

# Явление электромагнитной индукции

Электрический ток создает вокруг себя магнитное поле. Возможно ли обратное явление? Можно ли получить ток с помощью магнитного поля?



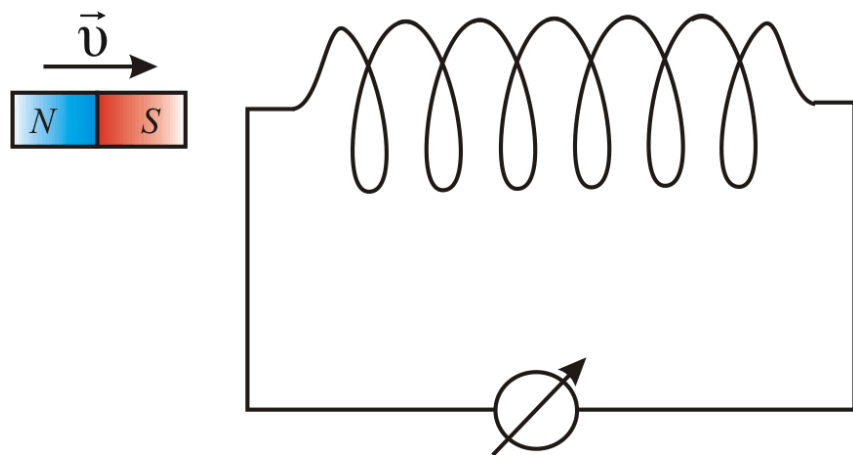
**ФАРАДЕЙ Майкл (1791 – 1867) – знаменитый английский физик.**

*Исследования в области электричества, магнетизма, магнитооптики, электрохимии.*

Создал лабораторную модель электродвигателя. Открыл индукцию при замыкании и размыкании цепи и установил их направление. Открыл законы электролиза, первый ввел понятия поля и диэлектрической проницаемости, в 1845 употребил термин «магнитное поле».

Кроме всего прочего М. Фарадей открыл явления диа- и парамагнетизма. Он установил, что все материалы в магнитном поле ведут себя по-разному: ориентируются по полю (пара и ферромагнетики) или поперек поля – диамагнетики.

## Опыты Фарадея

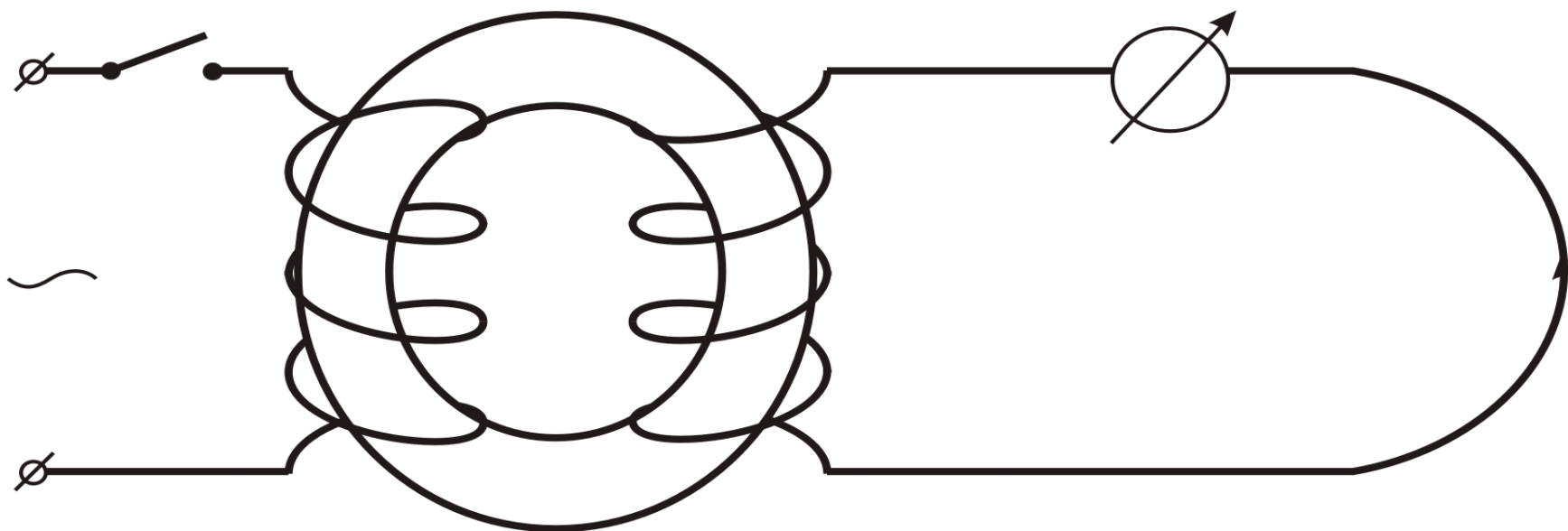


Если подносить магнит к катушке или наоборот, то в катушке возникнет электрический ток.

То же самое с двумя близко расположенными катушками: если к одной из катушек подключить источник переменного тока, то в другой также возникнет переменный ток.

# Опыты Фарадея

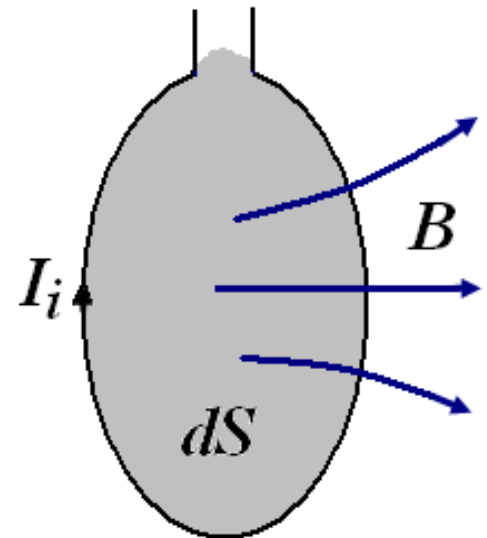
Этот эффект проявляется намного сильнее, если две катушки соединить сердечником



## Опыты Фарадея

По определению Фарадея общим для этих опытов является то, что: **если поток вектора индукции  $\Phi_B = \vec{B}\vec{S}$ , пронизывающий замкнутый, проводящий контур меняется, то в контуре возникает электрический ток.**

Это явление называют явлением электромагнитной индукции, а ток – индукционным.



# Опыты Фарадея

В 1833 г. Ленц установил общее **правило нахождения направления тока**: **индукционный ток всегда направлен так, что магнитное поле этого тока препятствует изменению магнитного потока, вызывающего индукционный ток.**

Это утверждение носит название **правило Ленца.**

## Явление электромагнитной индукции

Для создания тока в цепи необходимо наличие электродвижущей силы. Поэтому явление электромагнитной индукции свидетельствует о том, что при изменении магнитного потока в контуре возникает электродвижущая сила индукции

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Закон Фарадея

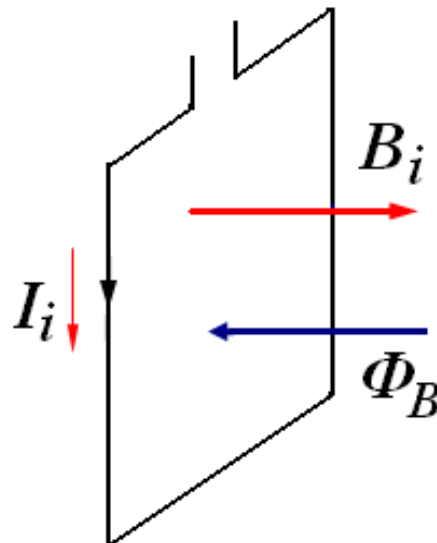
(закон электромагнитной индукции)

## Явление электромагнитной индукции

Знак минус в уравнении отражает **правило Ленца** :

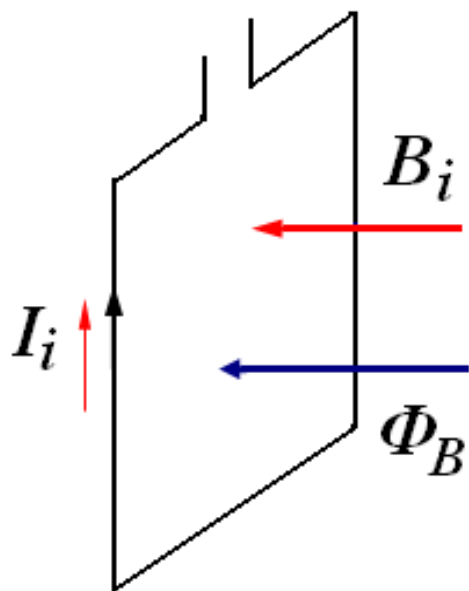
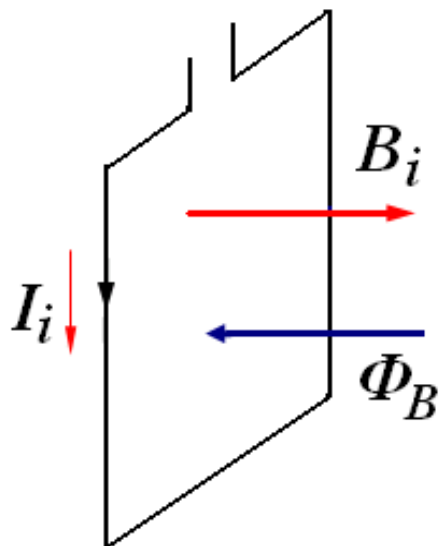
$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

индукционный ток в контуре имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока.





## Явление электромагнитной индукции



$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

- **Увеличение потока**

$$\frac{d\Phi_B}{dt} > 0$$

вызывает  $\mathcal{E}_i < 0$ , т.е.

индукционное поле  $\mathbf{B}_i$  направлено навстречу внешнему полю, поток которого  $\Phi_B$ .

- **Уменьшение потока**

$$\frac{d\Phi_B}{dt} < 0$$

вызывает,  $\mathcal{E}_i > 0$  т.е. индукционное поле  $\mathbf{B}_i$  совпадает с направлением внешнего поля, поток которого  $\Phi_B$ .

## Явление электромагнитной индукции

**ВАЖНО:** Закон Фарадея универсален, так как не зависит от способа изменения магнитного поля.

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(\vec{B}\vec{S})}{dt} = -\frac{d(BS \cos \alpha)}{dt}$$

В системе СИ размерность э.д.с. индукции:

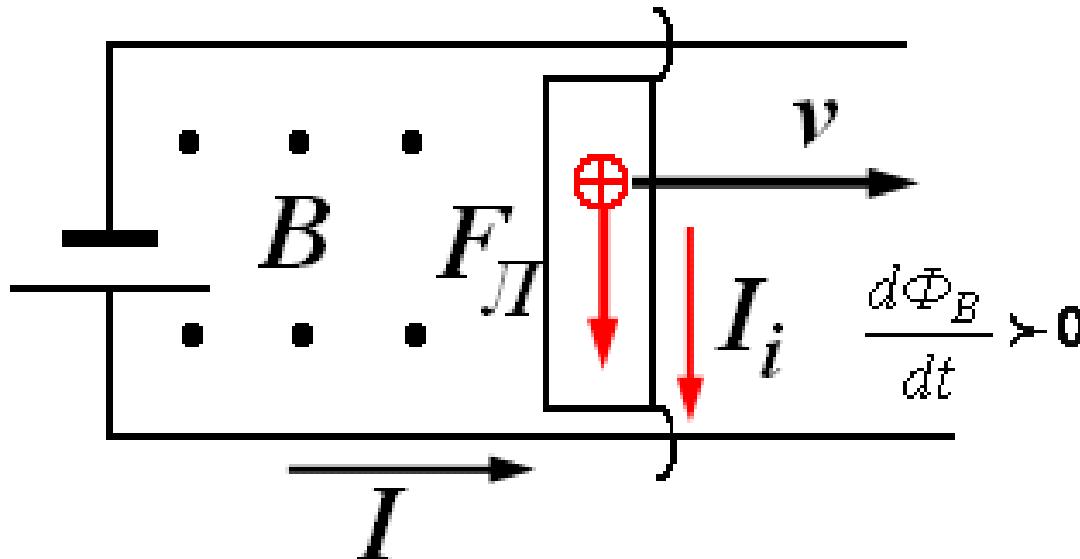
$$[\mathcal{E}_i] = [\text{Вб/с}] = \text{В}$$

Поток магнитной индукции можно менять следующими способами:

1. Изменять площадь рамки  $S$ .

(На движущиеся заряды в проводнике действует сила Лоренца)

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d(BS \cos \alpha)}{dt} = -B \frac{d(S)}{dt}$$

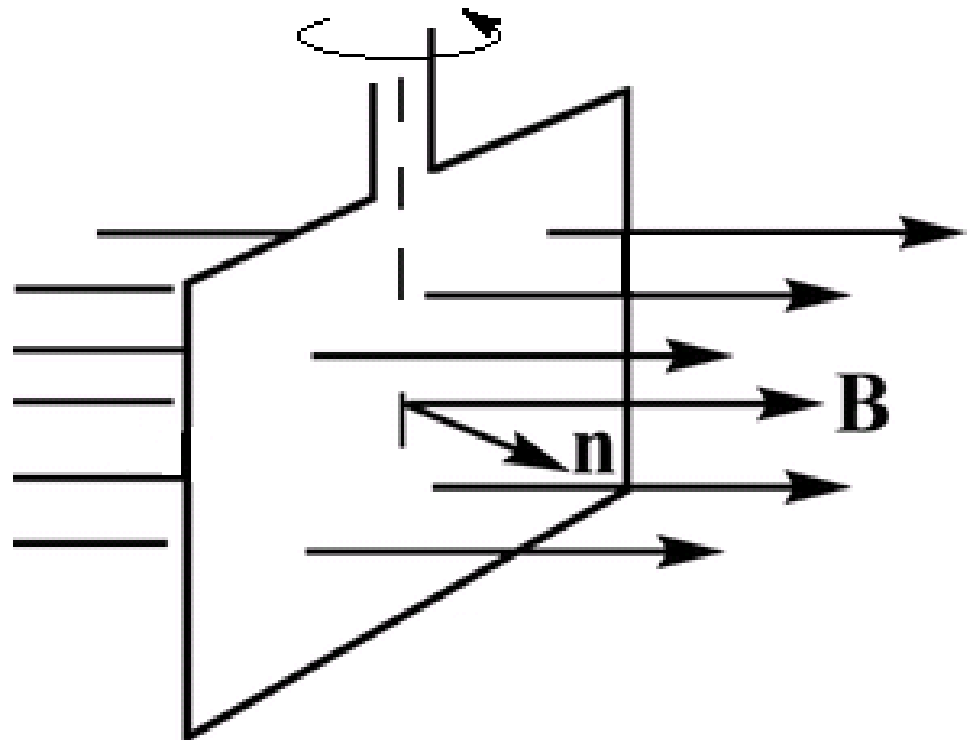


Поток магнитной индукции можно менять следующими способами:

## 2. Вращать рамку.

(На электрические заряды в проводнике действует сила Лоренца)

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d(BS \cos \alpha)}{dt} = -BS \frac{d \cos \alpha}{dt}$$

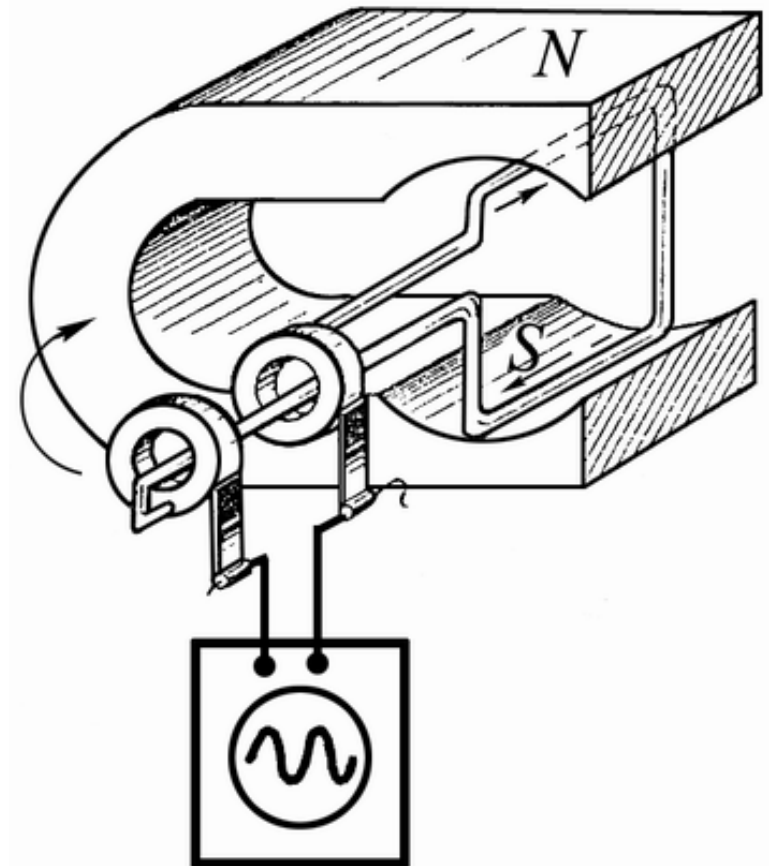


Это явление положено в основу работы  
*генераторов переменного тока (или электродвигателей),*

В КОТОРЫХ в однородном магнитном поле ( $\mathbf{B} = const$ ) равномерно (с угловой скоростью  $\omega = const$ ) вращается рамка

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_i &= -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d(\vec{B}\vec{S})}{dt} = \\ &= -\frac{d(BS \cos \omega t)}{dt} = \underbrace{BS\omega}_{\mathcal{E}_{max}} \sin \omega t,\end{aligned}$$

$S$  – площадь рамки.



Поток магнитной индукции можно менять следующими способами:

### 3. Переменное магнитное поле.

Переменное магнитное поле возбуждает в пространстве переменное электрическое поле, которое и является причиной индукционного тока в неподвижном проводнике (гипотеза Максвелла).

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_{\text{стор}} d\vec{l}$$

## Вихревое электрическое поле

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_{стор} d\vec{l}$$

Результирующее поле:

$E_{кул}$  — напряженность электростатического поля,  
 $E_{стор}$  — напряженность поля сторонних сил.

$$E = E_{кул} + E_{стор}$$

$$E_{стор} = E - E_{кул}$$

$$\mathcal{E}_i = \oint_L (\vec{E} - \vec{E}_{кул}) d\vec{l} = \oint_L \vec{E} d\vec{l} - \underbrace{\oint_L \vec{E}_{кул} d\vec{l}}_0$$

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \neq 0$$

## Вихревое электрическое поле

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \neq 0$$

следовательно, электрическое поле, возбуждаемое переменным магнитным полем – **вихревое**.



## Вихревое электрическое поле

Отличия вихревого электрического поля от электростатического:

1. Силовые линии вихревого электрического поля – **замкнутые**.
2. **Работа** по перемещению единичного положительного точечного заряда в вихревом электрическом поле (циркуляция вектора  $\mathbf{E}$ ) не равна нулю, а **равна э.д.с. индукции**  $\varepsilon_j$ .

## Закон электромагнитной индукции в дифференциальной форме

Формула Стокса: 
$$\oint_L \vec{A} d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{A} d\vec{S}$$

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} d\vec{S}$$

Контур не изменяет форму, следовательно, операции дифференцирования и интегрирования можно поменять местами:

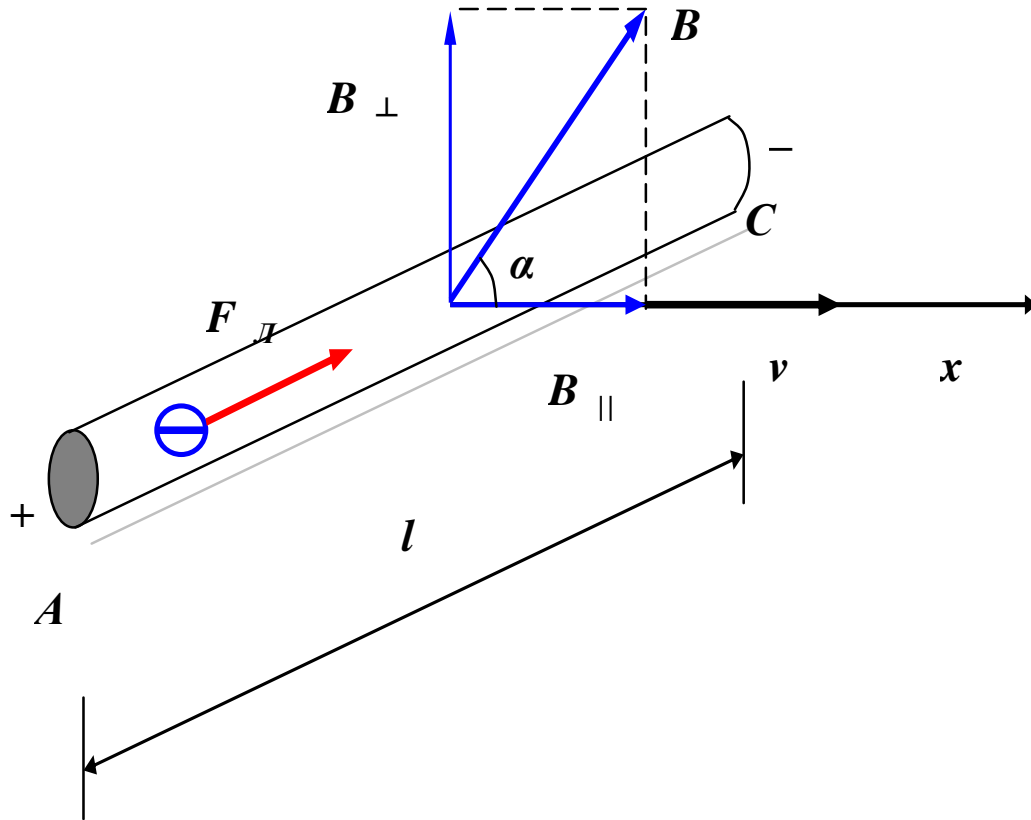
$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}. \quad \Rightarrow \quad \oint_L \vec{E} d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{E} d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}.$$

## Закон электромагнитной индукции в дифференциальной форме

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = \underbrace{\int_S \operatorname{rot} \vec{E} d\vec{S} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

# Электронный механизм возникновения э.д.с. индукции

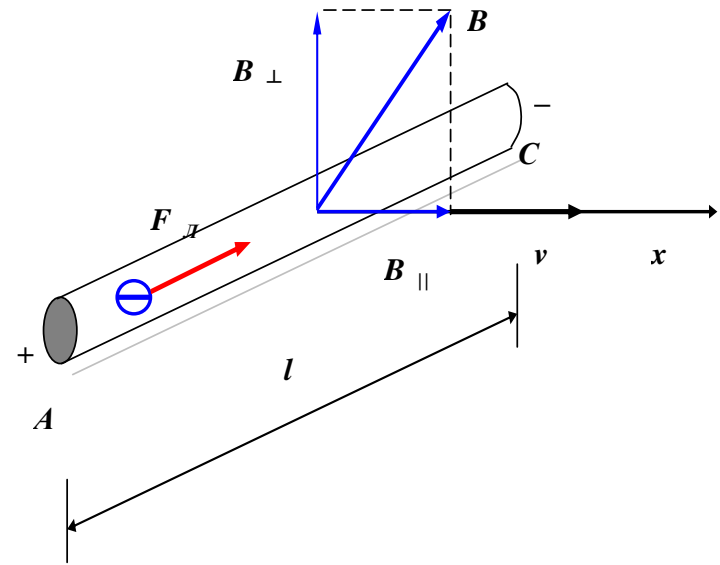


Отрезок проводника движется в постоянном магнитном поле индукцией  $B = \text{const}$ .

На электроны проводимости металла действует

$$F_{\text{Л}} = qvB \sin \alpha$$

# Электронный механизм возникновения э.д.с. индукции



$$F_L = F_{\text{эл.стат.}}$$

$$qvB \sin \alpha = qE$$

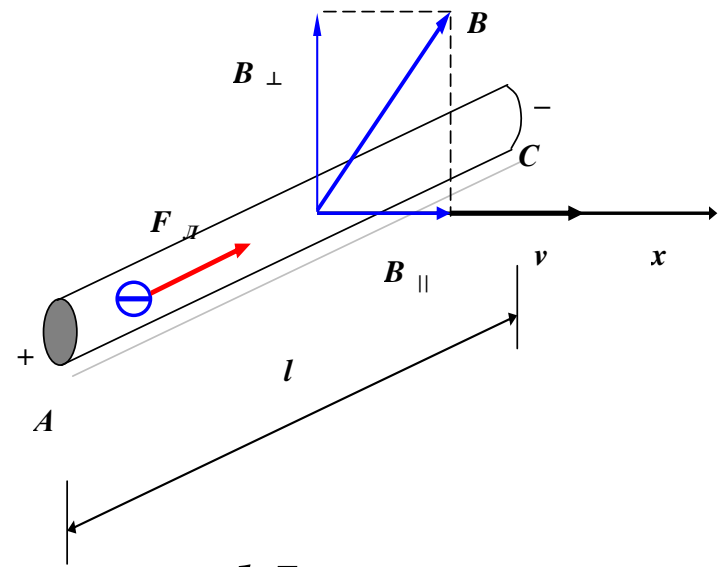
$$E = vB \sin \alpha$$

$$\Delta\varphi = El = vBl \sin \alpha = vB_{\perp} l$$

$$\varphi_A - \varphi_C = \Delta\varphi = -\mathcal{E}_i$$

$$v = \frac{dx}{dt} \quad l dx = dS$$

# Электронный механизм возникновения э.д.с. индукции

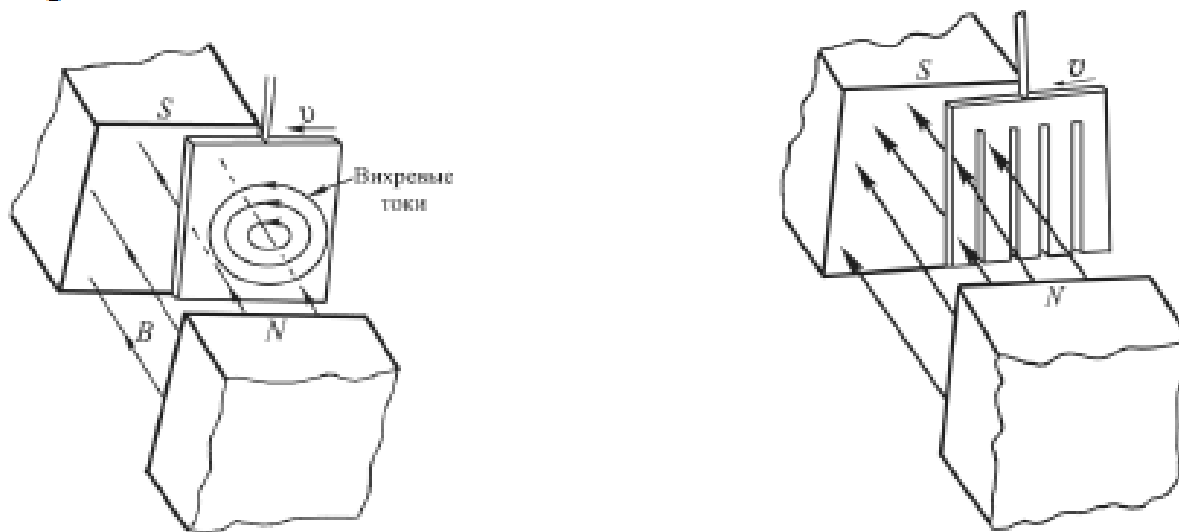


$$\begin{aligned}\mathcal{E}_i &= -B_{\perp} \frac{ldx}{dt} = -\frac{dB_{\perp} S}{dt} \\ &= -\frac{d(BS)}{dt} = -\frac{d\Phi_B}{dt}\end{aligned}$$

$d\Phi_B$  – поток через поверхность,  
прочерчиваемую проводником при движении.

## Электромагнитная индукция в технике. Токи Фуко (вихревые токи)

- **Токи Фуко (вихревые токи)** – индукционные токи, возникающие в массивных сплошных проводниках, помещенных в переменное магнитное поле.
- Массивные проводники – это проводники, поперечные размеры которых соизмеримы с длиной проводника.



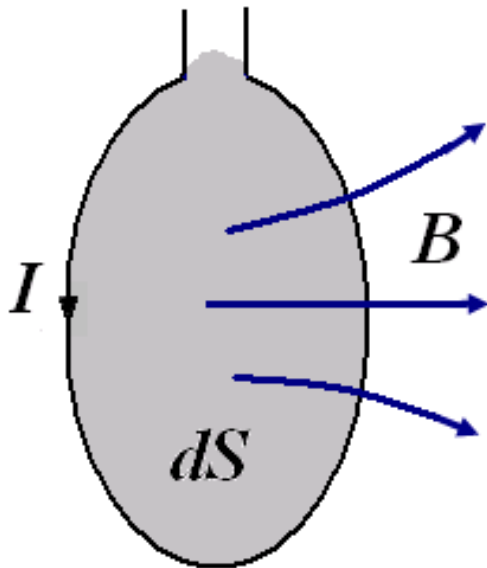
# Явление самоиндукции

**Индуктивность**



## ИНДУКТИВНОСТЬ

Ток  $I$ , текущий в замкнутом контуре, вокруг себя создает магнитное поле  $B$ .



$$\left. \begin{aligned} dB &= \frac{\mu\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2} \\ \Phi_B &= \oint_S \vec{B} d\vec{S} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \Phi &\sim I \\ \Phi &= L \cdot I, \end{aligned}$$

где коэффициент пропорциональности  $L$  называется **индуктивностью контура**.

## Явление самоиндукции

При изменении тока  $I$  в контуре изменяется создаваемое им магнитное поле. Следовательно, в контуре индуцируется э.д.с.

$$\mathcal{E}_s = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Этот процесс называется **самоиндукцией**.

В системе СИ индуктивность измеряется в генри:

$$[L] = \text{Гн} = \text{Вб/А} = \text{В} \cdot \text{с/А}.$$

## Явление самоиндукции

- Э.д.с. индукции  $\mathcal{E}_i$  создается внешним магнитным полем.
- Э.д.с. самоиндукции  $\mathcal{E}_s$  создается при изменении собственного магнитного поля.

В общем случае **индуктивность контура  $L$  зависит** от

- 1) геометрической формы контура и его размеров,
- 2) магнитной проницаемости среды, в которой находится контур.

В электростатике аналогом индуктивности является емкость  $C$  соединенного проводника, которая зависит от формы, размеров, диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  среды.

## Явление самоиндукции

### Закон Фарадея для самоиндукции

$$\mathcal{E}_S = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -\left( L\frac{dI}{dt} + I\underbrace{\frac{dL}{dt}}_{\substack{0, \text{если} \\ L = \text{const}}} \right) = -L\frac{dI}{dt}.$$

$L = \text{const}$ , если магнитная проницаемость  $\mu$  среды и геометрические размеры контура постоянны.

Знак минус в законе Фарадея в соответствии с **правилом Ленца** означает, что наличие индуктивности  $L$  приводит к замедлению изменения тока  $I$  в контуре.

## Явление самоиндукции

$$\mathcal{E}_S = -L \frac{dI}{dt}$$

- Если ток  $I$  **возрастает**, то  $dI / dt > 0$  и, соответственно,  $\mathcal{E}_S < 0$ , т.е. ток самоиндукции  $I_S$  направлен навстречу току  $I$  внешнего источника и замедляет его нарастание.
- Если ток  $I$  **убывает**, то  $dI / dt < 0$  и, соответственно,  $\mathcal{E}_S > 0$ , т.е. ток самоиндукции  $I_S$  имеет то же направление, что и убывающий ток  $I$  внешнего источника и замедляет его убывание.

## Явление самоиндукции

- Если контур обладает определенной индуктивностью  $L$ , то любое изменение тока  $I$  тормозится тем сильнее, чем больше  $L$  контура, т.е. контур обладает ***электрической инертностью***.

## Индуктивность соленоида

$$L = \frac{\Phi_N}{I} = \frac{N\Phi}{I}, \quad \Phi = BS$$

$\Phi_N$  – поток магнитной индукции через  $N$  витков,  
 $S$  – площадь одного витка.

Поле соленоида:  $B = \mu\mu_0 nI = \mu\mu_0 \frac{N}{l} I$

$l$  – длина соленоида,

$n$  – число витков на единицу длины соленоида.

$$L = \frac{N\mu\mu_0 NIS}{lI} = \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l} = \frac{\mu\mu_0 N^2 Sl}{l^2} = \mu\mu_0 n^2 V.$$

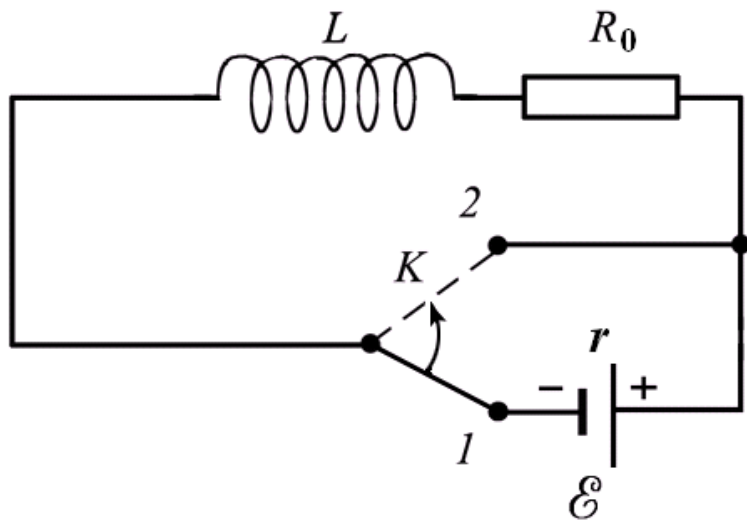
**Экстратоки замыкания и размыкания**



## Экстратоки замыкания и размыкания

По правилу Ленца при включении и выключении тока в цепи, содержащей индуктивность  $L$ , возникает ток самоиндукции  $I_S$ , который направлен так, чтобы препятствовать изменению тока  $I$  в цепи.

## Экстратоки размыкания



$r$  обычно мало и  $R \approx R_0$

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = \int_0^t -\frac{R}{L} dt$$

Ключ  $K$  в положении 1:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}, \quad R = R_0 + r.$$

Ключ  $K$  в положении 2

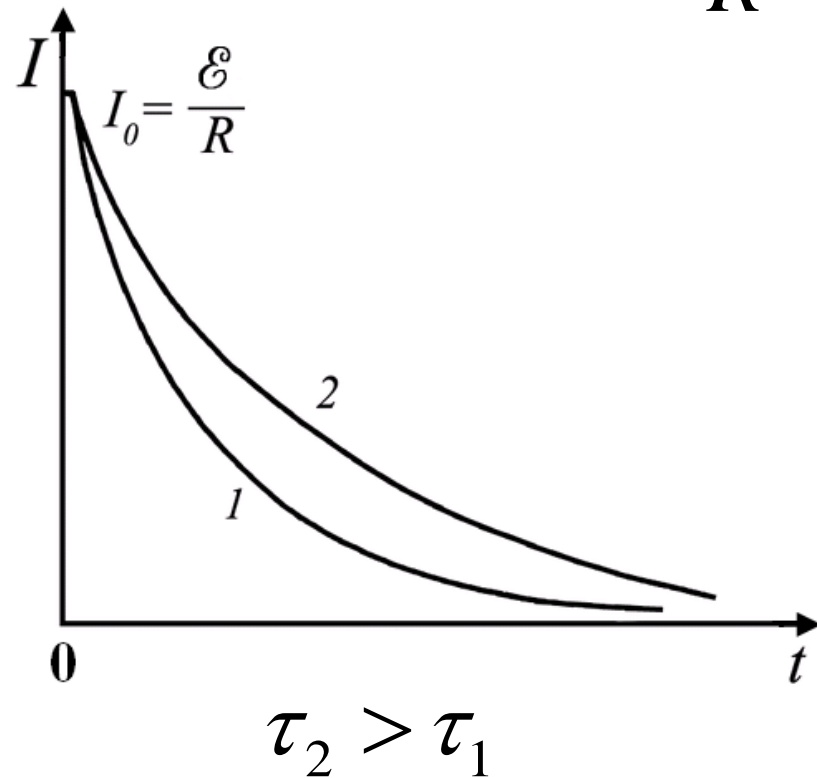
(размыкание цепи):

Возникает  $\mathcal{E}_S$  и обусловленный ею ток

$$I = I_S = \frac{\mathcal{E}_S}{R} = -\frac{1}{R} L \frac{dI}{dt}$$

$$\ln I \Big|_{I_0}^I = -\frac{R}{L} t \quad \Rightarrow \quad I = I_0 e^{-\frac{R}{L} t}$$

## Экстратоки размыкания



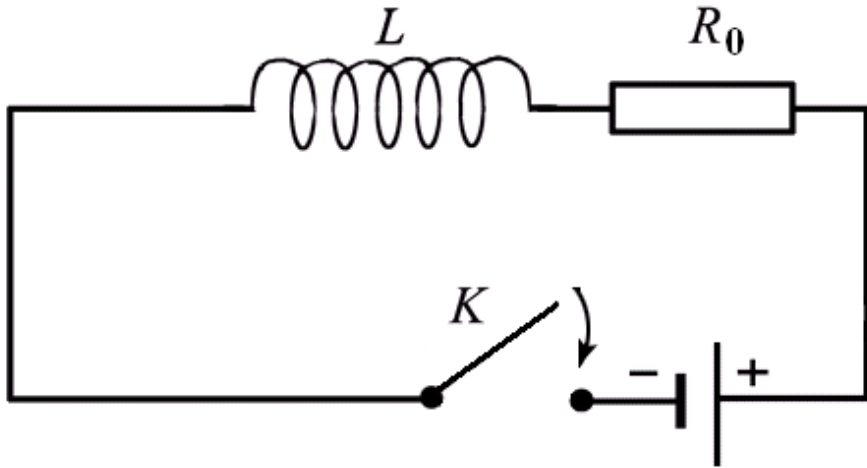
$$\tau = \frac{L}{R}$$

- постоянная, называемая **временем релаксации** – время, в течение которого сила тока  $I$  уменьшается в  $e$  раз.

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Чем больше  $L$ , тем больше  $\tau$ , и тем медленнее уменьшается ток  $I$ .

## Экстратоки замыкания



При **замыкании цепи** помимо внешней Э.д.с. возникает Э.д.с. самоиндукции.

$$I = \frac{\mathcal{E} + \mathcal{E}_s}{R} = \frac{\mathcal{E} - L \frac{dI}{dt}}{R} = \underbrace{I_0}_{\mathcal{E}/R} - \frac{L}{R} \frac{dI}{dt} \quad \frac{dI}{I - I_0} = -\frac{R}{L} dt$$

Замена переменных:  $I - \underbrace{I_0}_{const} = \underset{\text{переменная}}{i} \Rightarrow dI = di$

## Экстратоки замыкания

$$\int_{i_0}^i \frac{di}{i} = \int_0^t -\frac{1}{\tau} dt$$

В момент замыкания  $t = 0$  сила тока  $I = 0$ ,  
переменная  $i_0 = -I_0$ ;  
в момент времени  $t$  сила тока  $I$ ,  
переменная  $i = I - I_0$

$$\ln i \Big|_{i_0}^i = -\frac{t}{\tau} \Big|_0^t$$

$$\ln i \Big|_{-I_0}^{I-I_0} = -\frac{t}{\tau}$$

$$\ln \frac{I - I_0}{-I_0} = -\frac{t}{\tau}$$

$$\frac{I - I_0}{-I_0} = e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I - I_0 = -I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I = I_0 - I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

## Экстратоки замыкания

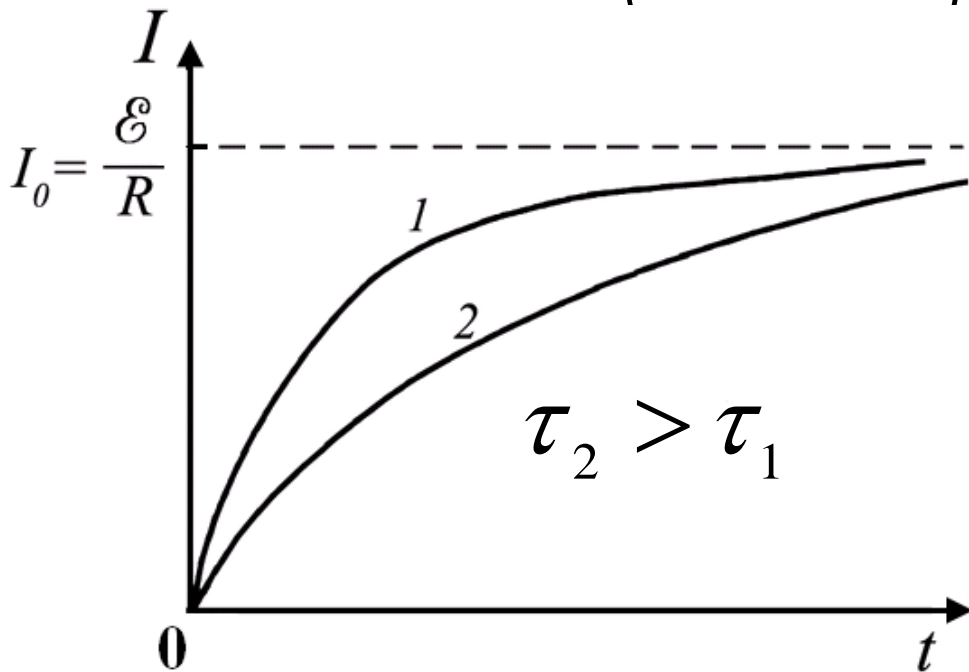
$$I = I_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$I_0$  — установившийся ток.

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Установление тока происходит тем быстрее, чем меньше  $L$  цепи и больше её сопротивление  $R$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

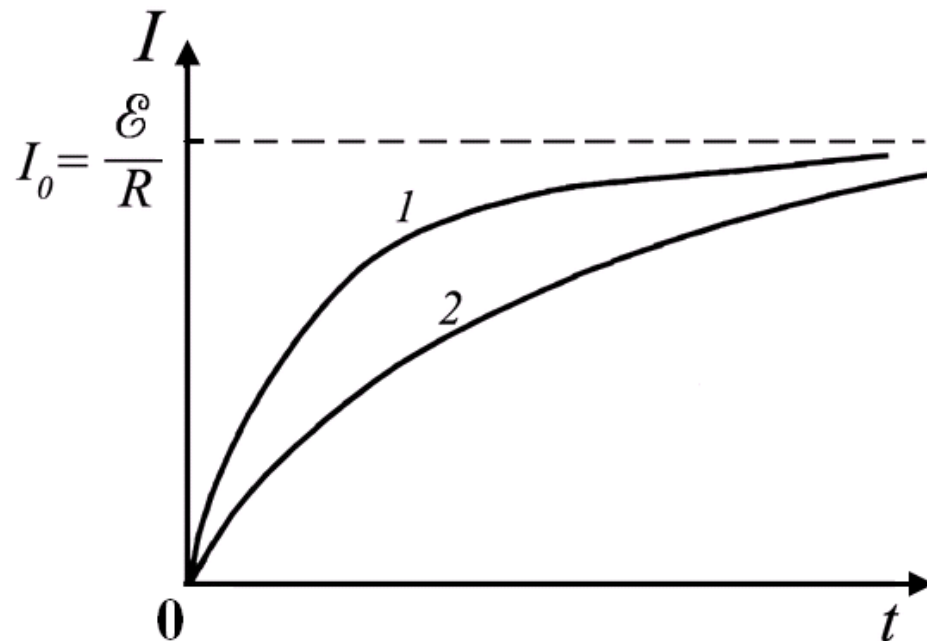


## Экстратоки замыкания

Поскольку сопротивление батареи  $r$  обычно мало, то можно считать, что  $R \approx R_0$ , где

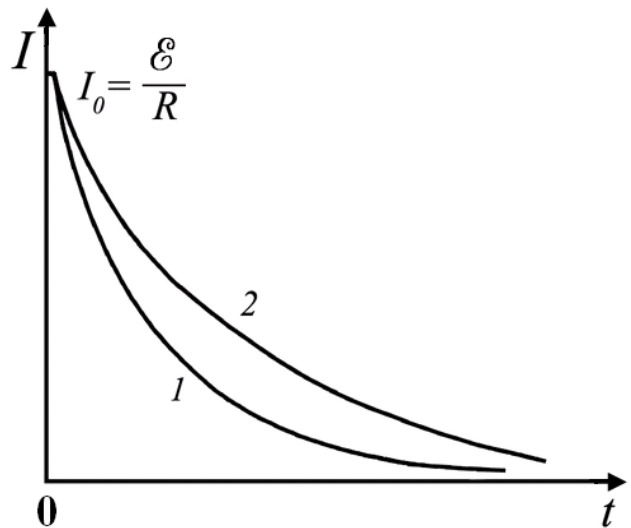
$R_0$  – сопротивление цепи без учета сопротивления источника ЭДС. Установившийся ток

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_0}$$



## Экстратоки замыкания и размыкания

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_0}$$



При *отключении источника э.д.с. (размыкание цепи)* ток изменяется по закону

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{\mathcal{E}}{R_0} e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R_0} \frac{LR}{L} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{R}{R_0} \mathcal{E} e^{-\frac{R}{L}t}$$



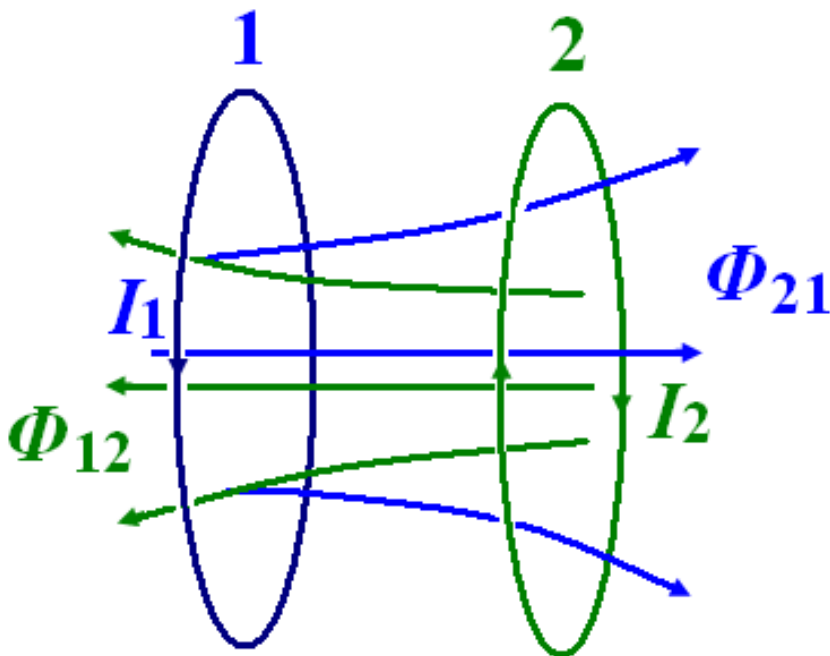
## Экстратоки замыкания и размыкания

$$\mathcal{E}_s = \frac{R}{R_0} \mathcal{E} e^{-\frac{R}{L}t}$$

Если цепь переключается на очень большое внешнее сопротивление  $R$ , например, происходит разрыв цепи ( $R \gg R_0$ ), то  $\mathcal{E}_s$  может стать огромным и образуется вольтова дуга между разомкнутыми концами выключателя.

## Взаимная индукция

Два контура.



Магнитный поток, образованный контуром 1, пронизывает контур 2:

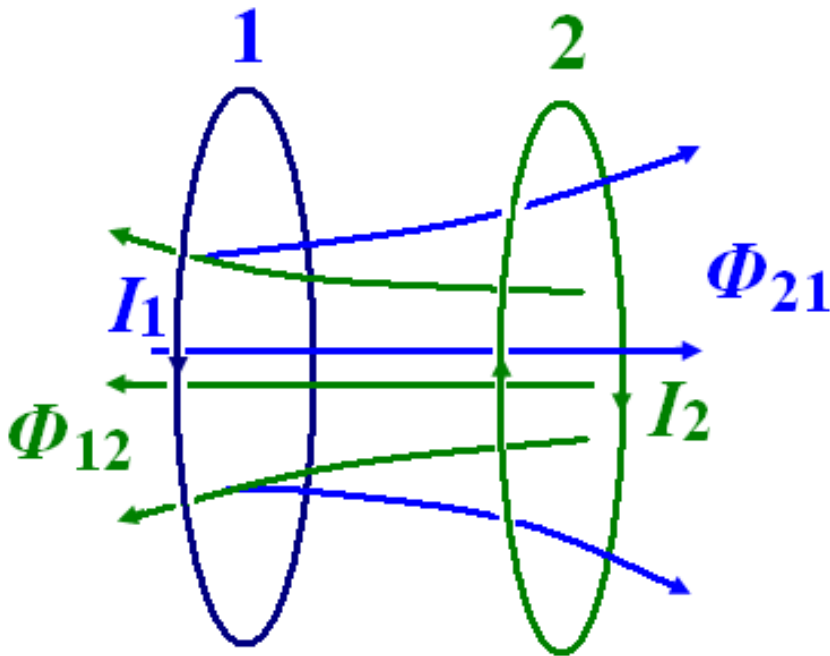
$$\Phi_{21} = L_{21}I_1$$

$L_{21}$  – коэффициент пропорциональности.

Если  $I_1$  изменяется, то в контуре 2 индуцируется э.д.с.

$$\mathcal{E}_{i2} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

## Взаимная индукция



Аналогично, если в контуре 2 изменяется  $I_2$ , то в первом контуре изменение магнитного потока индуцирует э.д.с.:

$$\mathcal{E}_{i1} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

Явление возникновения э.д.с. в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется **взаимной индукцией**.

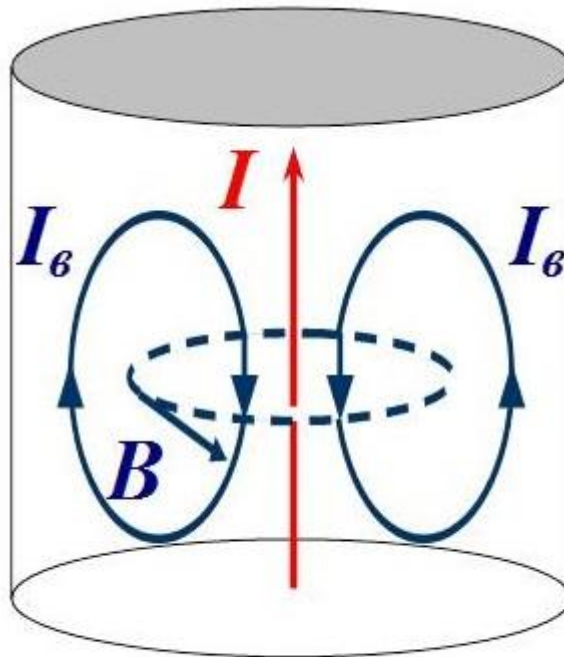
## Взаимная индукция

Коэффициенты  $L_{12} = L_{21}$  – **взаимная индуктивность** контуров зависит от

1. геометрической формы,
2. размеров,
3. взаимного расположения,
4. магнитной проницаемости среды  $\mu$ .

Принцип действия трансформатора:  
**САМОСТОЯТЕЛЬНО!**

## Скин – эффект

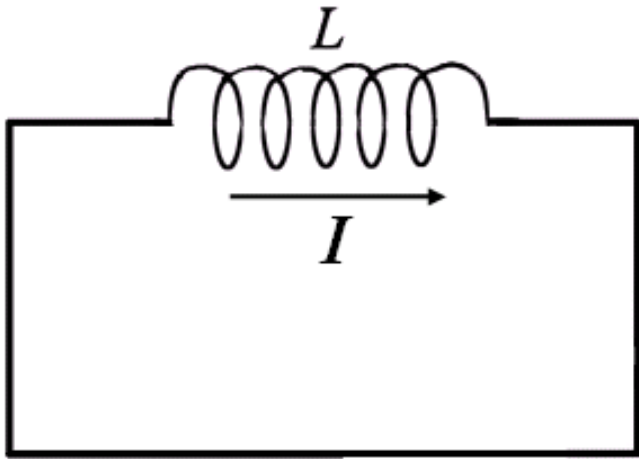


$$dI/dt > 0$$

САМОСТОЯТЕЛЬНО!

## Энергия магнитного поля.

### Объемная плотность энергии магнитного поля



Энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается током на создание этого поля.

Работа, обусловленная индукционными явлениями

$$dA = \mathcal{E}_s \underbrace{Idt}_{dq} = -L \frac{dI}{dt} Idt = -LI dI$$

## Энергия магнитного поля

Работа  $dA$  затрачивается на изменение магнитного потока на величину  $d\Phi$ .

Работа по созданию магнитного потока  $\Phi$ :

$$A = W = \int dA = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}$$

## Объемная плотность энергии магнитного поля

$$\omega = \frac{W}{V}$$

Найдем  $\omega$  на примере соленоида

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l} \\ B &= \frac{\mu\mu_0 NI}{l} \Rightarrow I = \frac{Bl}{\mu\mu_0 N} \\ B &= \mu\mu_0 H \end{aligned} \right\} \begin{aligned} W &= \frac{LI^2}{2} = \\ &= \frac{1}{2} \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l} \frac{B^2 l^2}{\mu^2 \mu_0^2 N^2} \\ &= \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \cdot V = \frac{BH}{2} \cdot V \end{aligned}$$



## Объемная плотность энергии магнитного поля

Магнитное поле соленоида однородное и сосредоточено внутри него.

Энергия распределена в соленоиде с постоянной объемной плотностью

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{BH}{2}$$

Для электрического поля  $\omega = \frac{ED}{2}$

$D$  - вектор **электростатической индукции**