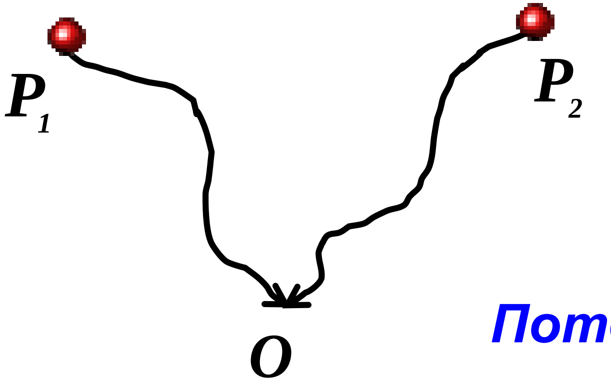
Энергия и работа

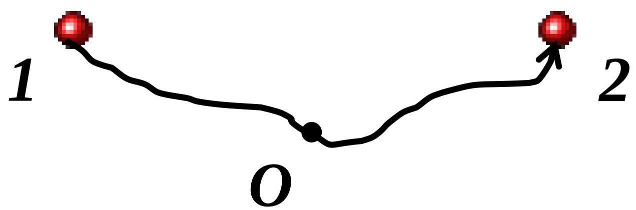
В поле консервативных сил



$$A = f(\vec{r}_P) \qquad A = f(\vec{r}_P) \equiv U(\vec{r}_P)$$

$$A_{PO} = \int_P^O (\vec{F}, d\vec{r}) = U(\vec{r}_P) \equiv U_P$$

Потенциальная энергия МТ во внешнем поле



$$A_{12} = A_{1O} + A_{O2}$$

$$A_{1O} = \int_1^O (\vec{F}, d\vec{r}) = U_1$$

$$A_{O2} = -A_{2O} = -\int_2^O (\vec{F}, d\vec{r}) = -U_2$$

$$A_{12} = U_1 - U_2$$

Энергия и работа

$$X_2 - X_1 = \Delta X$$ – приращение

$$X_1 - X_2 = -\Delta X$$ – убыль

$$A_{12} = U_1 - U_2$$

Работа консервативных сил не зависит от траектории движения МТ и равна убыли потенциальной энергии МТ в данном силовом поле.

$$A_{12} = \frac{\kappa r_1^2}{2} - \frac{\kappa r_2^2}{2}$$

$$U = \frac{\kappa r^2}{2}$$

$$A_{12} = \frac{\beta}{r_1} - \frac{\beta}{r_2}$$

$$U = \frac{\beta}{r}$$

$$\beta = -Gm_1 m_2$$

$$\beta = kq_1 q_2$$

$$A_{12} = mg(z_1 - z_2)$$

$$U = mgz$$

Потенциальная энергия МТ в гравитационном поле отрицательна.

Энергия и работа

***Полной механической энергией МТ** в силовом поле называется сумма ее потенциальной и кинетических энергий:*

$$\boxed{E = K + U}$$

***Полная механическая энергия МТ** в поле **консервативных сил сохраняется**, т.е. не меняется со временем:*

$$\boxed{E = const}$$

– ***закон сохранения полной механической энергии**.*

$$A_{12} = K_2 - K_1 \qquad A_{12} = U_1 - U_2$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

Энергия и работа

***Диссипативные силы* – силы, при действии которых на механическую систему ее полная механическая энергия убывает, переходя в другие формы энергии, например, теплоту.**

Диссипация – лат. рассеяние.

Силы трения **Силы сопротивления среды**

***Приращение полной механической энергии МТ* равно сумме *работ неконсервативных сил*:**

$$\boxed{E_2 - E_1 = A_{12}^{\text{неконсерв.}}}$$

– ***закон сохранения полной механической энергии*.**

$$A_{12} = K_2 - K_1$$

$$A_{12} = A_{12}^{\text{консерв}} + A_{12}^{\text{неконсерв}}$$

$$A_{12}^{\text{консерв}} = U_1 - U_2$$

$$K_2 + U_2 - \left(K_1 + U_1\right) = A_{12}^{\text{неконсерв}}$$

Энергия и работа

Гироскопические силы ***– силы, зависящие от скоростей МТ и действующие всегда перпендикулярно им.***

Сила Лоренца

Работа гироскопических сил равна нулю при любом перемещении МТ.

Энергия и работа

Ранее: **потенциальная энергия МТ во внешнем поле.**

$$A_{12} = U_1 - U_2$$

Система МТ, которые взаимодействуют центральными силами:

$$A_{12}^{int} = W_1 - W_2$$

Внутренняя потенциальная энергия системы МТ или энергия взаимодействия

Каждой конфигурации системы МТ присуще свое значение внутренней потенциальной энергии и работа всех внутренних сил при изменении этой конфигурации равна убыли внутренней энергии системы.

Энергия и работа

Внутренняя потенциальная энергия системы МТ ***не аддитивна:***

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} U_i$$

U_i – *потенциальная энергия взаимодействия i-той МТ со всеми остальными точками системы.*

Полная механическая энергия системы МТ, находящихся под действием только консервативных сил, остается постоянной

– ***закон сохранения полной механической энергии для системы МТ.***

Энергия и работа

Энергия никогда не создается и не уничтожается, она может только переходить из одной формы в другую

– ***универсальный закон сохранения энергии***

Однородность времени **означает, что если в два любых момента времени все тела замкнутой системы поставить в совершенно одинаковые условия, то начиная с этих моментов все явления в ней будут протекать совершенно одинаково.**

Потенциальная энергия – это мера движения тел, зависящая от взаимного расположения тел в системе и от их положений во внешнем силовом поле.

ДИНАМИКА

Энергия и сила

Энергия и сила

Сила – мера механического воздействия на тело со стороны других тел или полей.

Энергия – мера движения и взаимодействия всех видов материи.

$$A_{12} = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

При элементарном перемещении $d\vec{r}$ $\quad \delta A = -dU$

$-dU$ – *убыль потенциальной энергии в направлении перемещения* $d\vec{r}$

$$\delta A = \left(\vec{F}, d\vec{r}\right) = F_s ds \qquad F_s ds = -dU$$

$$\boxed{F_s = -\frac{\partial U}{\partial s}}$$

Проекция силы поля в данной точке на направление перемещения совпадает с производной потенциальной энергии по данному направлению с обратным знаком.

Частная производная берется по определенному направлению.

Энергия и сила

Пусть $d\vec{r} \parallel Ox \quad d\vec{r} = \vec{i} \cdot dx \quad (\vec{F}, d\vec{r}) = (\vec{F}, \vec{i})dx = F_x dx$

$$F_x dx = -dU \qquad F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$$

Аналогично $\quad F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \quad F_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$

В общем случае

$$d\vec{r} = \vec{i} \cdot dx + \vec{j} \cdot dy + \vec{k} \cdot dz \qquad \vec{F} = \vec{i} \cdot F_x + \vec{j} \cdot F_y + \vec{k} \cdot F_z$$

$$\boxed{\vec{F} = -\left(\vec{i} \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + \vec{j} \cdot \frac{\partial U}{\partial y} + \vec{k} \cdot \frac{\partial U}{\partial z}\right)}$$

$$\vec{F} = (F_x, F_y, F_z) \qquad \boxed{\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z}\right)}$$

Градиент скалярной функции *U*

Энергия и сила

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\,U$$

$$\overrightarrow{grad} = \vec{i}\cdot\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\cdot\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\cdot\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\overrightarrow{grad} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

Оператор ***– это некое правило, согласно которому данной функции ставится в соответствие другая функция.***

$$\overrightarrow{grad} \equiv \vec{\nabla}$$

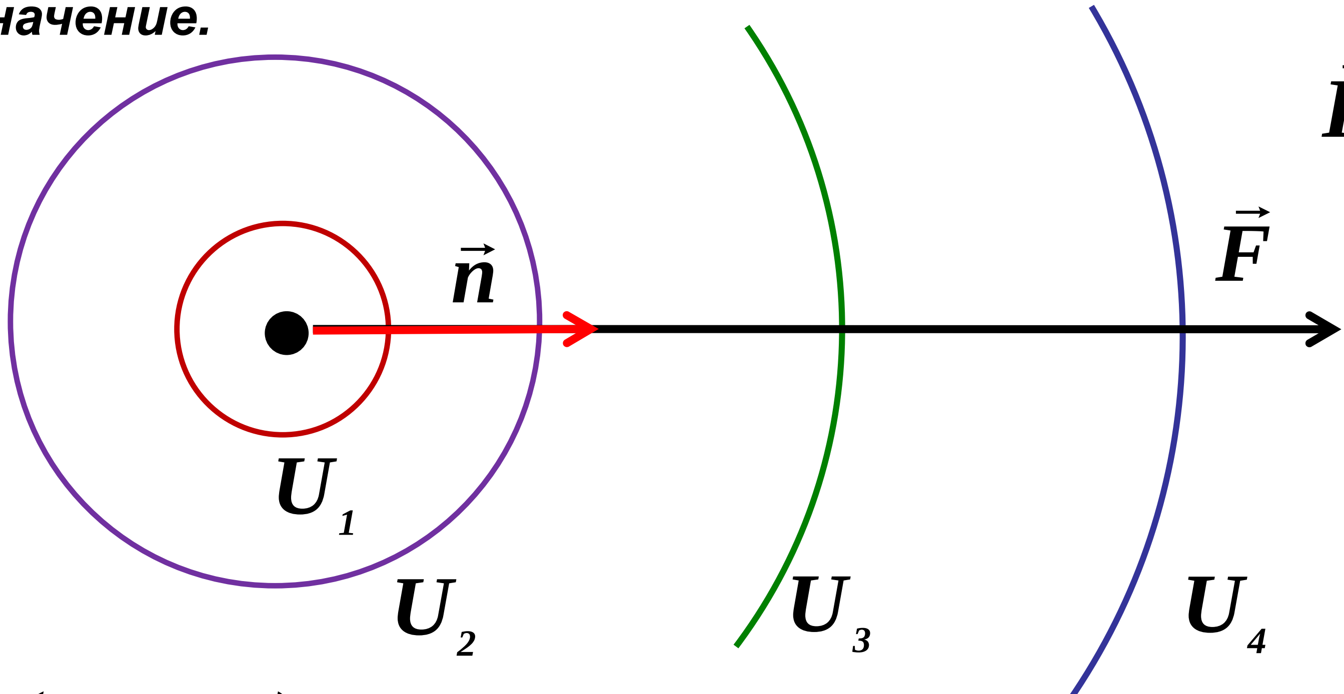
$$\vec{\nabla} = \vec{i}\cdot\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\cdot\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\cdot\frac{\partial}{\partial z}$$

$$\nabla - \textit{набла}$$

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U$$

Энергия и сила

***Эквипотенциальная поверхность** – это поверхность, во всех точках которой потенциальная энергия имеет одно и тоже значение.*



$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\,U$$

$$F_s = -\frac{\partial U}{\partial s}$$

$$U(x,y,z) = const$$

$$\overrightarrow{grad} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

***Градиент** – это вектор, направленный по нормали к эквипотенциальной поверхности в сторону быстрейшего роста функции, модуль которого равен скорости ее изменения в этом направлении.*

Консервативные и потенциальные поля

Поле называется **потенциальным**, *если его можно описать с помощью функции*

$$\Phi = \Phi(x, y, z, t)$$

градиент которой определяет силу в каждой точке поля:

$$\vec{F} = \vec{\nabla}\Phi$$

Функция Φ называется **потенциальный функцией .**

Если потенциальная функция явно не зависит от времени, т.е :

$$\Phi = \Phi(x, y, z)$$

то поле является стационарным, силы – консервативными, а потенциальная функция называется **потенциальной энергией**:

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U$$

Поле консервативных сил является частным случаем потенциального силового поля.

Если поле потенциально, то оно обязательно консервативно.

Консервативное поле не обязательно является потенциальным.

ДИНАМИКА АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Динамика поступательного движения АТТ

Динамика поступательного движения АТТ

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}^{\,внеш}$$

Поскольку закон динамики поступательного движения АТТ совпадает с аналогичным уравнением для МТ, то

описание динамики поступательного движения АТТ сводится к описанию динамики МТ.

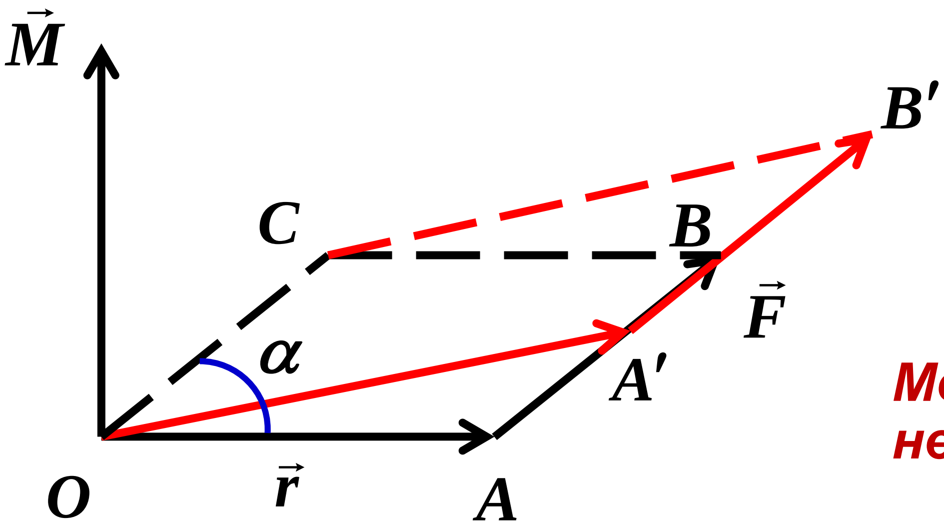
При поступательном движении АТТ можно рассматривать как систему МТ и считать массу тела сосредоточенной в одной точке, к которой приложены все <u>внешние</u> силы (центр масс системы).

ДИНАМИКА АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Динамика вращательного движения АТТ

Момент силы и момент импульса относительно неподвижной точки

Момент силы и момент импульса относительно неподвижной точки



Момент силы относительно неподвижной точки:

$$\vec{M} = \left[\vec{r}, \vec{F}\right]$$

Свойства:

– момент не изменится, если точку приложения силы перенести в любую другую точку, расположенную на линии действия силы.

– если линия действия силы проходит через точку О, то момент силы равен нулю.

Момент силы и момент импульса относительно неподвижной точки

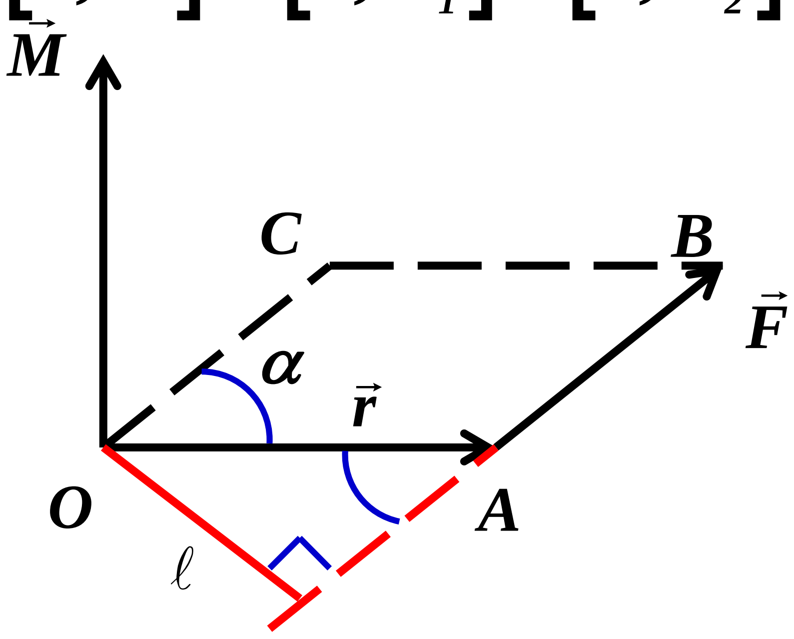
– момент равнодействующей двух или нескольких сил относительно одной неподвижной точки равен геометрической сумме моментов составляющих сил относительно той же точки.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$$

$$\left[\vec{r}, \vec{F}\right] = \left[\vec{r}, \vec{F}_1\right] + \left[\vec{r}, \vec{F}_2\right]$$

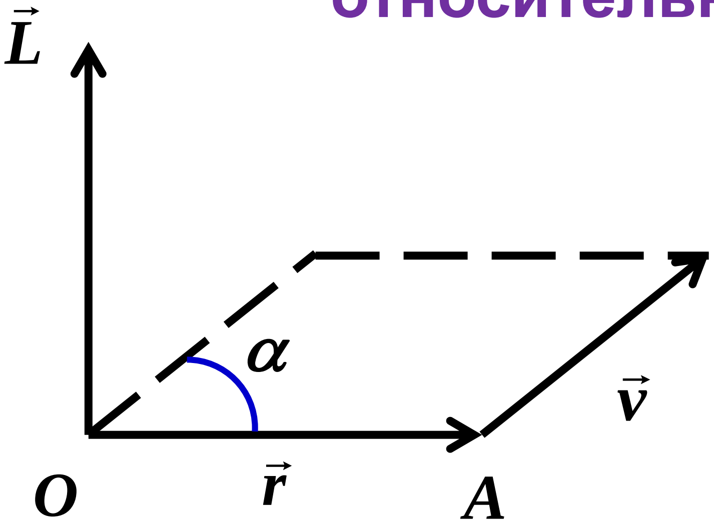
– дистрибутивное (распределительное) свойство



Плечо силы – кратчайшее расстояние от неподвижной точки до линии действия силы:

$$\boxed{\ell = r\sin\alpha}$$

Момент силы и момент импульса относительно неподвижной точки



Момент импульса относительно неподвижной точки:

$$\vec{L} = \left[\vec{r}, \vec{p}\right]$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \left[\frac{d\vec{r}}{dt}, \vec{p}\right] + \left[\vec{r}, \frac{d\vec{p}}{dt}\right]$$

$$\left[\frac{d\vec{r}}{dt}, \vec{p}\right] = \left[\vec{v}, m\vec{v}\right] = 0$$

$$\left[\vec{r}, \frac{d\vec{p}}{dt}\right] = \left[\vec{r}, \vec{F}\right] = \vec{M}$$

Момент силы и момент импульса относительно неподвижной точки

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} d\vec{L} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}dt$$

$$\boxed{\vec{L}_2 - \vec{L}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{M}dt}$$

Производная по времени момента импульса МТ относительно неподвижного начала равна моменту силы относительно того же начала.

Для системы МТ:

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}^{\,внеш}}$$

Производная по времени момент импульса системы МТ относительно неподвижного начала равна геометрической сумме моментов всех внешних сил относительно того же начала.

Момент силы и момент импульса относительно неподвижной точки

Пусть

$$\vec{M}^{\,внеш} = 0 \qquad \boxed{\vec{L} = \sum \vec{L}_i(t) = const}$$

Если момент внешних сил относительно неподвижного начала равен нулю, то момент импульса системы МТ относительно того же начала остается постоянным во времени

– закон сохранения момента импульса.

***Изотропность пространства** означает, что протекание физических явлений в замкнутой системе не изменяется при ее повороте в пространстве.*