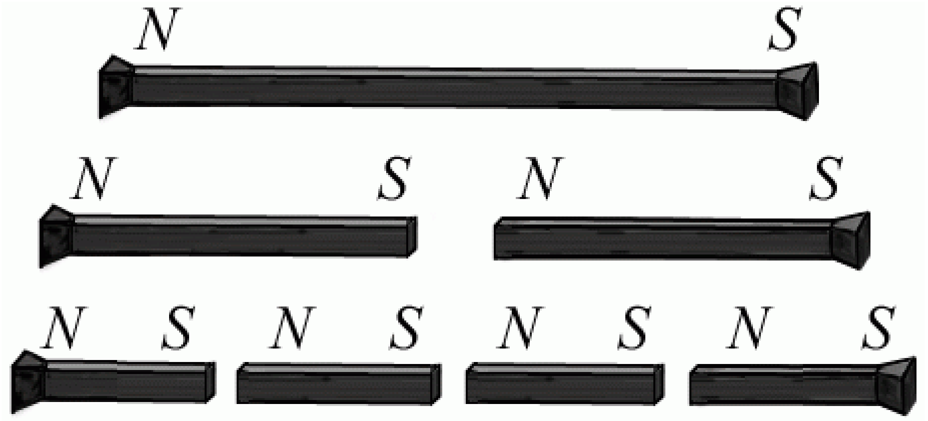
Электромагнетизм

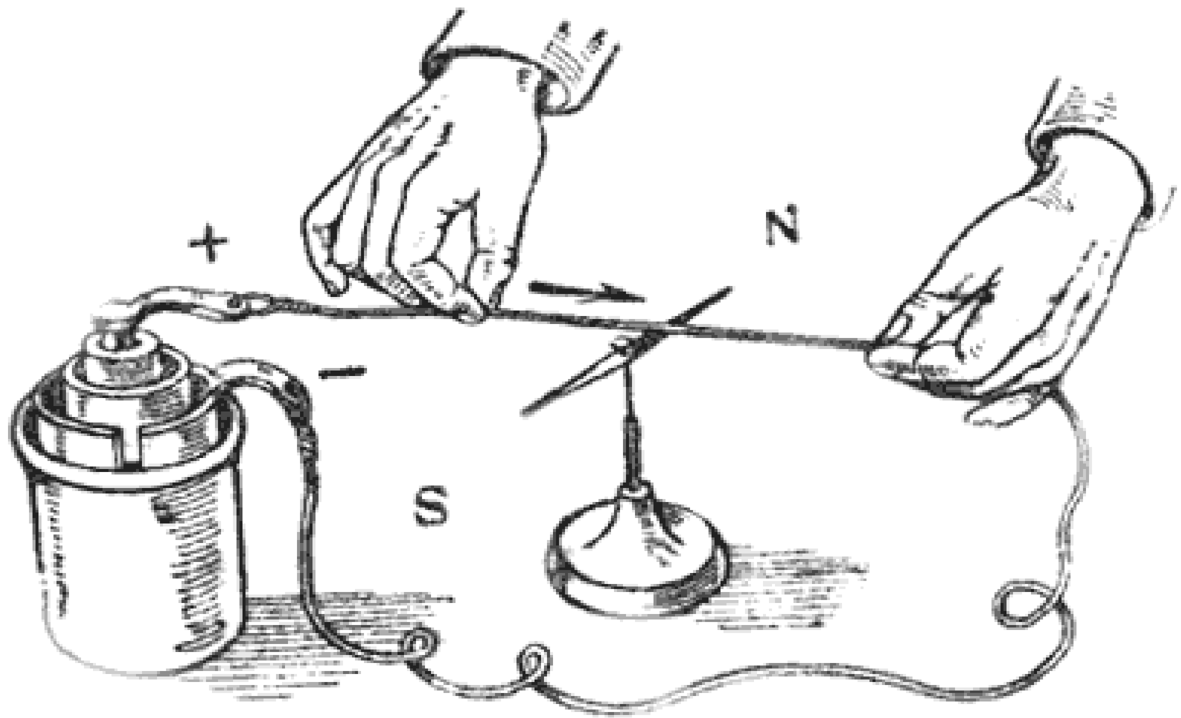
Понятие о магнитном поле

- В пространстве, окружающем намагниченные тела, возникает ***магнитное поле***.
- Помещенная в это поле маленькая ***магнитная стрелка*** устанавливается в каждой его точке вполне определенным образом, указывая тем самым направление поля.
- Тот конец стрелки, который в магнитном поле Земли указывает **на север, называется *северным*, а противоположный – *южным***.

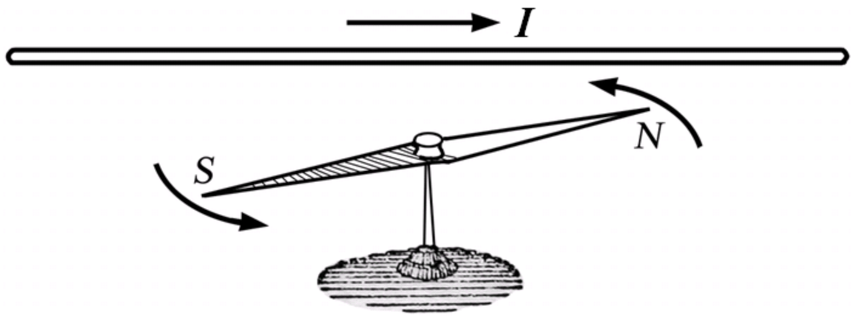


Понятие о магнитном поле

- Вокруг проводников с током и постоянных магнитов существует силовое поле (***магнитное)***, которое оказывает силовое действие на другие проводники с током или постоянные магниты.



Опыт Эрстеда (1820)

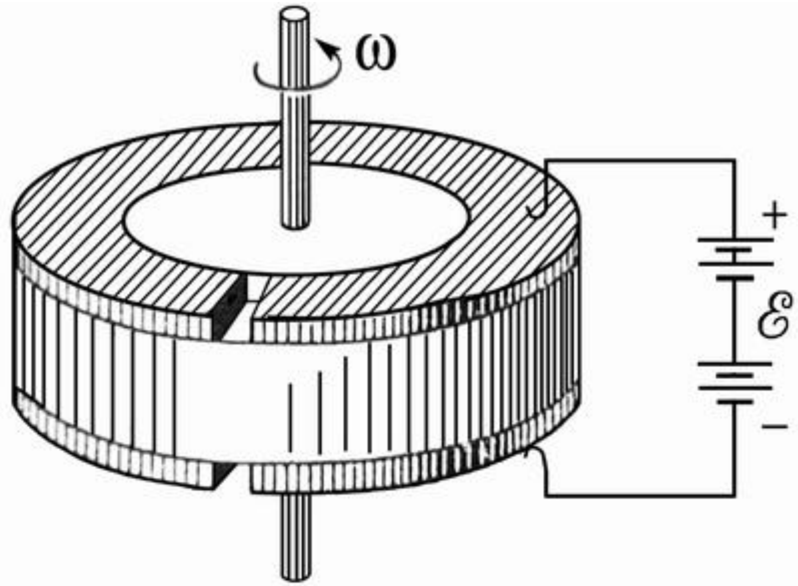


Взаимодействие постоянного электрического тока с магнитной стрелкой.

Стрелка стремится расположиться перпендикулярно проводнику с током.

Вывод:
вокруг прямолинейного проводника с током есть магнитное поле.

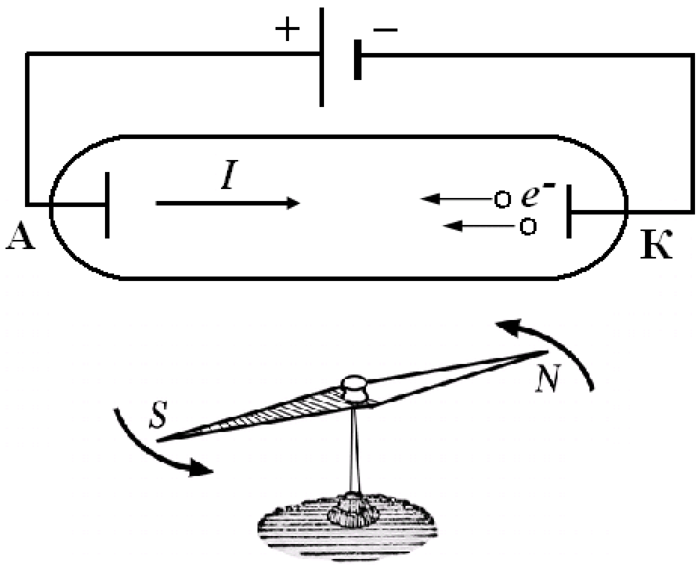
Опыт Эйхенвальда (1901)



Взаимодействие конвекционного тока на движущемся проводнике и тока связанных зарядов, возникающего при движении наэлектризованного диэлектрика с магнитной стрелкой.

Вывод:
конвекционный ток свободных зарядов и ток связанных зарядов приводят к появлению магнитного поля как и ток проводимости.

Опыт Иоффе (1911)



Взаимодействие движущихся заряженных частиц (электронов) и магнитной стрелки.

Вывод:
Движение заряженных частиц приводит к появлению магнитного поля.

Общий вывод:

- ***вокруг всякого проводника с током есть магнитное поле.***

Но ток – это направленное движение зарядов.

- ***Вокруг всякого движущегося заряда помимо электрического поля образуется еще и магнитное поле.***

Понятие о магнитном поле

Магнитное поле материально. Подобно электрическому полю, оно обладает энергией и, следовательно, массой.

Магнитное поле – это материя, связанная с движущимися зарядами и обнаруживающая себя по действию на магнитные стрелки и движущиеся заряды, помещенные в это поле.

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

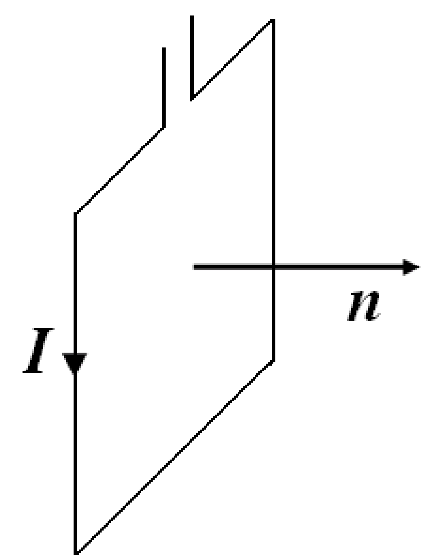
Магнитное поле действует на движущиеся заряды, а на неподвижные не действует.

Вектор магнитной индукции –
– силовая характеристика магнитного поля

Силовое действие магнитное поле оказывает на:

1) Элемент тока: $F \sim Idl$.
2) Магнитную стрелку.
3) Рамку или контур с током.

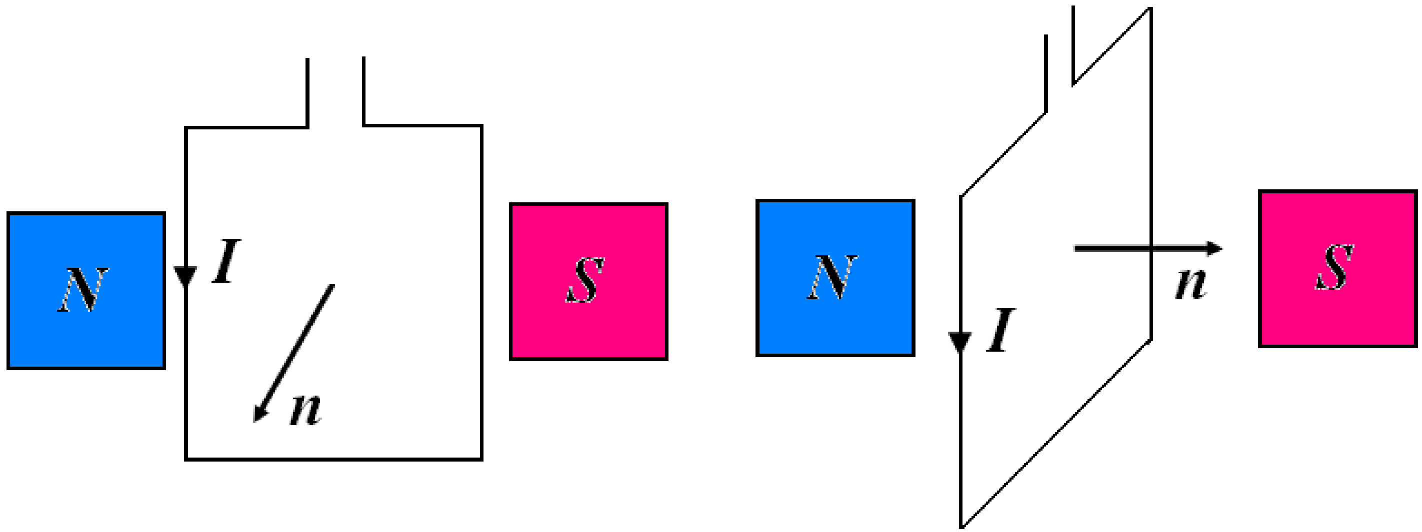
Ориентация рамки в пространстве определяется направлением положительной нормали, определяемой по правилу **правого винта** (**буравчика**):



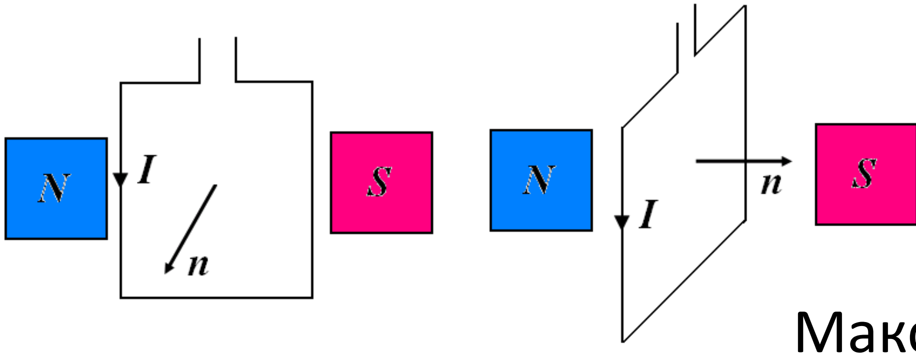
Если направление вращения винта совпадает с направлением тока, то поступательное движение винта совпадает с положительным направлением нормали.

Вектор магнитной индукции

Если по рамке, помещенной во внешнее магнитное поле, пропускается ток, то она поворачивается.



Вектор магнитной индукции



$$M_{\max} \sim I \cdot S \sin 90^0$$

Максимальный вращающий момент

$IS = P_m$ магнитный момент рамки

$$\vec{P}_m = P_m \vec{n}$$

$\dfrac{M_{\max}}{P_m} = \dfrac{M_{\max}}{IS} = B$ -магнитная индукция.

В СИ *B* измеряется в Теслах:

$$\left[1Тл = \frac{1Н \cdot 1м}{1А \cdot 1м^2} \right]$$

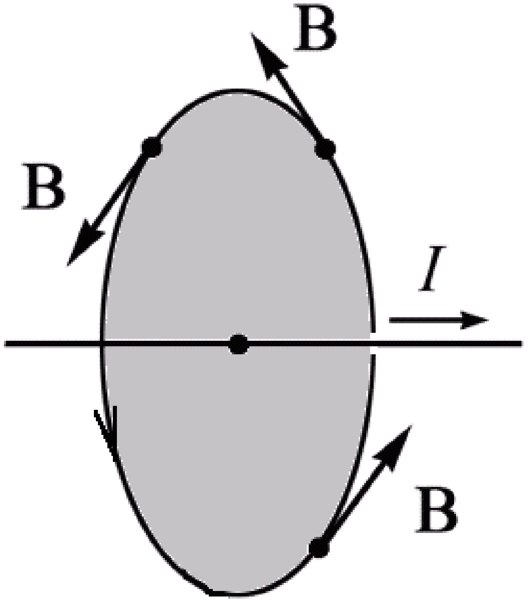
Вектор магнитной индукции

Магнитная индукция B в данной точке однородного магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с единичным магнитным моментом $P_m = 1\ A \cdot м^2$, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля.

Силовые линии магнитного поля

Линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора магнитной индукции $\boldsymbol{B}$, называются ***силовыми линиями*** магнитного поля.

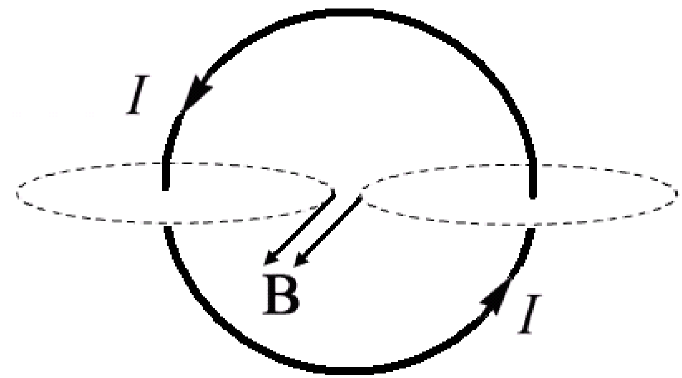
- **Прямой ток**



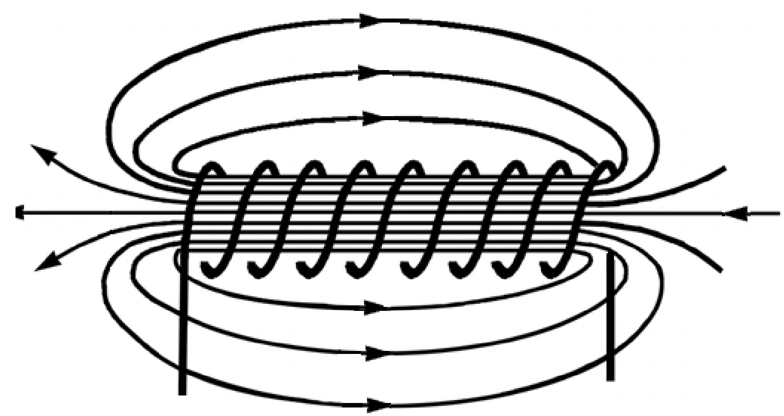
Направление силовых линий определяется правилом правого винта (буравчика).

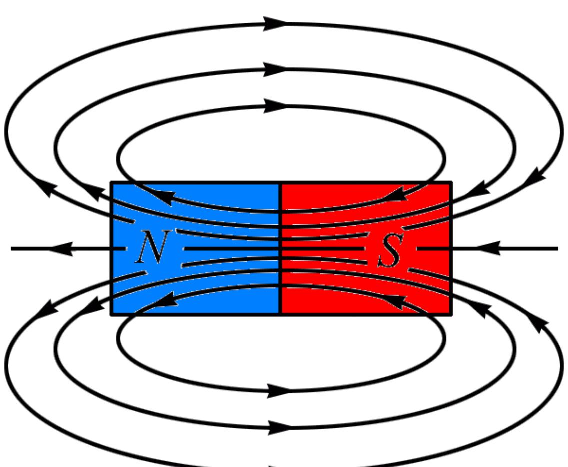
Силовые линии магнитного поля

- Круговой ток



- Соленоид – система витков, имеющих ось симметрии
- Постоянный магнит



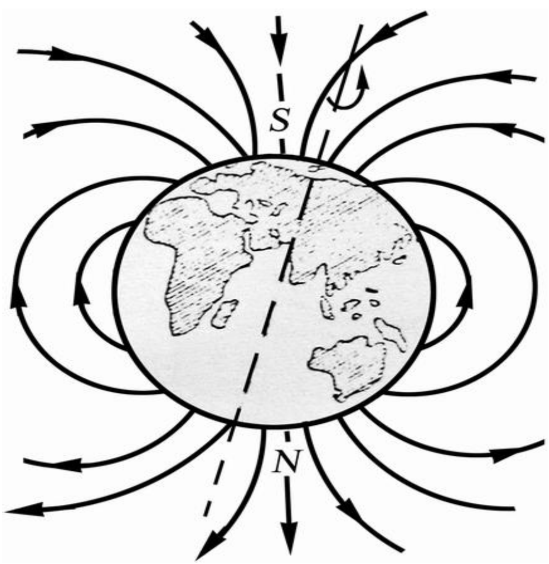


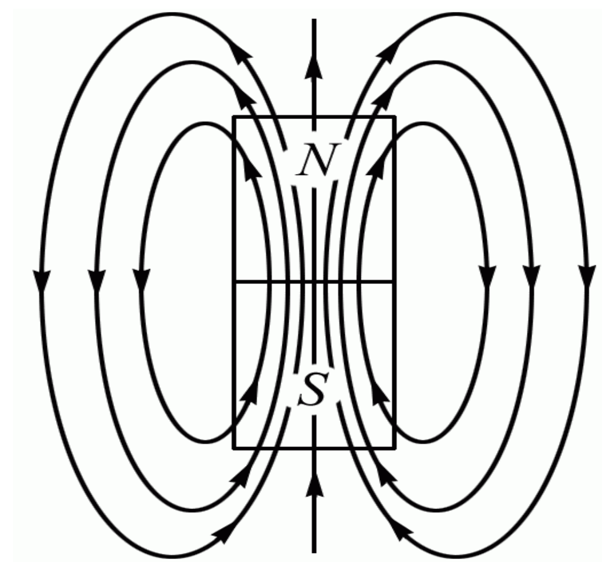
Силовые линии магнитного поля

Силовые линии магнитного поля замкнутые и не пересекаются.

Следовательно, магнитное поле – ***вихревое***.

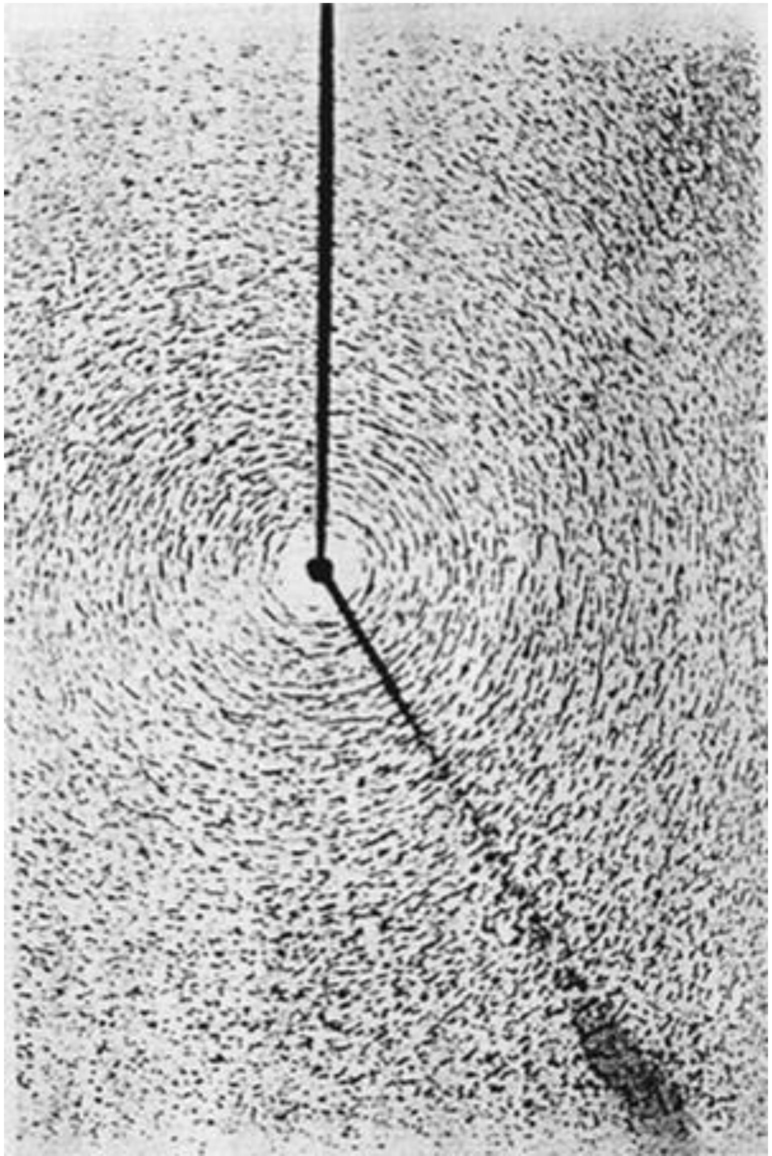
Условились, за направление принимать направление северного конца магнитной стрелки.





Силовые линии магнитного поля

Магнитных зарядов не существует!!!



Закон Гаусса для магнитного поля в дифференциальной и интегральной форме

Силовые линии магнитного поля замкнуты, следовательно, дивергенция вектора ***B*** равна нулю

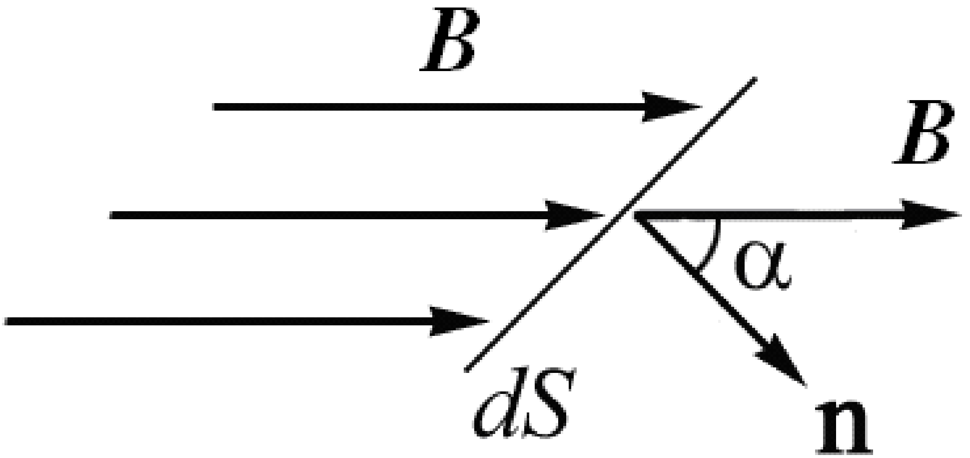
$$div\vec{B} = 0$$

– закон Гаусса для вектора ***B*** в дифференциальной форме.

($div\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$ - для электрического поля).

Закон Гаусса для магнитного поля в дифференциальной и интегральной форме

Поток вектора ***B***:



$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

В СИ: $[\Phi_B]$ = вебер (Вб).

Закон Гаусса для магнитного поля в дифференциальной и интегральной форме

Теорема Остроградского-Гаусса:

$$\left.\begin{aligned} &\oint_S \vec{B}d\vec{S} = \int_V divBdV, \\ &div\vec{B} = 0 \end{aligned}\right\} \quad \oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0$$

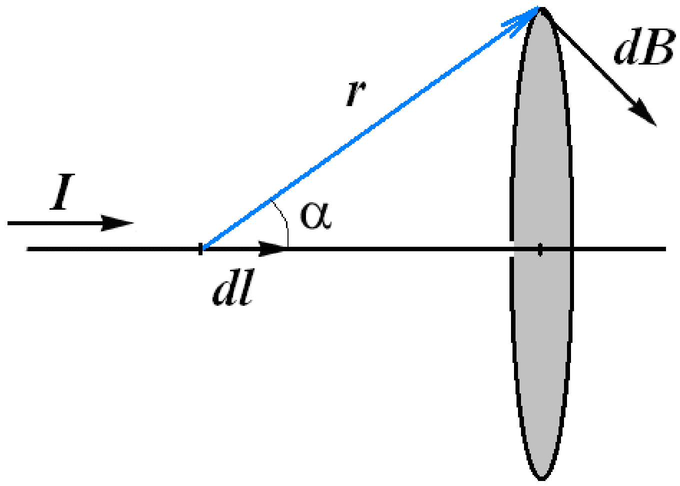
Поток вектора ***B*** через произвольную замкнутую поверхность равен нулю.

Закон Био – Савара – Лапласа

- Жан Батист Био и Феликс Савар экспериментально определили, что магнитная индукция зависит от:

1. тока I, протекающего по проводнику,
2. формы и размеров проводника,
3. положения точки относительно проводника,
4. состояния окружающей среды (магнитной проницаемости).

Закон Био – Савара – Лапласа



$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i = \int_l d\vec{B}_i$$

$\boldsymbol{dB_i}$ создается участком длиной $\boldsymbol{dl}$ проводника с током $\boldsymbol{I}$,

$\boldsymbol{r}$ – радиус-вектор от элементарного тока до точки, в которой ищется поле.

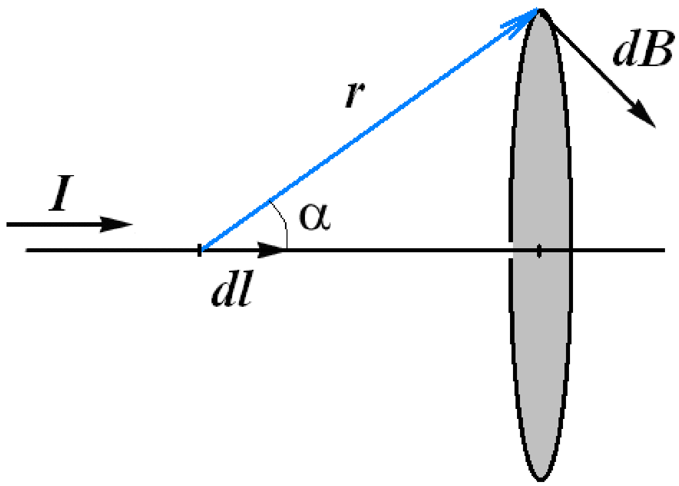
α – угол между элементарным током $I \cdot \boldsymbol{dl}$ и $\boldsymbol{r}$.

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{4\pi r^3}}$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [Гн / м; Н/А^2]

магнитная постоянная

Закон Био – Савара – Лапласа



В скалярном виде:

$$\boxed{dB = \frac{\mu\mu_0 I dl \sin\alpha}{4\pi r^2}}$$

$\mu\mu_0$ – ***абсолютная магнитная проницаемость среды***.

μ **относительной магнитной проницаемостью среды**:

$$\mu = \frac{B_{среда}}{B_0}$$

$\mu < 1$, то среда – диамагнетик

$\mu > 1$ – парамагнетик

$\mu >> 1$ – ферромагнетик

Закон Био – Савара – Лапласа

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I dl \sin\alpha}{4\pi r^2}$$

Принцип суперпозиции для магнитного поля:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} B_i .$$

$$\vec{B} = \int_L \frac{\mu\mu_0 I \left[d\vec{l}, \vec{r} \right]}{4\pi r^3}$$

Закон Био – Савара – Лапласа

H – вектор напряженности магнитного поля, измеряемая в СИ [А / м]

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$$

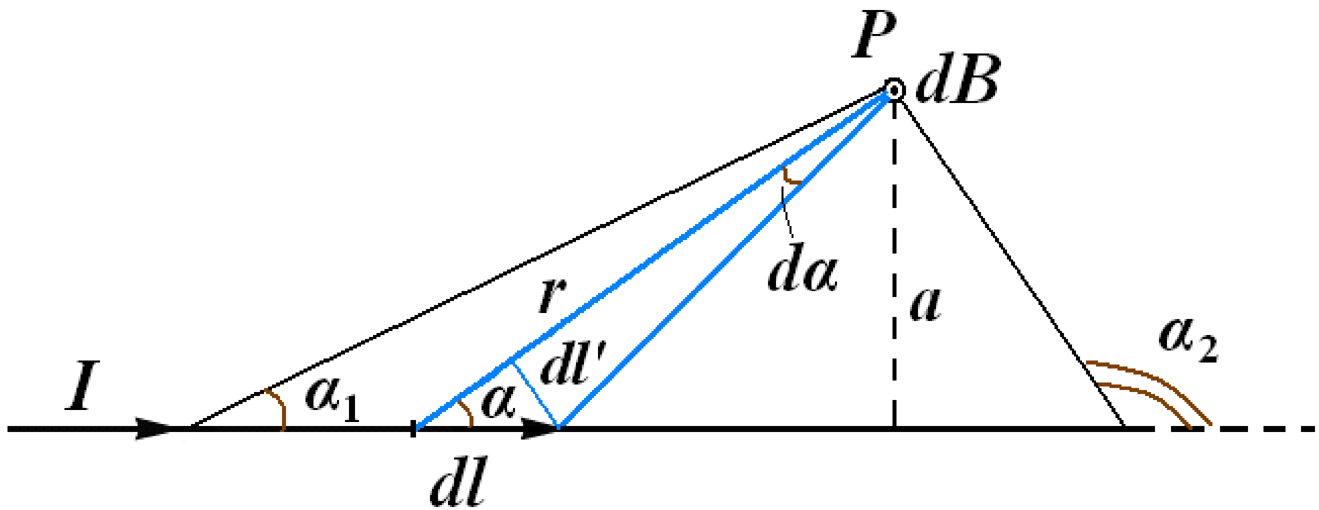
$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$$ для электрического поля

Закон Био – Савара – Лапласа для ***H***:

$$\boxed{d\vec{H} = \frac{I\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{4\pi r^3}}$$

Применение закона Био – Савара – Лапласа для расчета магнитных полей

Магнитное поле прямолинейного проводника с током.



Поле в точке ***P***, расположенной на расстоянии *a* от проводника конечной длины с током ***I***.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{4\pi r^3} \qquad dB = \frac{\mu_0 I dl \sin\alpha}{4\pi r^2}$$

Так как $\boldsymbol{d\alpha}$ мал, то $dl' = r\,d\alpha$;

$$dl = \frac{r d\alpha}{\sin\alpha} \qquad a = r\sin\alpha \qquad dl = \frac{a d\alpha}{\sin^2\alpha}$$

Магнитное поле прямолинейного проводника с током.

$$dB = \frac{\mu_0 I \dfrac{a d\alpha}{\sin^2\alpha}}{4\pi \dfrac{a^2}{\sin^2\alpha}} \sin\alpha = \frac{\mu_0 I \sin\alpha d\alpha}{4\pi a}$$

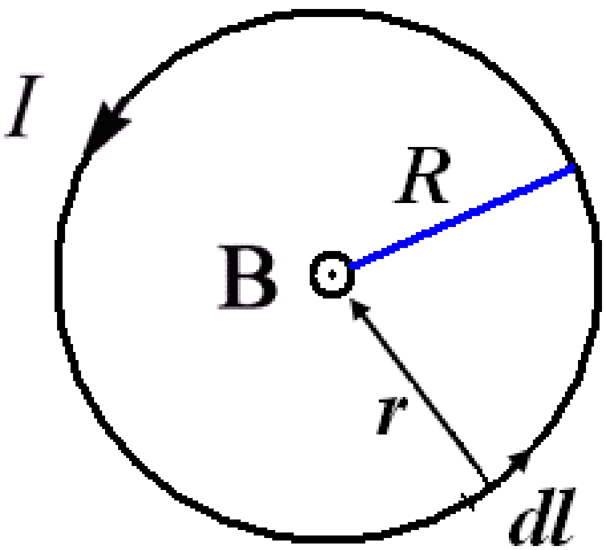
$$B = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\mu_0 I \sin\alpha d\alpha}{4\pi a} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)$$

Если **проводник бесконечной длины**, тогда

$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = 180^0$

$$B = \frac{2\mu_0 I}{4\pi a} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

Магнитное поле в центре кругового тока



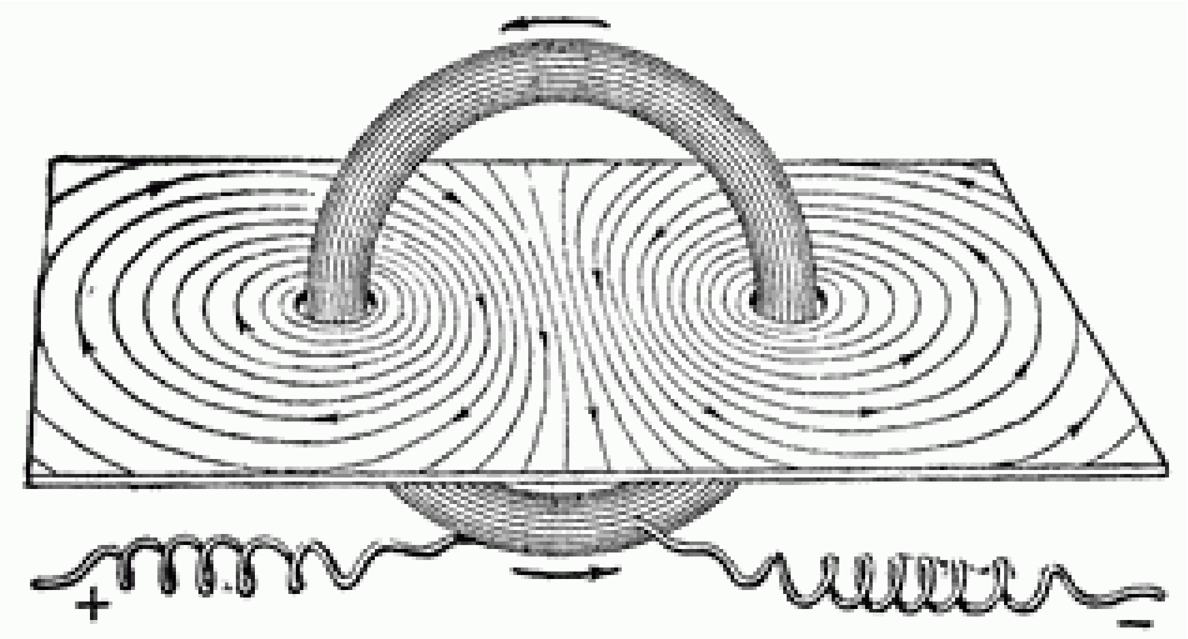
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{4\pi r^3}$$

$$\boldsymbol{r = R}, \qquad \boldsymbol{\alpha = 90^0}$$

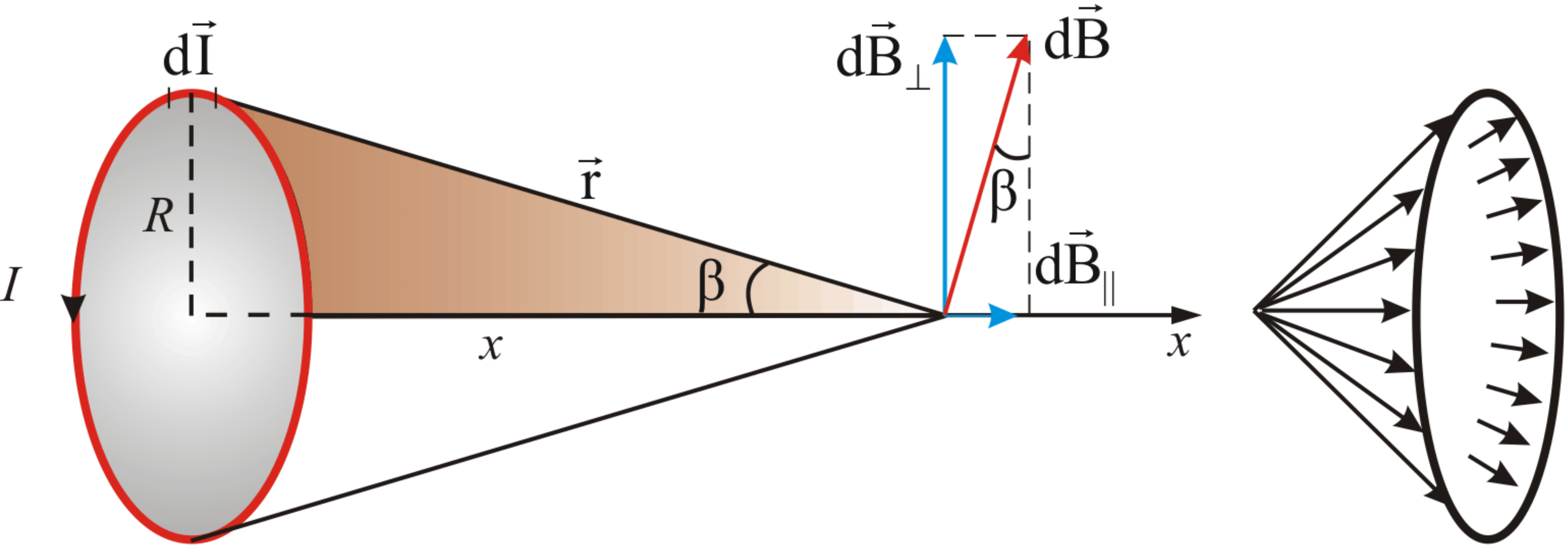
$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin\alpha}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi R^2}$$

$$B = \oint_l \frac{\mu_0 I dl}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} 2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Магнитное поле в центре кругового тока



Магнитное поле на оси кругового проводника с током

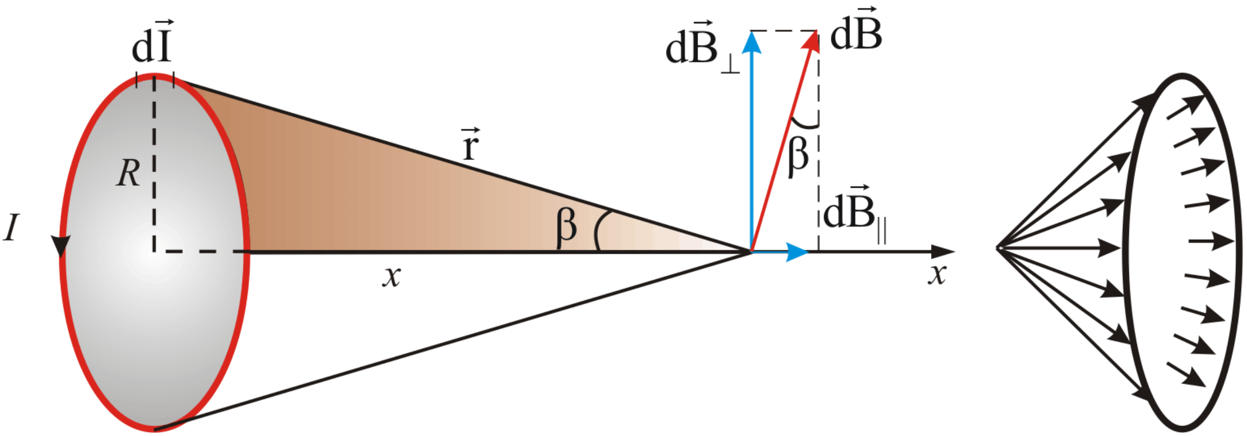


$$dB_\parallel = dB\sin\beta$$

$$\sin\beta = \frac{R}{r}$$

$$dB_\parallel = dB\frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\frac{R}{r}$$

Магнитное поле на оси кругового проводника с током

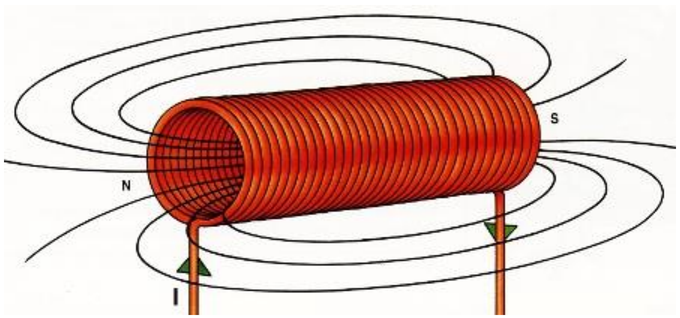


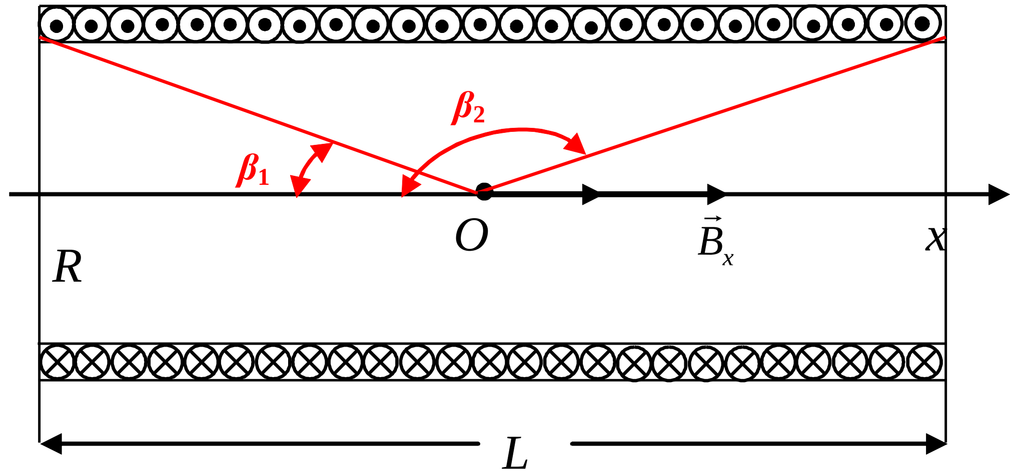
$$r = \sqrt{R^2 + x^2}$$

$$B = \int_0^{2\pi R} dB_{\parallel} = \frac{\mu_0 IR}{4\pi r^3}\int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 I}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

$$x = 0 \quad \Rightarrow \quad B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Поле соленоида





$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} nI(\cos\beta_1 - \cos\beta_2)$$

где $n = N / L$ – число витков на единицу длины соленоида.

ВЫВОД САМОСТОЯТЕЛЬНО!

Магнитное поле движущегося заряда

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I\left[d\vec{l}, \vec{r}\right]}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0\left[I d\vec{l}, \vec{r}\right]}{4\pi r^3}$$

$dN = nSdl$ – число заряженных частиц в элементе тока $I{\cdot}\boldsymbol{dl}$,

где n – концентрация частиц.

$$\left.\begin{aligned} I &= jS \\ j &= qnv \end{aligned}\right\} I d\vec{l} = qnvSd\vec{l} = qn\vec{v}Sdl = q\vec{v}dN$$

Магнитное поле движущегося заряда

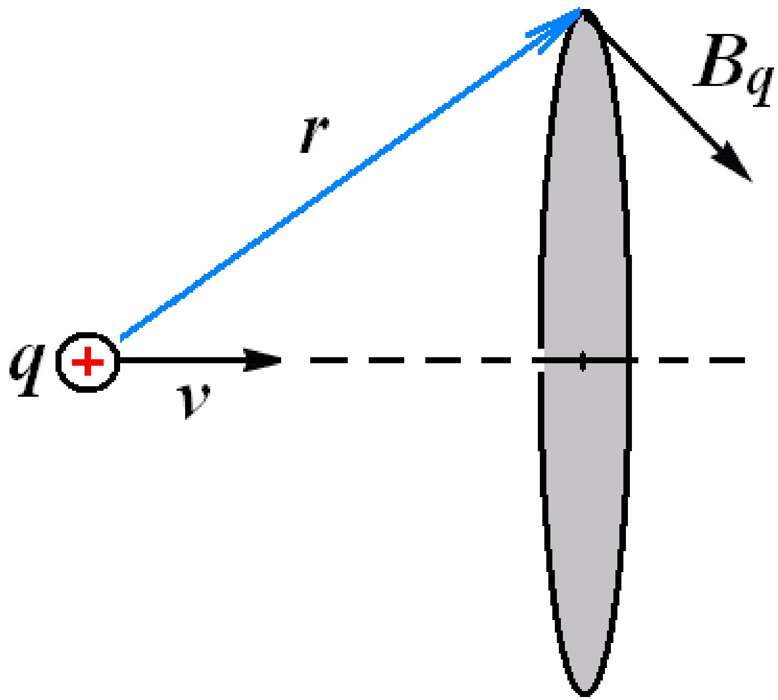
$$d\vec{B}_{dN} = \frac{\mu_0 q dN[\vec{v}, \vec{r}]}{4\pi r^3}$$

поле, созданное dN частицами.

$$B_q = \frac{d\vec{B}_N}{dN} = \frac{\mu_0 q[\vec{v}, \vec{r}]}{4\pi r^3}$$

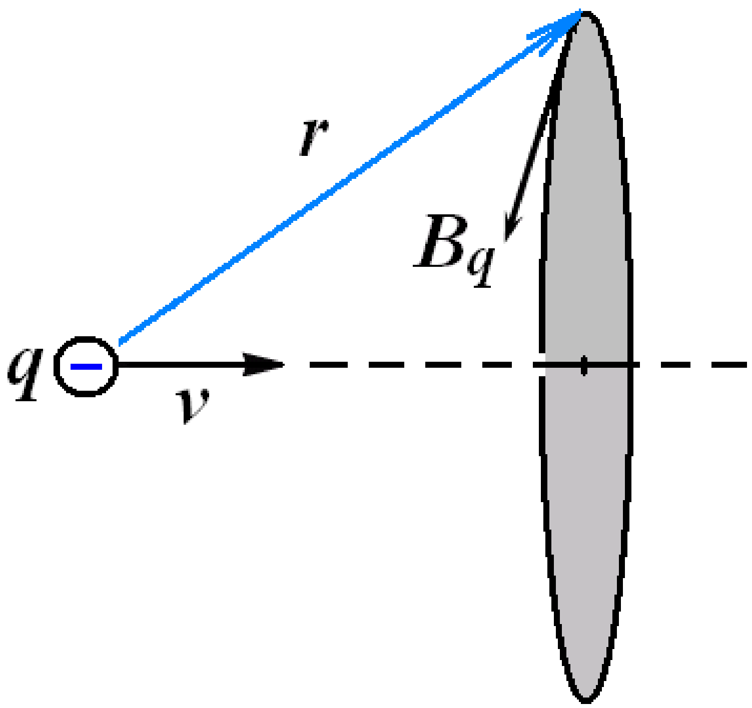
поле, созданное одной движущейся частицей

Магнитное поле движущегося заряда



- **Направление силовых линий** магнитного поля, создаваемого движущимся положительным зарядом, определяется **правилом правого винта**.

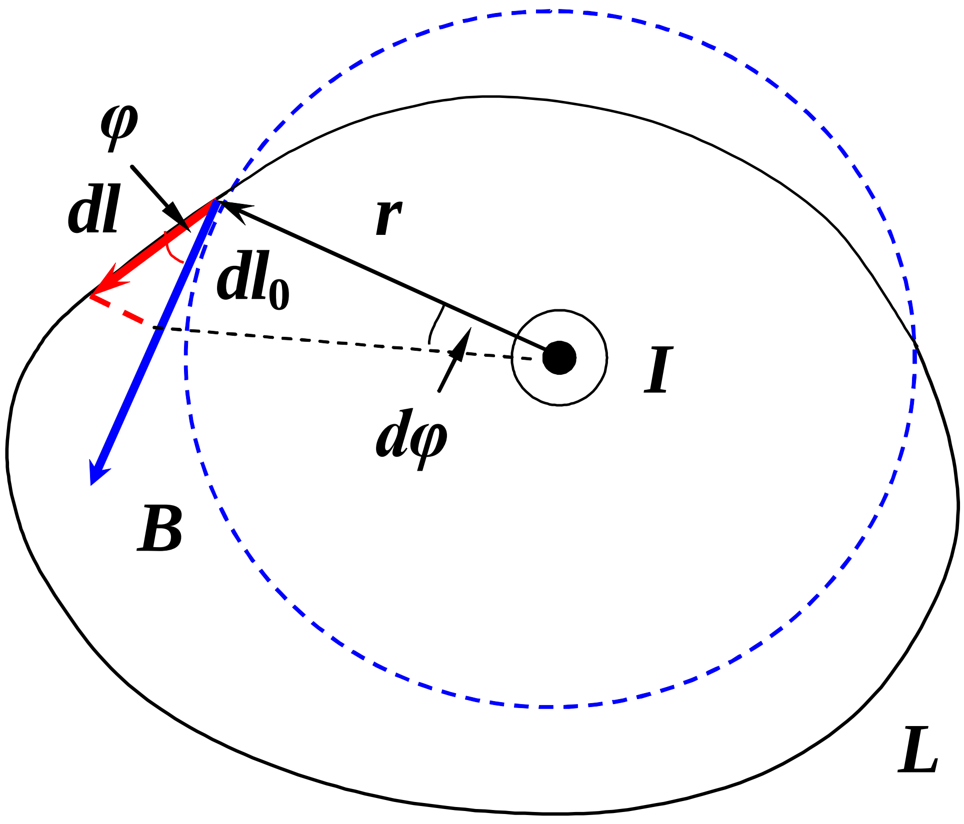
Магнитное поле движущегося заряда



- Поле, создаваемое движущимся **отрицательным** зарядом, имеет **противоположное** направление.

Закон полного тока (теорема о циркуляции вектора магнитной индукции)

Закон полного тока в интегральной форме



Бесконечно длинный проводник с током I

$$\vec{B} \perp \vec{r}$$

dl – элемент произвольного контура L.

dl$_0$ – проекция **dl** на направление вектора **B**.

φ – угол между **dl** и **dl$_0$**

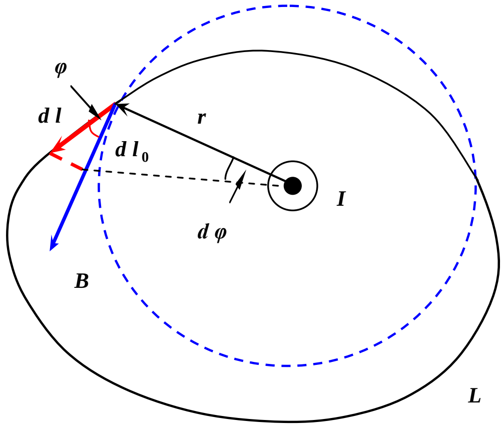
или

$$\varphi = \angle \vec{B}, d\vec{l}.$$

$$dl_0 = dl \cos\varphi$$

Закон полного тока в интегральной форме

Циркуляция вектора $\boldsymbol{B}$ по замкнутому



контуру L: $\oint\limits_L \vec{B}d\vec{l} = \oint\limits_L Bdl\cos\varphi = \oint\limits_L Bdl_0$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad dl_0 = rd\varphi$$

$$\oint\limits_L \vec{B}d\vec{l} = \oint\limits_L \frac{\mu_0 I}{2\pi r} rd\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi} d\varphi = \mu_0 I$$

$$\oint\limits_L (\vec{B}d\vec{l}) = \mu_0 I$$

Закон полного тока в интегральной форме

$$\boxed{\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{j}d\vec{S}}$$

1. Циркуляция вектора магнитной индукции не равна нулю.

$$(\oint_L \vec{B}d\vec{l} \neq 0)$$

Поля, обладающие таким свойством называются вихревыми (или соленоидальными) .

Магнитное поле не является потенциальным.

2. Циркуляция вектора ***B*** прямолинейного тока одинакова вдоль всех линий магнитной индукции и равна произведению $\mu_0 I$.

Закон полного тока в интегральной форме

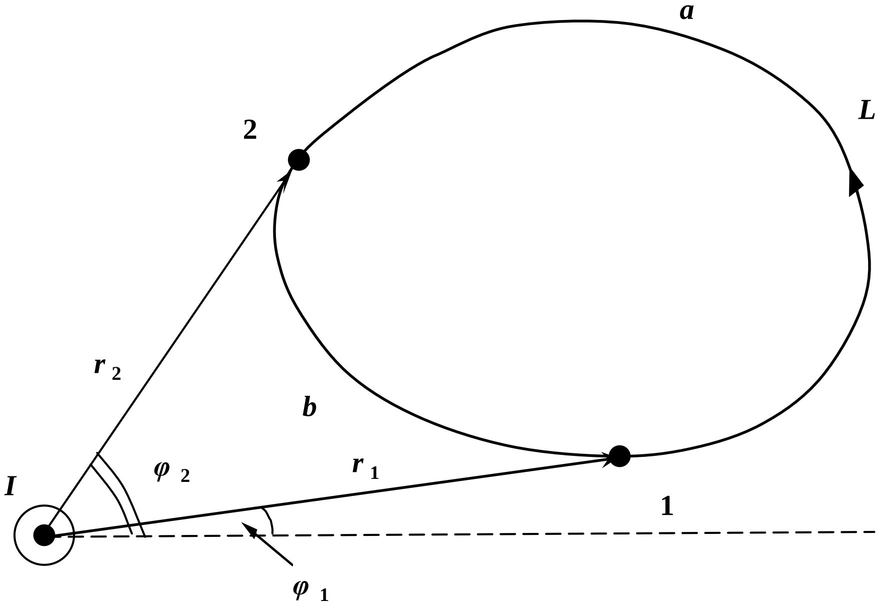
Если магнитное поле создано системой токов, то по принципу суперпозиции:

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

$$\boxed{\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i}$$

Закон полного тока в интегральной форме

Ток не пронизывает контур



$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \int_{1a2} \vec{B}d\vec{l} + \int_{2b1} \vec{B}d\vec{l}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi + \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_{\varphi_2}^{\varphi_1} d\varphi =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\varphi_2 - \varphi_1 + \varphi_1 - \varphi_2\right) = 0.$$

Циркуляция вектора ***B*** прямолинейного тока вдоль замкнутого контура, не охватывающего этот проводник, равна нулю.

Закон полного тока в интегральной форме

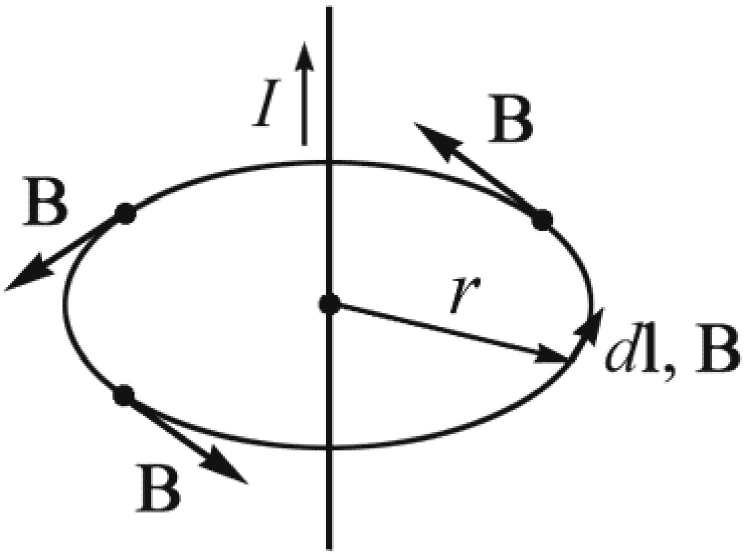
ТЕОРЕМА О ЦИРКУЛЯЦИИ ВЕКТОРА ИНДУКЦИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ :

Циркуляция вектора магнитной индукции по произвольному замкнутому контуру, охватывающему токи, **прямо пропорциональна алгебраической сумме токов**, пронизывающих этот контур

$$\oint_L (\vec{B}d\vec{l}) = \mu_0 \sum I_i$$

Применение закона полного тока для вычисления простейших полей

Поле бесконечного прямого тока



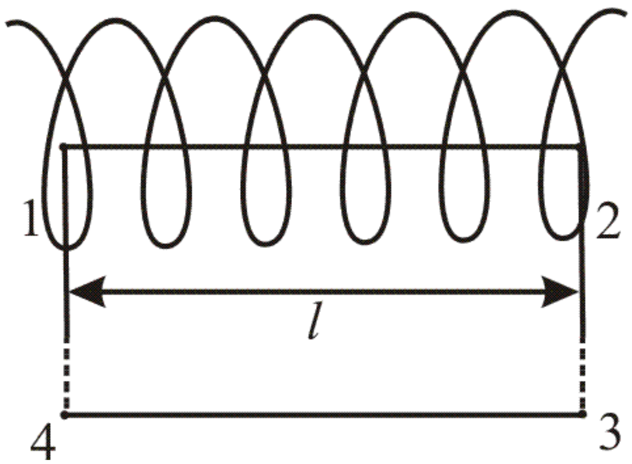
$$\oint \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$\oint\limits_L \vec{B}d\vec{l} = \oint\limits_L Bdl\cos(\angle\vec{B}d\vec{l}) = B\oint\limits_L dl =$$

$$= B\cdot 2\pi r = \mu_0 I.$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$$

Магнитное поле длинного соленоида



l – длина соленоида.

N – число витков.

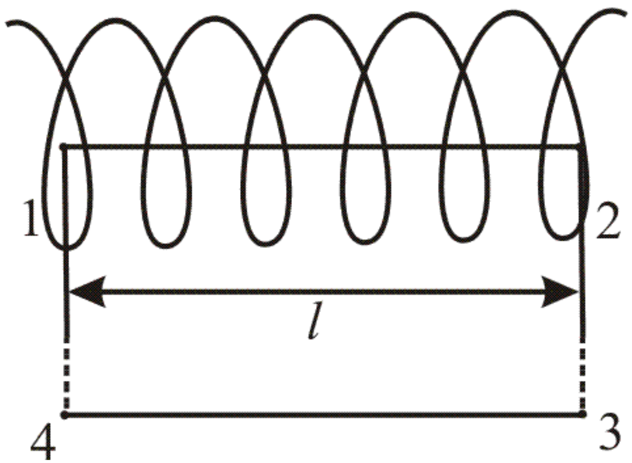
d – диаметр соленоида.

$l >> d;\ B_{\text{внутри}} = const$

$$\oint_L \vec{B}dl = \int_1^2 \vec{B}dl + \int_2^3 \vec{B}dl + \int_3^4 \vec{B}dl + \int_4^1 \vec{B}dl$$

$\cos 90^0 = 0$ $\quad B = 0 \quad$ $\cos 90^0 = 0$

Магнитное поле длинного соленоида



$$\oint \vec{B}dl = \int_1^2 \vec{B}dl = \mu_0 \sum I_i$$

$$Bl = \mu_0 N_l I$$

n – число витков соленоида на единицу длины

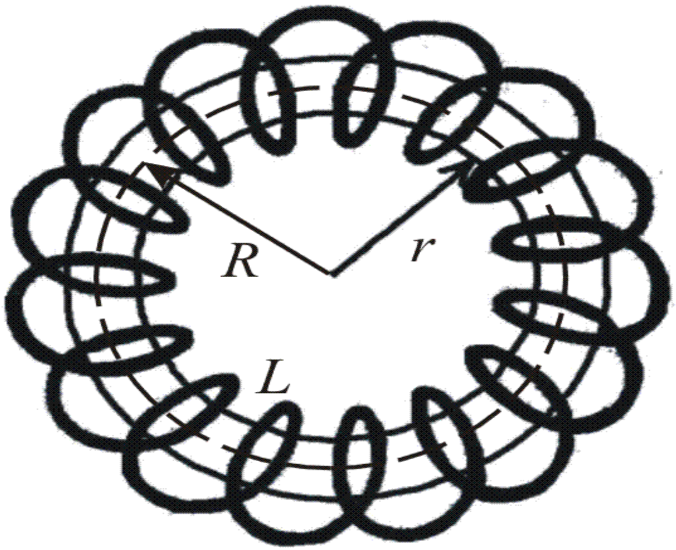
$$B = \mu_0 n I$$

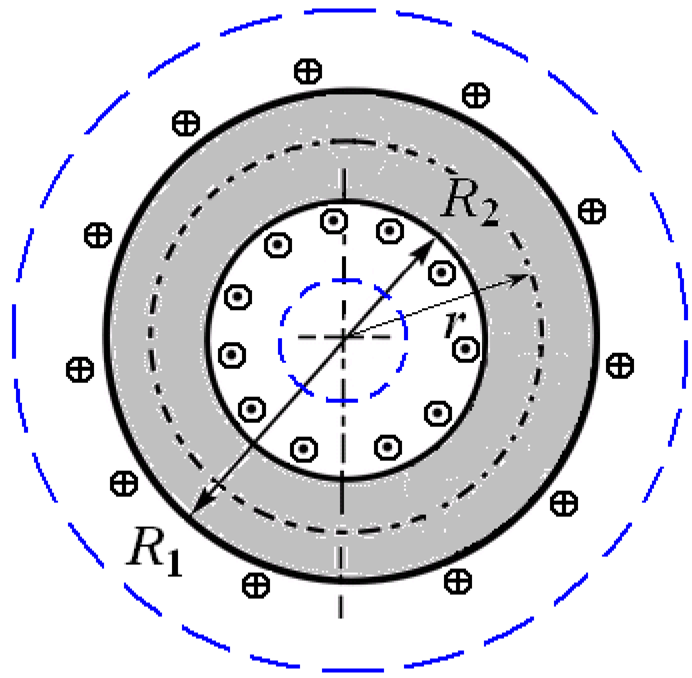
магнитная индукция внутри соленоида

$$B = \frac{\mu_0 N_l I}{l} = \mu_0 n I$$

Магнитное поле тороида

Тороид – кольцевая катушка, витки которой намотаны на сердечник, имеющий форму тора.





*П*оле вне тороида ($R_2 > r > R_1$) ?

*П*оле внутри тороида ($R_2 < r < R_1$)?

ПОЛУЧИТЬ САМОСТОЯТЕЛЬНО!

Закон полного тока в дифференциальной форме

Закон полного тока в дифференциальной форме

- rot характеризует свойства поля в точке $S \to 0$

$$rot\vec{B} \equiv \left[\nabla \vec{B}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} =$$

$$= \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) \cdot \vec{i} + \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) \cdot \vec{j} + \left(\frac{\partial B_x}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial x} \right) \cdot \vec{k}.$$

Закон полного тока в дифференциальной форме

Теорема Стокса:
$$\oint_L \vec{A}d\vec{l} = \int_S rot\vec{A}d\vec{S}.$$

(а) Согласно теореме Стокса
$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \int_S rot\vec{B}d\vec{S}.$$

(б) Закон полного тока в интегральной форме:
$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{j}d\vec{S}.$$

Закон полного тока в дифференциальной форме

$$\Rightarrow \qquad \int\limits_S rot\vec{B}d\vec{S} = \mu_0 \int\limits_S \vec{j}d\vec{S} = \int\limits_S \mu_0 \vec{j}d\vec{S}.$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{rot\vec{B} = \mu_0 \vec{j}}$$

или, так как

$$\Downarrow$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H},$$

$$\boxed{rot\vec{H} = \vec{j}.}$$