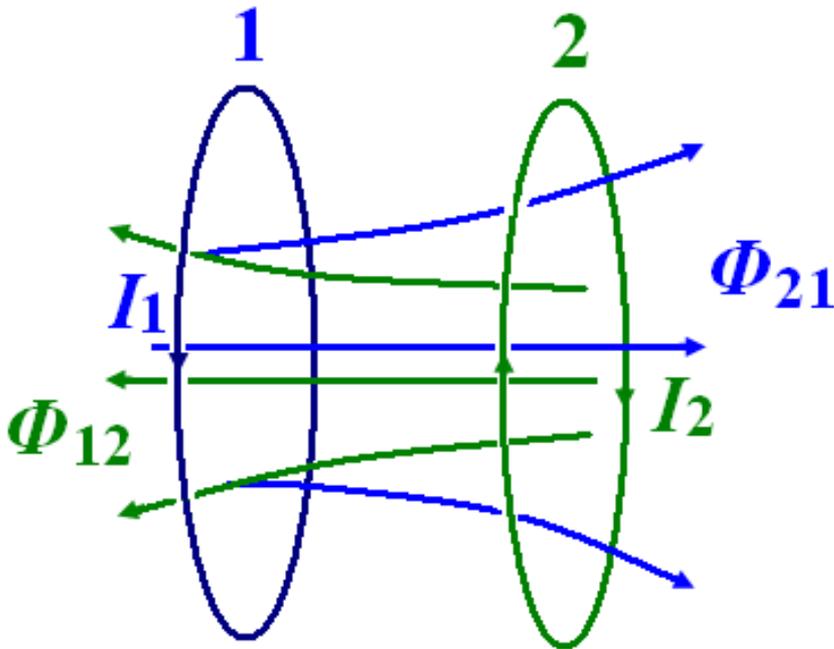
## Экстратоки замыкания и размыкания

$$\mathcal{E}_s = \frac{R}{R_0} \mathcal{E} e^{-\frac{R}{L}t}$$

Если цепь переключается на очень большое внешнее сопротивление  $R$ , например, происходит разрыв цепи ( $R \gg R_0$ ), то  $\mathcal{E}_s$  может стать огромным и образуется вольтова дуга между разомкнутыми концами выключателя.

# Взаимная индукция

Два контура.



Магнитный поток, образованный контуром 1, пронизывает контур 2:

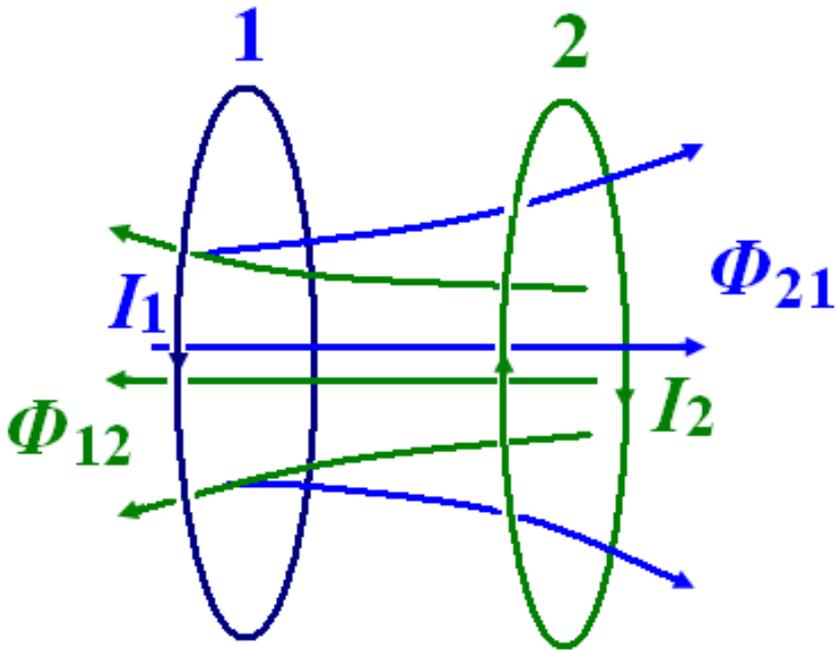
$$\Phi_{21} = L_{21}I_1$$

$L_{21}$  – коэффициент пропорциональности.

Если  $I_1$  изменяется, то в контуре 2 индуцируется э.д.с.

$$\mathcal{E}_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

# Взаимная индукция



Аналогично, если в контуре 2 изменяется  $I_2$ , то в первом контуре изменение магнитного потока индуцирует э.д.с.:

$$\mathcal{E}_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

Явление возникновения э.д.с. в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется **взаимной индукцией**.

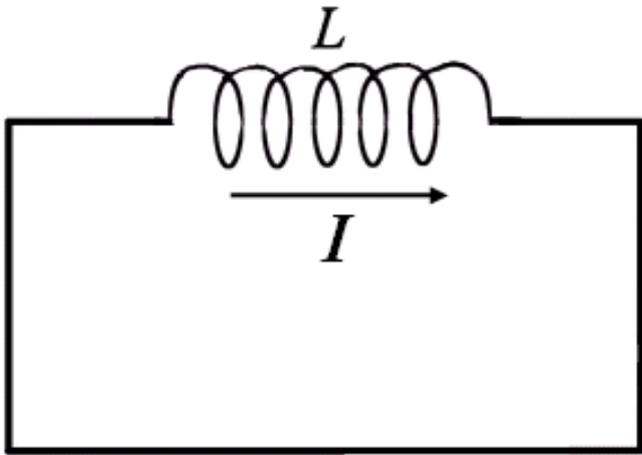
## Взаимная индукция

Коэффициенты  $L_{12} = L_{21}$  – *взаимная индуктивность* контуров зависит от

1. геометрической формы,
2. размеров,
3. взаимного расположения,
4. магнитной проницаемости среды  $\mu$ .

## Энергия магнитного поля.

### Объемная плотность энергии магнитного поля



Энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается током на создание этого поля.

Работа, обусловленная индукционными явлениями

$$dA = \mathcal{E}_s \underbrace{Idt}_{dq} = -L \frac{dI}{dt} Idt = -LI dI$$

## Энергия магнитного поля

Работа  $dA$  затрачивается на изменение магнитного потока на величину  $d\Phi$ .

Работа по созданию магнитного потока  $\Phi$ :

$$A = W = \int dA = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}$$

## Объемная плотность энергии магнитного поля

$$\omega = \frac{W}{V}$$

Найдем  $\omega$  на примере соленоида

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l} \\ B &= \frac{\mu\mu_0 NI}{l} \Rightarrow I = \frac{Bl}{\mu\mu_0 N} \\ B &= \mu\mu_0 H \end{aligned} \right\} \begin{aligned} W &= \frac{LI^2}{2} = \\ &= \frac{1}{2} \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l} \frac{B^2 l^2}{\mu^2 \mu_0^2 N^2} \\ &= \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \cdot V = \frac{BH}{2} \cdot V \end{aligned}$$

## Объемная плотность энергии магнитного поля

Магнитное поле соленоида однородное и сосредоточено внутри него.

Энергия распределена в соленоиде с постоянной объемной плотностью

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{BH}{2}$$

Для электрического поля  $\omega = \frac{ED}{2}$

$D$  - вектор **электростатической индукции**

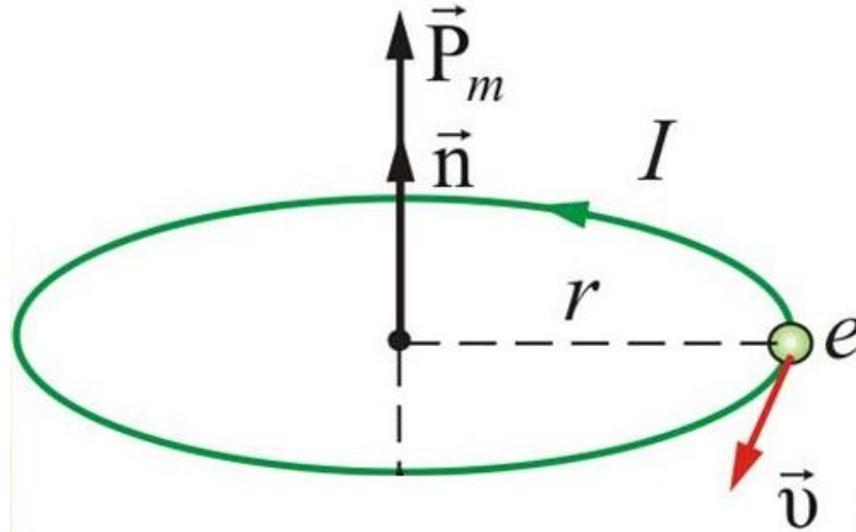
# **Магнитные свойства вещества**

**Магнитное поле в веществе**

## Магнитное поле в веществе

- Все вещества в той или иной мере взаимодействуют с магнитным полем. У некоторых материалов магнитные свойства сохраняются и в отсутствие внешнего магнитного поля.
- *Причина намагничивания материалов - **токи**, циркулирующие внутри атомов – движение электронов в атомах - «**амперовские токи**».*

## Магнитное поле в веществе



В отсутствие внешнего магнитного поля магнитные моменты  $\vec{P}_m$  атомов вещества ориентированы обычно беспорядочно, так что создаваемые ими магнитные поля компенсируют друг друга.

## Магнитное поле в веществе

При наложении *внешнего магнитного поля* атомы стремятся сориентироваться своими магнитными моментами  $\vec{P}_m$  **по направлению внешнего магнитного поля**, и тогда компенсация магнитных моментов нарушается, тело приобретает магнитные свойства – ***намагничивается.***

***Все тела способны намагничиваться*** в той или иной степени, т.е. создавать собственное магнитное поле (которое накладывается на внешнее магнитное поле).

***Магнитные свойства вещества определяются магнитными свойствами электронов и атомов.***

## Магнитное поле в веществе

Электрон движется в атоме по круговой орбите

Круговой ток  $I = \frac{q}{t} = \frac{e}{T} = ef$ ,

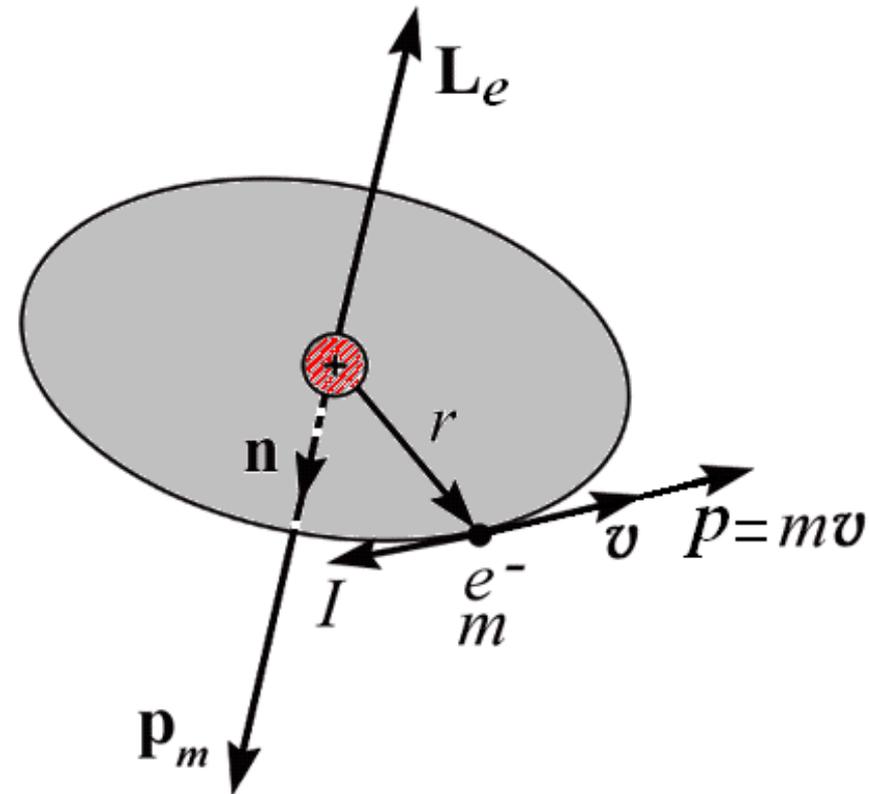
$f$  - частота вращения  
электрона по орбите.

- Круговой ток обладает **орбитальным магнитным моментом**

$$\vec{p}_m = IS\vec{n} = ef\vec{S}, \quad \vec{p}_m \uparrow\uparrow \vec{n}.$$

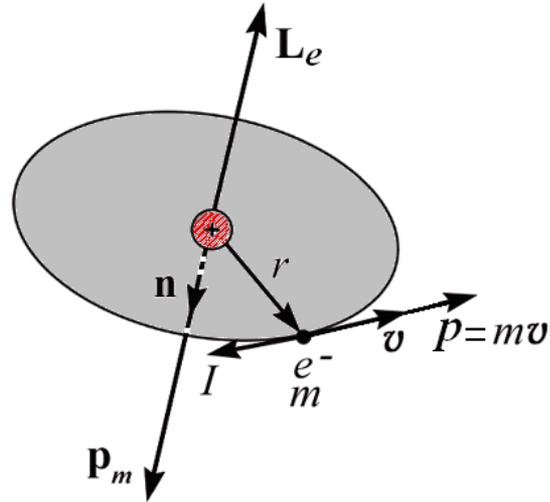
$S$  – площадь орбиты,

$\vec{n}$  – нормаль к  $S$  (правило правого винта).



## Магнитное поле в веществе

- Движущийся по круговой орбите электрон обладает *орбитальным механическим моментом* импульса



$$L_e = \underbrace{mv}_p r = \left( \begin{array}{l} v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f \\ S = \pi r^2 \end{array} \right) = 2mfS$$

$$\vec{L}_e = [\vec{r}, \vec{p}] \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_m \uparrow \downarrow \vec{L}_e$$

– направлены в разные стороны.

$$p_m = efS \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_m = -\frac{e}{2m} \vec{L}_e,$$

$g = -\frac{e}{2m}$  – *гиромагнитное соотношение орбитальных моментов.*

## Магнитное поле в веществе

- В квантовой механике показано, что кроме орбитальных моментов  $p_m$ ,  $L_e$  электрон обладает **собственным механическим моментом** импульса  $L_{eS}$ , называемым **спином**:

$$L_{eS} = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar$$

где  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}\cdot\text{с}}{\text{с}}$  — постоянная Планка:

$$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \frac{\text{Дж}\cdot\text{с}}{\text{с}}$$

## Магнитное поле в веществе

- Спину электрона соответствует *спиновый (собственный) магнитный момент*

$$\vec{p}_{ms} = g_s \vec{L}_{eS}$$

$$\Rightarrow \vec{p}_{ms} \uparrow \downarrow \vec{L}_{eS}.$$

$$g_s = -\frac{e}{m} \quad \text{— гиромагнитное отношение спиновых моментов.}$$

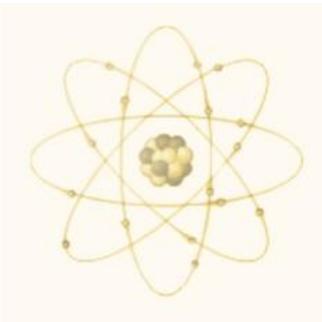
## Магнитное поле в веществе

*Полный магнитный момент электрона*

$$\vec{p}_{e^-} = \vec{p}_m + \vec{p}_{mS}$$

*Полный магнитный момент атома*

складывается из магнитных моментов входящих в атом электронов и магнитного момента ядра, который складывается из магнитных моментов протонов и нейтронов:



$$\begin{aligned}\vec{p}_{am} &= \vec{p}_я + \sum \vec{p}_{e^-} \\ &= \sum \vec{p}_m + \sum \vec{p}_{mS}\end{aligned}$$

## Намагниченность

При изучении магнитного поля в веществе различают два типа токов – *макротоки* и *микротоки*.

***Макротоками*** называются токи проводимости, связанные с движением зарядов (микрочарядов) в макротеле.

***Микротоками*** (молекулярными токами) называют токи, обусловленные движением электронов в атомах, молекулах и ионах.

## Намагниченность

Полное магнитное поле в веществе  $\vec{B}$  является суперпозицией двух полей:  
внешнего  $\vec{B}_{внеш}$  магнитного поля, создаваемого **макротоками**  
и  
внутреннего  $\vec{B}_{внутр}$  или собственного, магнитного поля,  
создаваемого **микротоками**:

$$\vec{B} = \vec{B}_{внеш} + \vec{B}_{внутр}$$

## Намагниченность

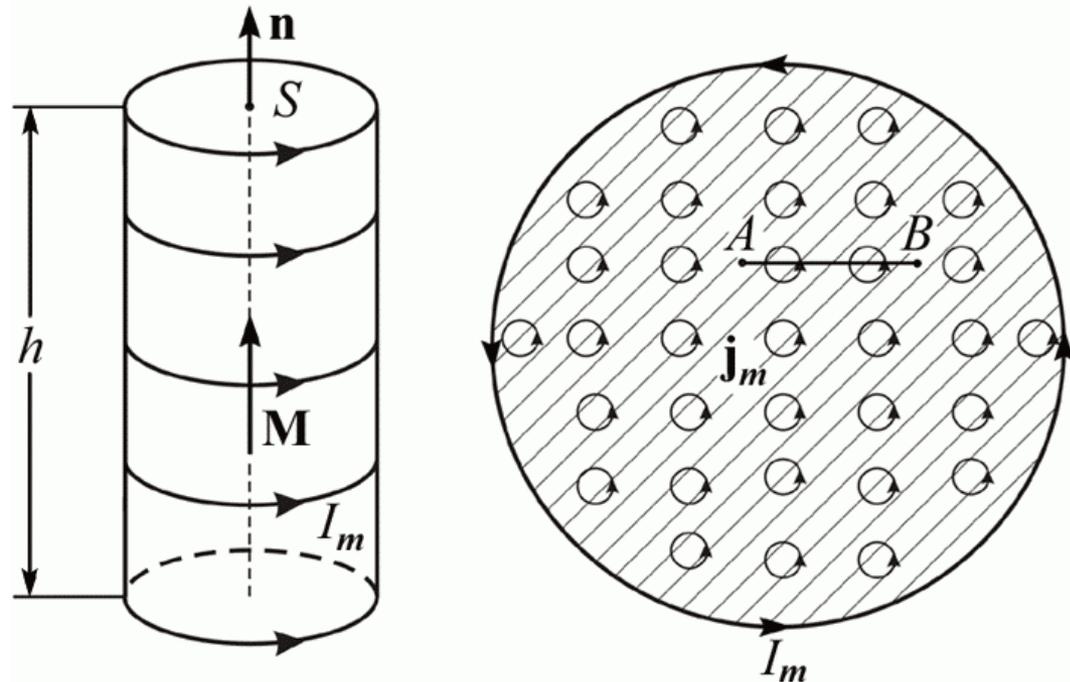
Количественной характеристикой намагниченного состояния вещества служит – *намагниченность*  $\vec{J}$ , равная магнитному моменту в единице объема вещества:

$$\vec{J} = \frac{\vec{P}_m}{V} = \frac{\sum \vec{P}_{at}}{V}$$

где  $\vec{P}_m = \sum \vec{P}_{at}$  – магнитный момент вещества, складывающийся из магнитных моментов атомов, содержащихся в объеме  $V$ .

## Магнитное поле в веществе

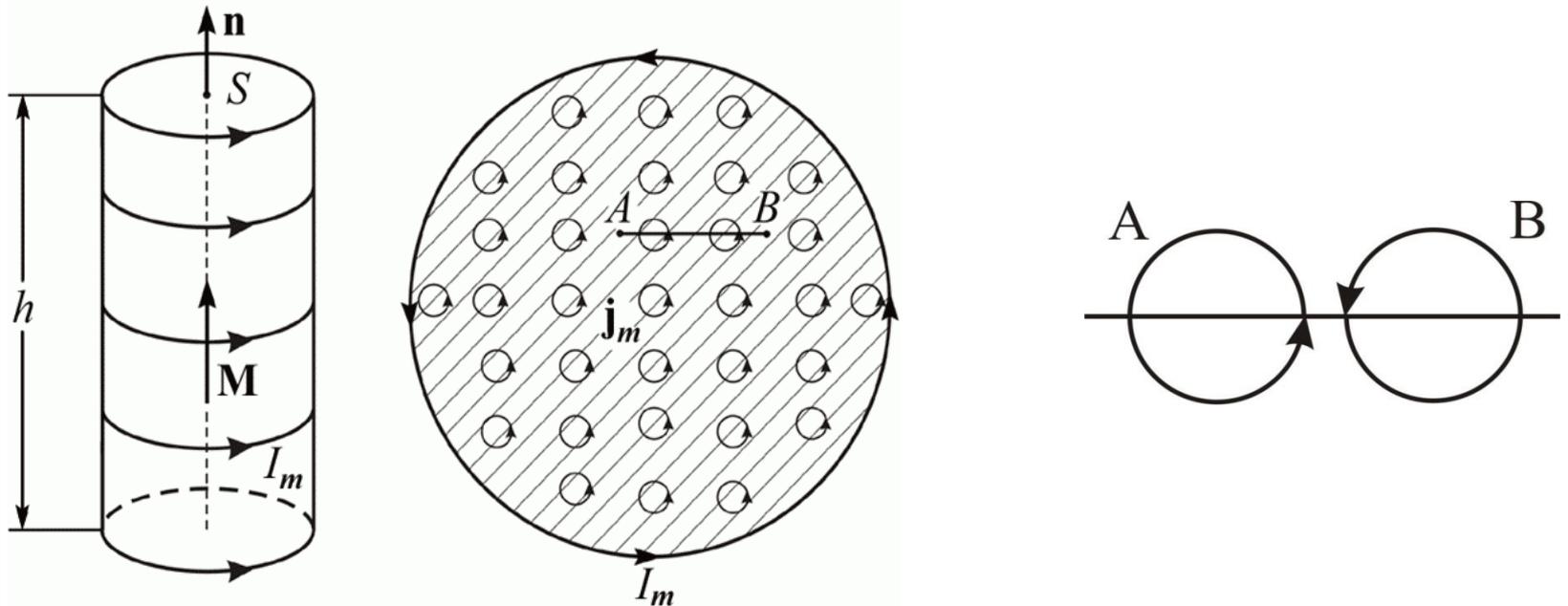
Для того чтобы связать вектор  $\mathbf{J}$  с током  $I_{\text{микро}}$ , рассмотрим цилиндрический стержень равномерно намагниченный параллельно оси:



Равномерная намагниченность означает, что плотность атомных циркулирующих токов внутри материала  $I_{\text{микро}}$  повсюду постоянна.

## Магнитное поле в веществе

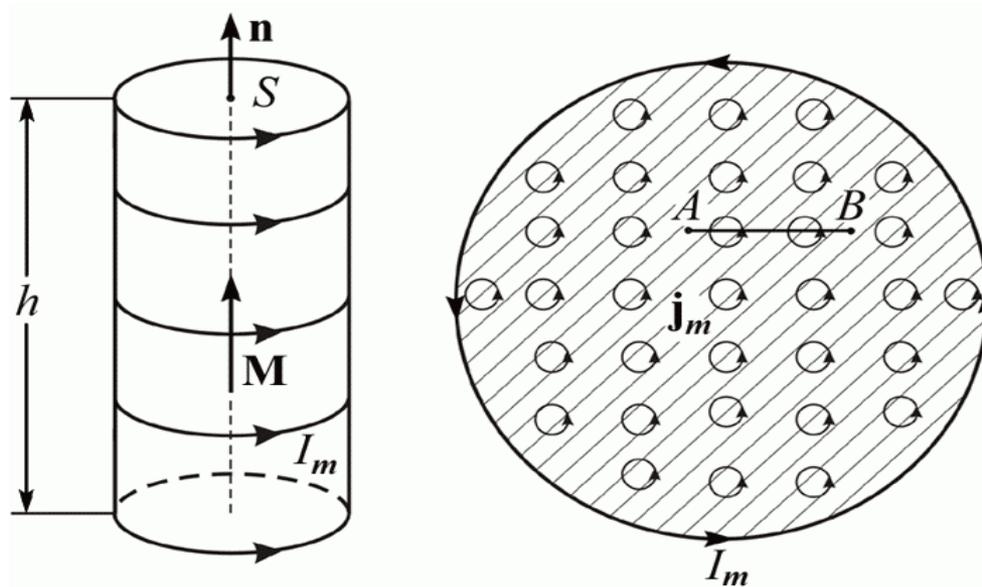
Каждый атомный ток в плоскости сечения стержня, перпендикулярной его оси, представляет микроскопический кружок, причем все микротоки текут в одном направлении – против часовой стрелки.



В местах соприкосновения отдельных атомов и молекул молекулярные токи противоположно направлены и компенсируют друг друга.

## Магнитное поле в веществе

Некомпенсированными остаются лишь **токи, текущие вблизи поверхности материала**, создавая на поверхности материала некоторый **микроток  $I_{\text{микро}}$** , возбуждающий во внешнем пространстве магнитное поле, равное полю, созданному всеми молекулярными токами.

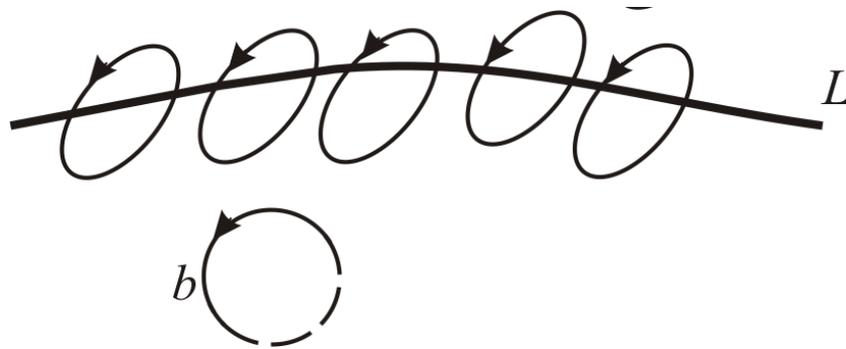


## Магнитное поле в веществе

**Закон полного тока** для магнитного поля в веществе:

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I_{\text{макро}} + I_{\text{микро}})$$

где  $I_{\text{микро}}$  и  $I_{\text{макро}}$  – алгебраическая сумма макро- и микротоков сквозь поверхность, натянутую на замкнутый контур  $L$ .



Вклад в  $I_{\text{микро}}$  дают только те молекулярные токи, которые пронизаны на замкнутый контур  $L$ .

## Магнитное поле в веществе

Алгебраическая сумма сил микротоков связана с циркуляцией вектора намагниченности  $\vec{J}$  соотношением:

$$I_{\text{микро}} = \oint_L \vec{J} d\vec{l},$$

тогда **закон полного тока** можно записать в виде

$$\oint_L \left( \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} = I_{\text{макро}}$$

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I_{\text{макро}} + I_{\text{микро}})$$

$$\oint_L \frac{\vec{B} d\vec{l}}{\mu_0} - I_{\text{микро}} = I_{\text{макро}}$$

Вектор  $\vec{H}$  называется **напряженностью магнитного поля**.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$$

## Магнитное поле в веществе

**Закон полного тока** для магнитного поля в веществе утверждает, что **циркуляция вектора напряженности магнитного поля** вдоль произвольного замкнутого контура  $L$  равна алгебраической сумме макротоков сквозь поверхность натянутую на этот контур:

$$\oint_L \vec{H} dl = I_{\text{макро}}$$

## Магнитное поле в веществе

**Намагниченность**  $\vec{J}$  изотропной среды связана с **напряженностью**  $\vec{H}$  соотношением 
$$\vec{J} = \chi \vec{H}$$

$\chi$  называется **магнитной восприимчивостью среды** - это коэффициент пропорциональности, характеризующий магнитные свойства данного конкретного вещества.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \chi \vec{H}$$

$$\mu = (1 + \chi)$$

магнитная проницаемость вещества

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0(1 + \chi)}$$