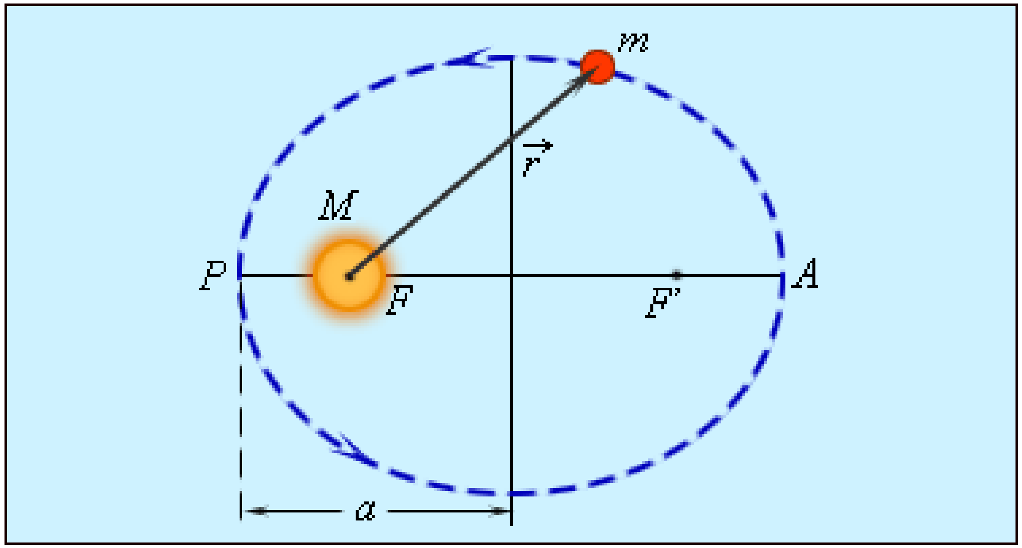
ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Законы Кеплера

- **1577-1597 гг. Тихо Браге**
- **1609-1619 гг. Иоганн Кеплер**
- **Исаак Ньютон**

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1-ый ЗК: Каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.

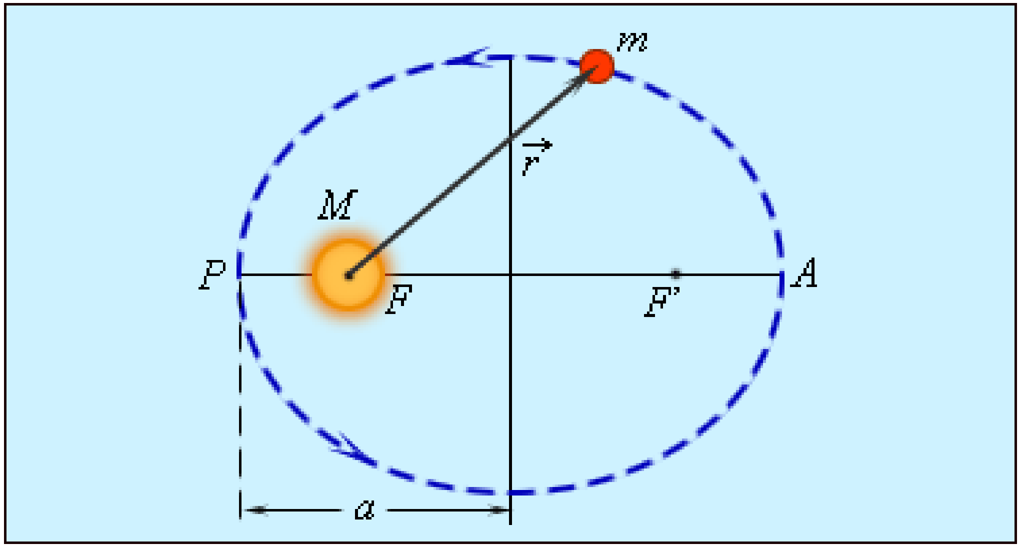


Большая полуось орбиты планеты – это ее среднее расстояние от Солнца.

Среднее расстояние Земли от Солнца принято в астрономии за единицу расстояния и называется *астрономической единицей*:

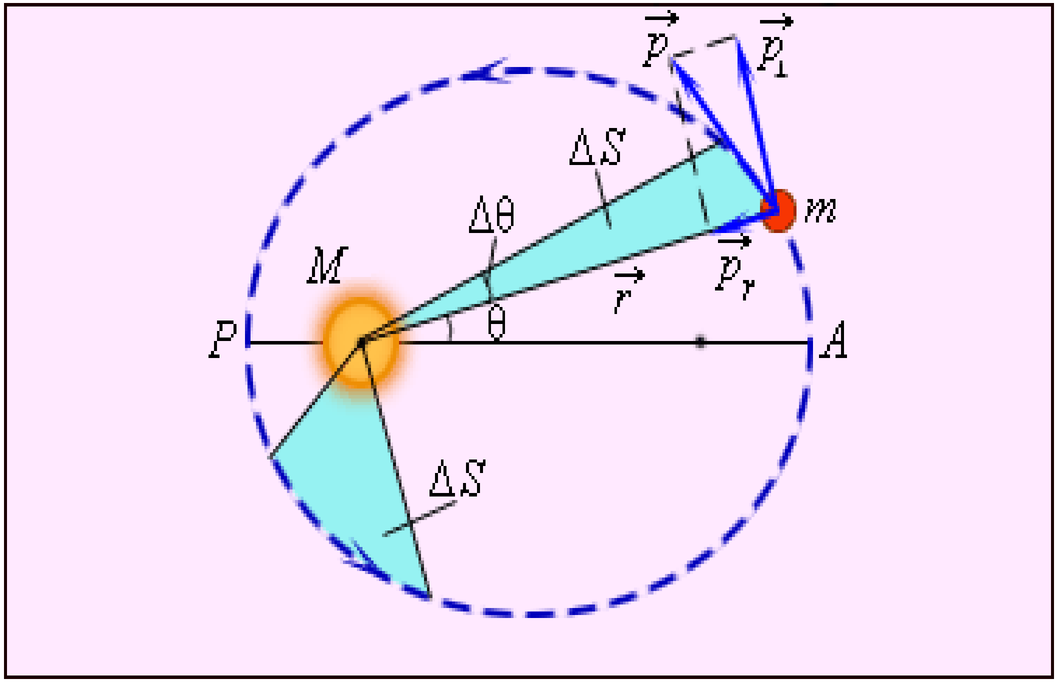
1 а.е. = 149 600 000 км.

Ближайшую к Солнцу точку орбиты называют перигелием *(греч. пери – возле, около; Гелиос – Солнце),* а наиболее удаленную – афелием *(греч. апо – вдали).*



ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

2-ой ЗК: Радиус – вектор планеты за равные промежутки времени описывает одинаковые площади.



$$\Delta S = \frac{1}{2} r^2 \Delta\theta \qquad \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1}{2} r^2 \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{1}{2} r^2 \omega; (\Delta t \to 0)$$

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1}{2} r^2 \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{1}{2} r^2 \omega; (\Delta t \to 0)$$

Второй закон Кеплера эквивалентен [закону сохранения момента импульса](#).

$$L = r p_{\perp} = r(\omega \upsilon_{\perp}) = m r^2 \omega$$

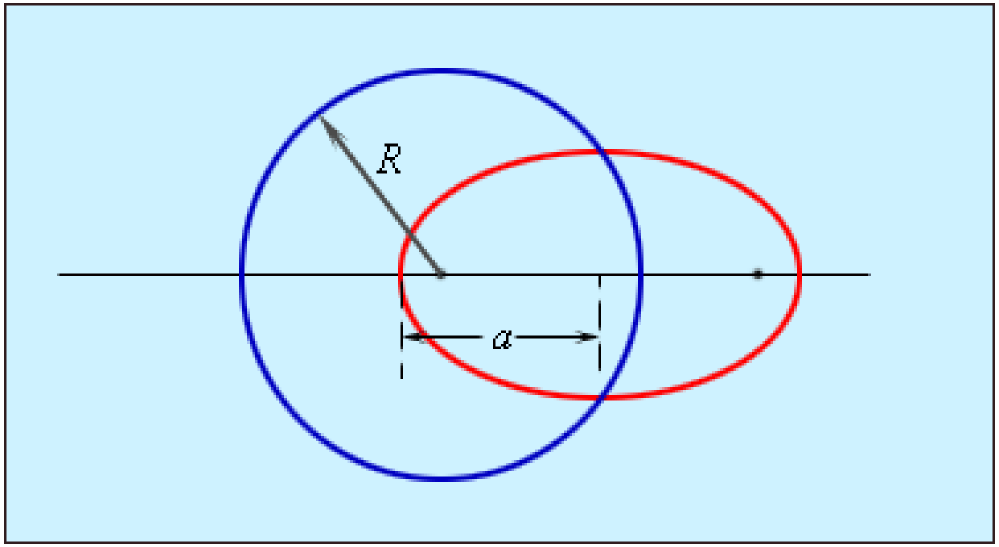
$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{L}{2m} \quad (\Delta t \to 0)$$

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = const \quad \Longrightarrow \quad L = const$$

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

3-й ЗК: Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей их орбит.

$$\frac{T^2}{a^3} = const \qquad \frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}$$



ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

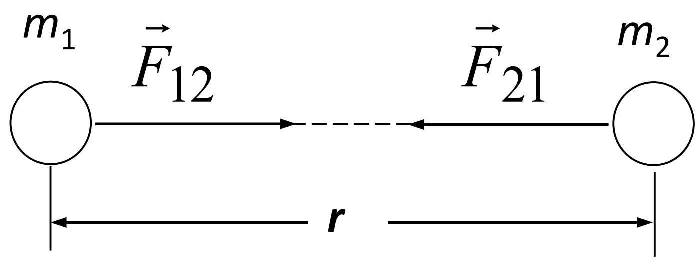
Исаак Ньютон:

три ЗК

законы динамики

Закон всемирного тяготения

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$



G — **гравитационная постоянная**

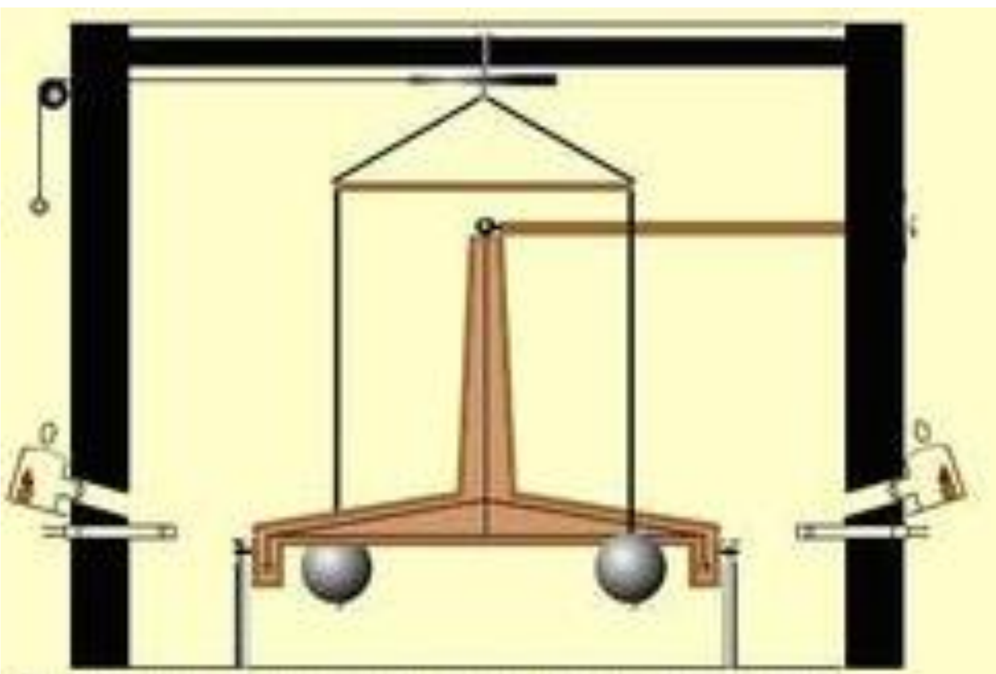
$$\boxed{G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} Н \cdot м^2 / кг^2}$$

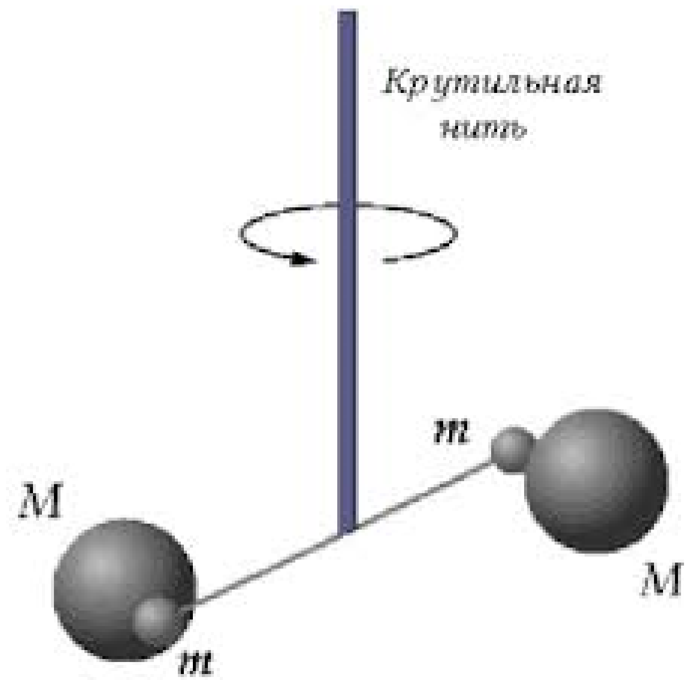
Две материальные точки притягивают друг друга, пропорциональна массам этих точек и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Опыт Кавендиша

http://www.youtube.com/watch?v=iOgrSlzyFMA

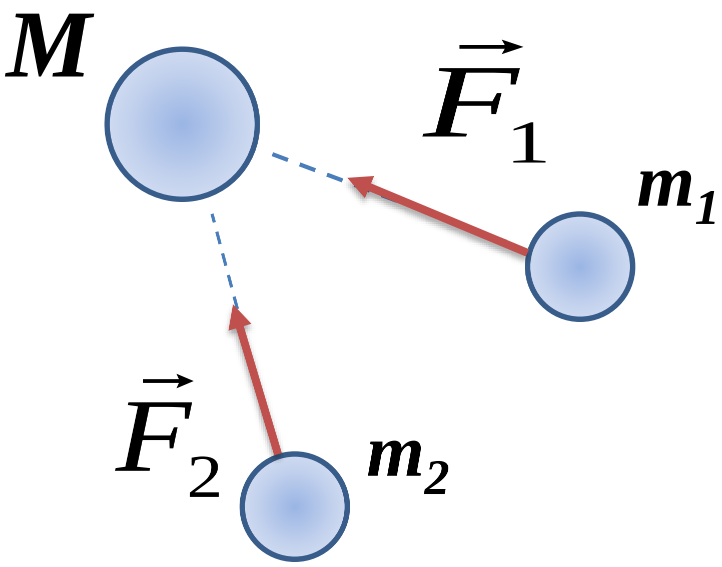




ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Поле тяготения и его напряженность

Поле тяготения и его напряженность



$$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m}$$

т.е. напряженность определяется силой, действующий со стороны поля на материальную точку единичный массы.

$$G = \gamma \frac{M}{r^2}$$

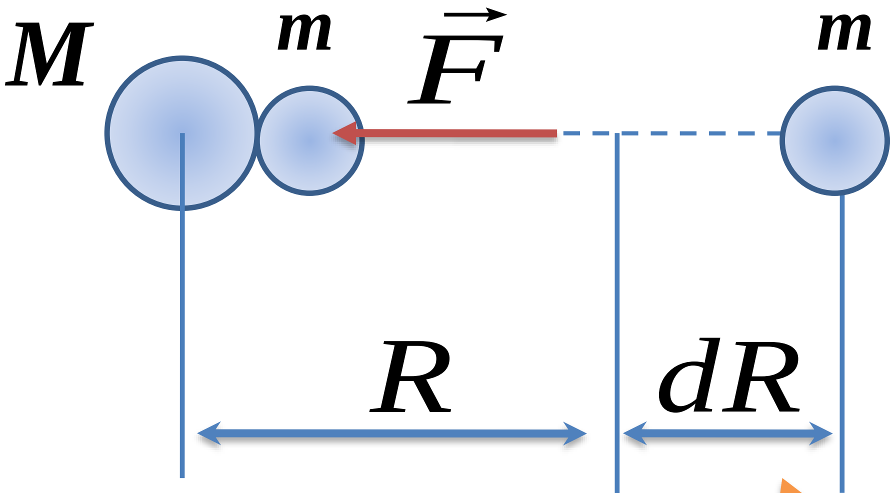
Напряженность есть силовая характеристика поля тяготения.

$$G \left[\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right]$$

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Работа в поле тяготения. Потенциал поля тяготения

Работа в поле тяготения. Потенциал поля тяготения



$$F = G\frac{Mm}{R^2}$$

Вычислим работу, которую надо затратить для удаления тела массой *m* от Земли. На расстоянии *R* на тело действует сила.

$$dA = -G\frac{Mm}{R^2}dR$$

Знак « - » появляется потому, что сила и перемещение противоположны по направлению.

Работа в поле тяготения. Потенциал поля тяготения

$$A = \int_{R_1}^{R_2} dA = -\int_{R_1}^{R_2} G\frac{Mm}{R^2}dR = m\left(\frac{GM}{R_2} - \frac{GM}{R_1}\right)$$

работа в поле тяготения не зависит от траектории

⬇

<u>силы тяготения – консервативные силы</u>

Работа в поле тяготения. Потенциал поля тяготения

$$A = -\left(E_{П_2} - E_{П_1}\right) = E_{П_1} - E_{П_2}$$

$$E_{П_1} - E_{П_2} = -m\left(\frac{GM}{R_1} - \frac{GM}{R_2}\right)$$

$R_2 \to \infty$ $$E_{П_1} = -G\frac{Mm}{R_1}$$

<u>**Потенциалом поля тяготения**</u> **называется скалярная величина**

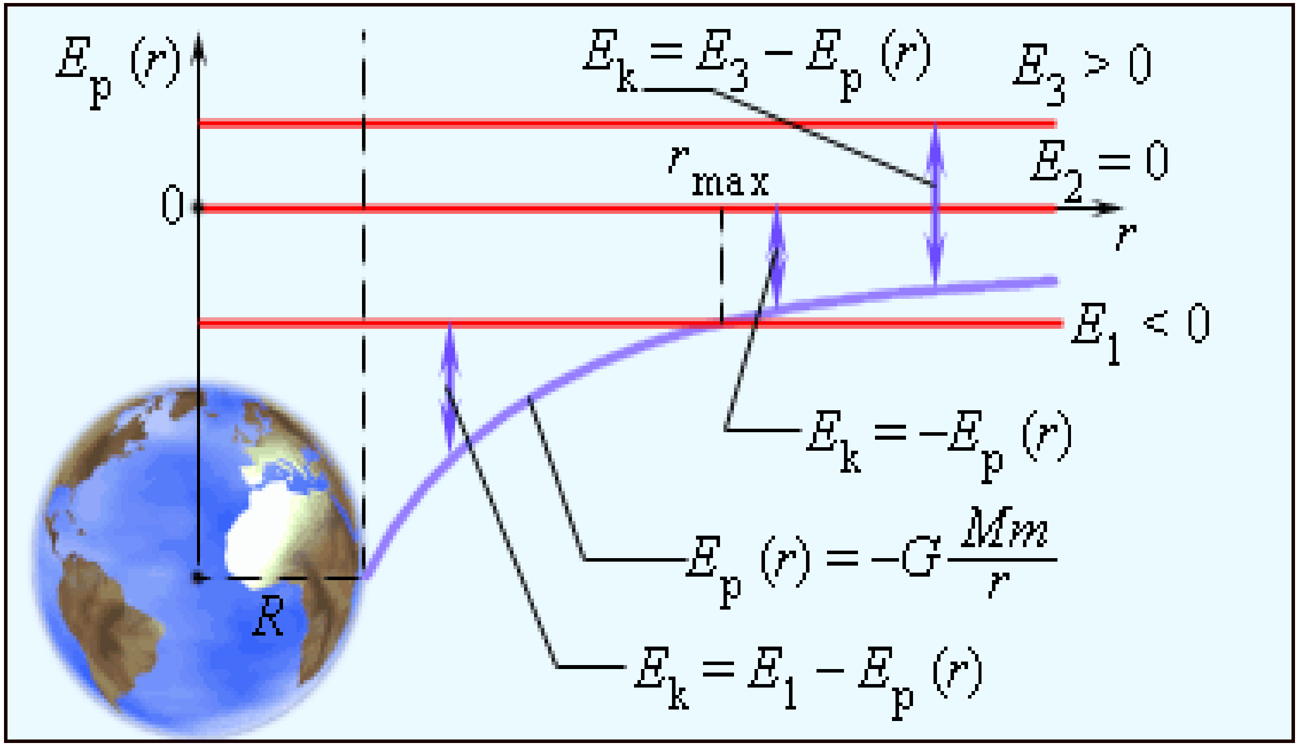
$$\varphi = \frac{E_П}{m}$$

$$\varphi = -G\frac{M}{R}$$

Потенциал - энергетическая характеристика поля тяготения.

R **– расстояние от этого тела до рассматриваемой точки**

$$E = E_K + E_П = \frac{m\upsilon^2}{2} - G\frac{Mm}{r} = const$$



$E = E_1 < 0$ Тело движется по **эллиптической орбите.**

$E = E_2 = 0$ Тело движется по **параболической траектории**.

$E = E_3 > 0$ Тело движется по **гиперболической траектории**.

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Поле тяготения Земли

Поле тяготения Земли

$$\vec{F}_{\text{тяж}} = m\vec{g}$$

$$mg = G\frac{Mm}{R_0^2}$$

где *M* - масса Земли, *R_0* - радиус Земли.

Если тело расположено на высоте *h* от поверхности Земли, тогда

$$mg = G\frac{Mm}{(R_0 + h)^2}$$

сила тяжести и ускорение свободного падения с удалением от поверхности Земли уменьшаются.

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Следует различать силу тяжести и <u>вес тела.</u> Весом тела называют силу, с которой тело, вследствии притяжения к Земле действует на опору (или подвес). Эта сила равна $m\vec{g}$ лишь в том случае, если тело и опора (подвес) неподвижны относительно Земли. В случае их движения с некоторым ускорением $\vec{a}$ вес не будет равен силе тяжести.

Состояние тела, при котором на него действует только сила тяжести, называется состоянием <u>невесомости</u>.

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Космические скорости

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Первой космической скоростью называется такая скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно могло двигаться вблизи поверхности Земли по круговой орбите, т.е. превратиться в искусственный спутник Земли.

Сила тяготения,
действующая на спутник,
сообщает ему нормальное ускорение

$$\frac{v_1^2}{r}$$

где *r* - радиус орбиты спутника.

$$G\frac{Mm}{r^2} = \frac{m\upsilon_1^2}{r}$$

$$\boldsymbol{r \approx R_0}$$

$$\boxed{\upsilon_1 = \sqrt{gR_0} = 7{,}9\,\text{км/с}}$$

второму закону Ньютона

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

.

Второй космической скоростью называется такая скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно могло преодолеть притяжение Земли и уйти в космическое пространство.

Эту скорость найдем из равенства кинетической энергии тела работе, совершаемой против сил тяготения:

$$\frac{m\upsilon_2^2}{2} = \int_{R_0}^{\infty} G\frac{mM}{r^2}dr = G\frac{mM}{R_0}$$

$$\boxed{\upsilon_2 = \sqrt{2gR_0} = 11{,}2\ \text{км/с}}$$

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Третьей космической скоростью называется скорость, которую необходимо сообщить телу на Земле, чтобы оно могло преодолеть притяжение Солнца и покинуло пределы Солнечной системы.

$$\boxed{\upsilon_3 = 16{,}7 \text{ км/с}}$$