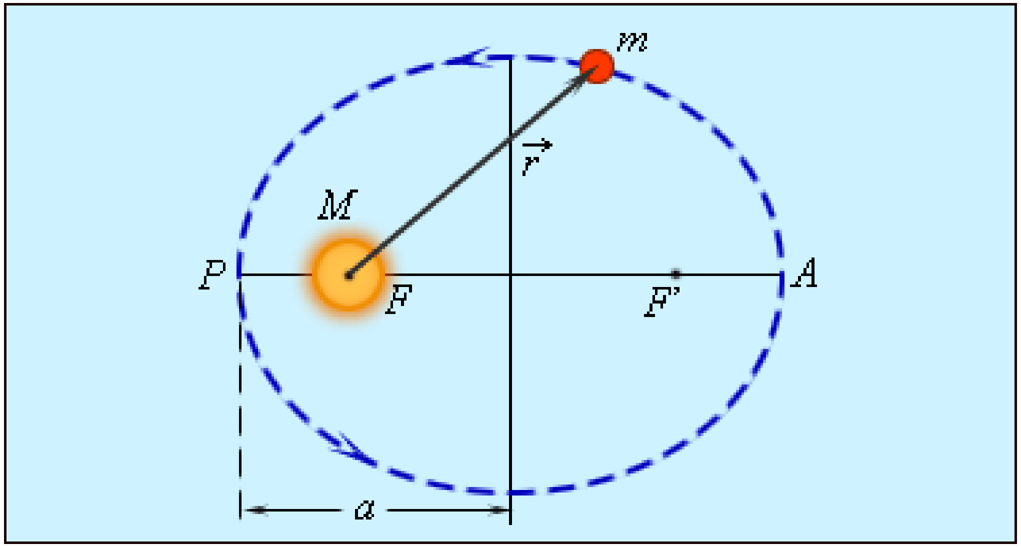
ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Законы Кеплера

- **1577-1597 гг. Тихо Браге**
- **1609-1619 гг. Иоганн Кеплер**
- **Исаак Ньютон**

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

1-ый ЗК: Каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.

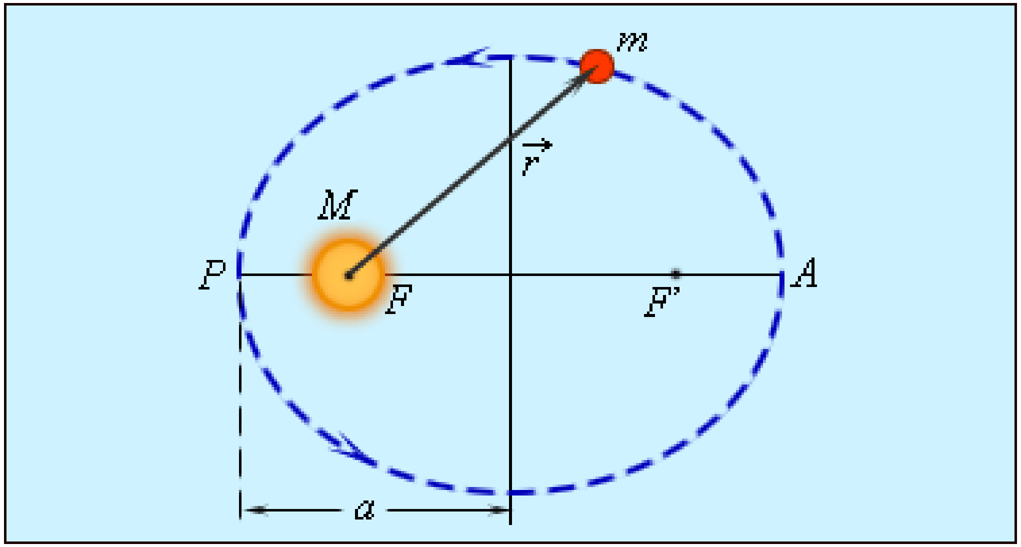


Большая полуось орбиты планеты – это ее среднее расстояние от Солнца.

Среднее расстояние Земли от Солнца принято в астрономии за единицу расстояния и называется *астрономической единицей*:

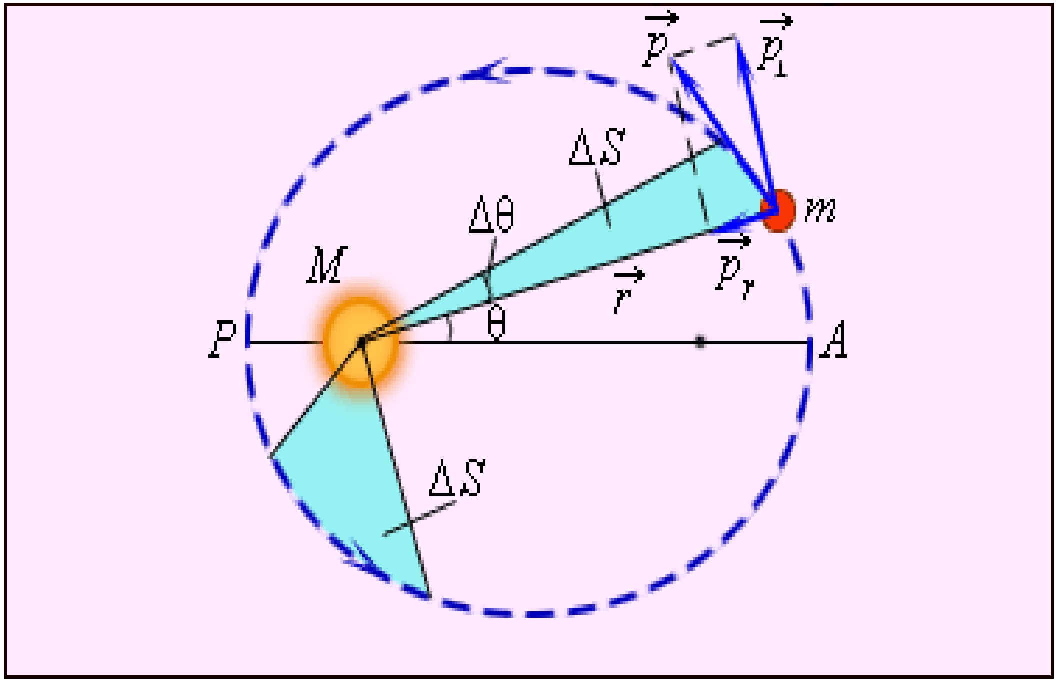
1 а.е. = 149 600 000 км.

Ближайшую к Солнцу точку орбиты называют перигелием *(греч. пери – возле, около; Гелиос – Солнце),* а наиболее удаленную – афелием *(греч. апо – вдали).*



ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

2-ой ЗК: Радиус – вектор планеты за равные промежутки времени описывает одинаковые площади.



$$\Delta S = \frac{1}{2} r^2 \Delta\theta \qquad \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1}{2} r^2 \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{1}{2} r^2 \omega; (\Delta t \to 0)$$

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1}{2} r^2 \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{1}{2} r^2 \omega; (\Delta t \to 0)$$

Второй закон Кеплера эквивалентен закону сохранения момента импульса.

$$L = r p_{\perp} = r(\omega \upsilon_{\perp}) = m r^2 \omega$$

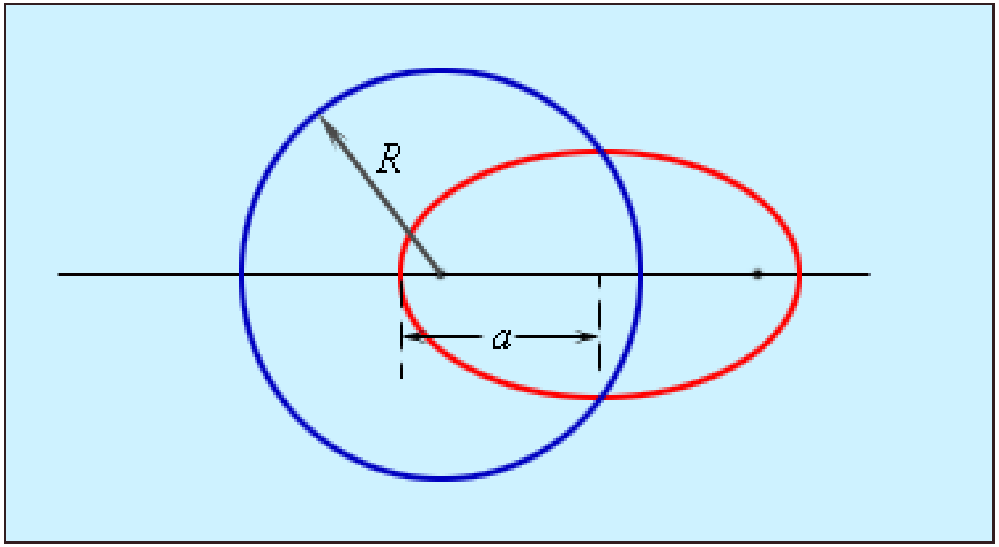
$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{L}{2m} \quad (\Delta t \to 0)$$

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = const \qquad \Longrightarrow \qquad L = const$$

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

3-й ЗК: Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей их орбит.

$$\frac{T^2}{a^3} = const \qquad \frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}$$



ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

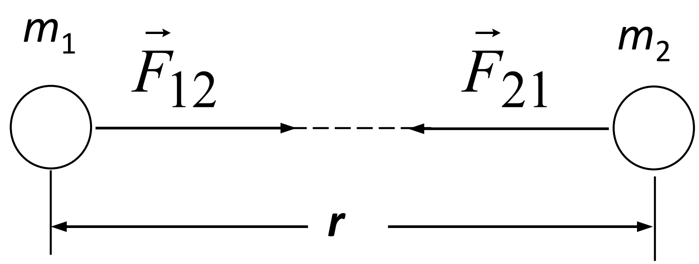
Исаак Ньютон:

три ЗК

законы динамики

Закон всемирного тяготения

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$



G — **гравитационная постоянная**

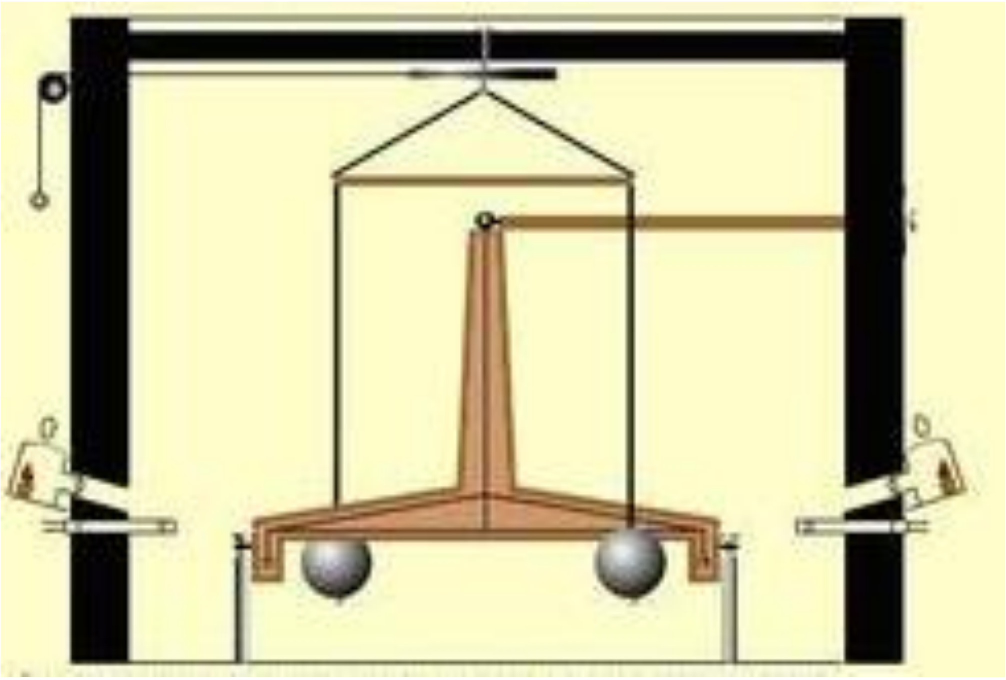
$$\boxed{G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\, Н \cdot м^2 / кг^2}$$

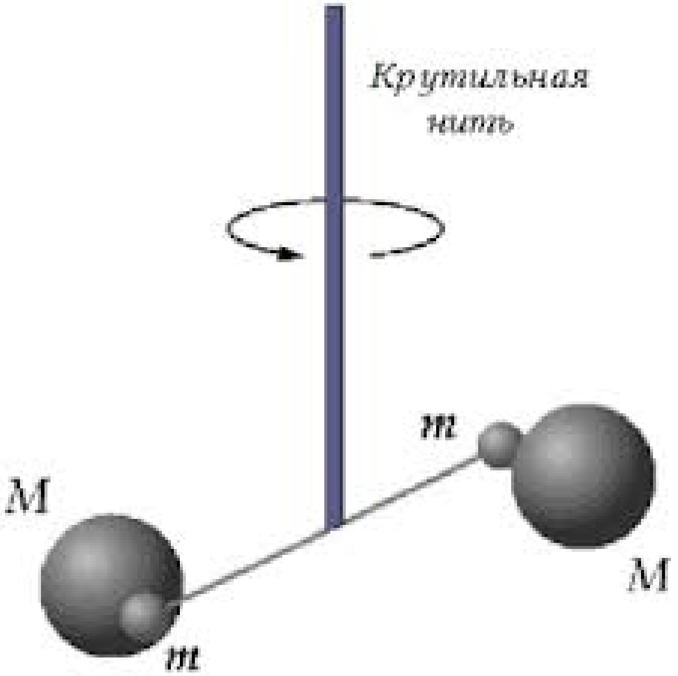
Две материальные точки притягивают друг друга, пропорциональна массам этих точек и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Опыт Кавендиша

http://www.youtube.com/watch?v=iOgrSlzyFMA

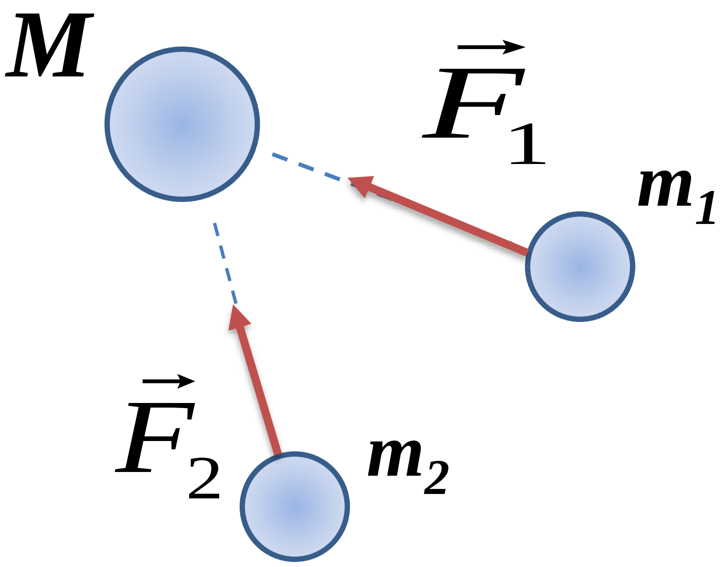




ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Поле тяготения и его напряженность

Поле тяготения и его напряженность



$$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m}$$

т.е. напряженность определяется силой, действующий со стороны поля на материальную точку единичный массы.

$$G = \gamma \frac{M}{r^2}$$

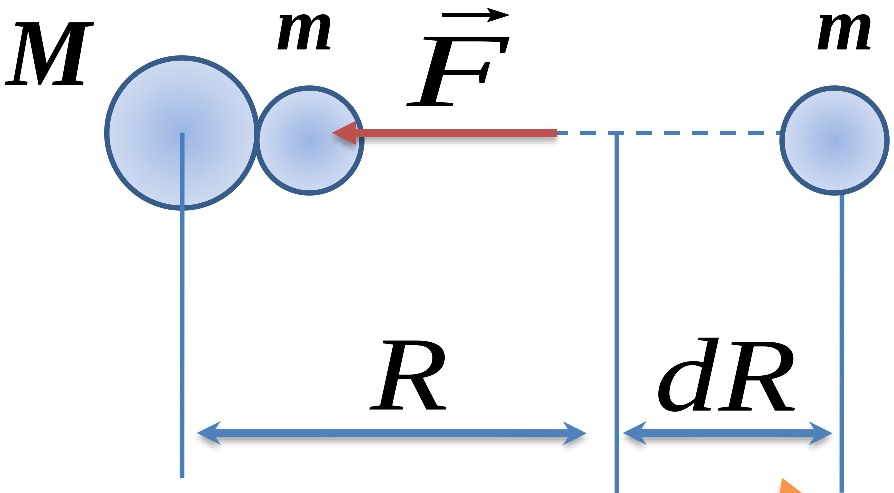
Напряженность есть <u>силовая характеристика</u> поля тяготения.

$$G \left[\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right]$$

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Работа в поле тяготения. Потенциал поля тяготения

Работа в поле тяготения. Потенциал поля тяготения



$$F = G\frac{Mm}{R^2}$$

Вычислим работу, которую надо затратить для удаления тела массой *m* от Земли. На расстоянии *R* на тело действует сила.

$$dA = -G\frac{Mm}{R^2}dR$$

Знак « - » появляется потому, что сила и перемещение противоположны по направлению.

Работа в поле тяготения. Потенциал поля тяготения

$$A = \int_{R_1}^{R_2} dA = -\int_{R_1}^{R_2} G\frac{Mm}{R^2}dR = m\left(\frac{GM}{R_2} - \frac{GM}{R_1}\right)$$

работа в поле тяготения не зависит от траектории

⬇

<u>силы тяготения – консервативные силы</u>

Работа в поле тяготения. Потенциал поля тяготения

$$A = -\left(E_{\Pi_2} - E_{\Pi_1}\right) = E_{\Pi_1} - E_{\Pi_2}$$

$$E_{\Pi_1} - E_{\Pi_2} = -m\left(\frac{GM}{R_1} - \frac{GM}{R_2}\right)$$

$R_2 \to \infty$ $$E_{\Pi_1} = -G\frac{Mm}{R_1}$$

<u>Потенциалом поля тяготения</u> называется скалярная величина

$$\varphi = \frac{E_{\Pi}}{m}$$

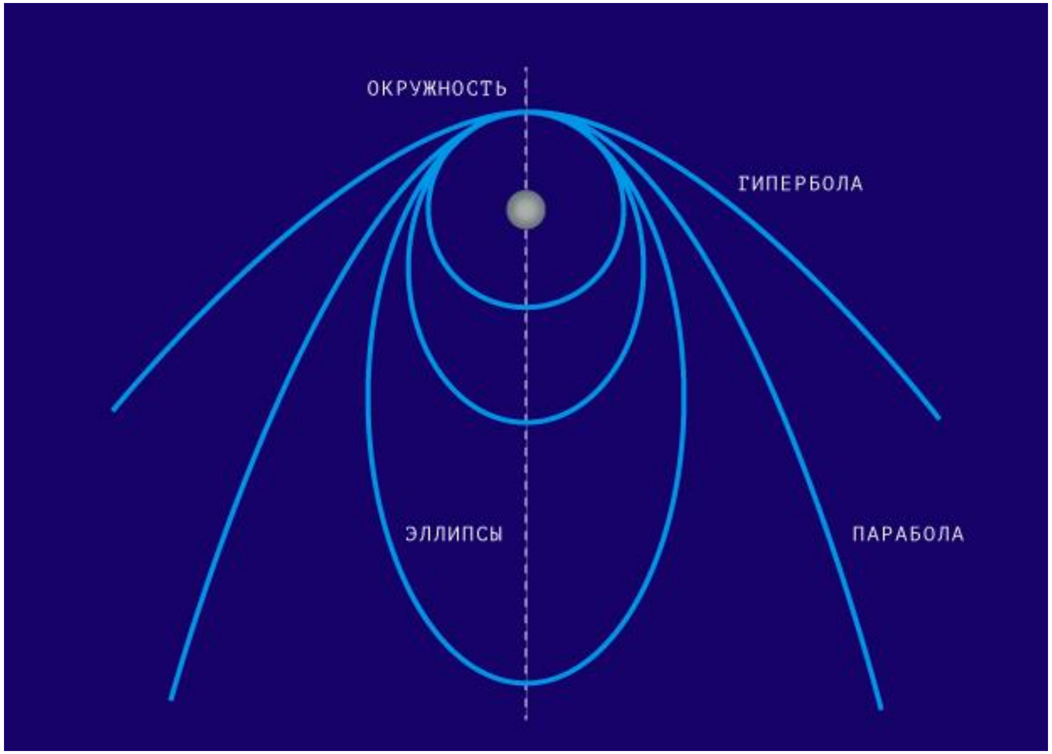
$$\varphi = -G\frac{M}{R}$$

Потенциал - энергетическая характеристика поля тяготения.

R **– расстояние от этого тела до рассматриваемой точки**

Работа в поле тяготения. Потенциал поля тяготения

$$E = E_K + E_\Pi = \frac{m\upsilon^2}{2} - G\frac{Mm}{r} = const$$



$E = E_1 < 0$ Тело движется по **эллиптической орбите.**

$E = E_2 = 0$ Тело движется по **параболической траектории**.

$E = E_3 > 0$ Тело движется по **гиперболической траектории**.

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Поле тяготения Земли

Поле тяготения Земли

$$\vec{F}_{\text{тяж}} = m\vec{g}$$

$$mg = G\frac{Mm}{R_0^2}$$

где *M* - масса Земли, *R_0* - радиус Земли.

Если тело расположено на высоте *h* от поверхности Земли, тогда

$$mg = G\frac{Mm}{\left(R_0 + h\right)^2}$$

сила тяжести и ускорение свободного падения с удалением от поверхности Земли уменьшаются.

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Следует различать силу тяжести и вес тела. Весом тела называют силу, с которой тело, вследствие притяжения к Земле действует на опору (или подвес).
Эта сила равна $m\vec{g}$ лишь в том случае, если тело и опора (подвес) неподвижны относительно Земли. В случае их движения с некоторым ускорением $\vec{a}$ вес не будет равен силе тяжести.

Состояние тела, при котором на него действует только сила тяжести, называется состоянием невесомости.

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Космические скорости

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Первой космической скоростью называется такая скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно могло двигаться вблизи поверхности Земли по круговой орбите, т.е. превратиться в искусственный спутник Земли.

Сила тяготения, действующая на спутник, сообщает ему нормальное ускорение

$$\frac{v_1^2}{r}$$

где *r* - радиус орбиты спутника.

$$G\frac{Mm}{r^2} = \frac{m\upsilon_1^2}{r}$$

$$r \approx R_0$$

$$\boxed{\upsilon_1 = \sqrt{gR_0} = 7{,}9\ \text{км/с}}$$

второму закону Ньютона

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

.

<u>Второй космической скоростью</u> называется такая скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно могло преодолеть притяжение Земли и уйти в космическое пространство.

Эту скорость найдем из равенства кинетической энергии тела работе, совершаемой против сил тяготения:

$$\frac{m\upsilon_2^2}{2} = \int_{R_0}^{\infty} G\frac{mM}{r^2}dr = G\frac{mM}{R_0}$$

$$\boxed{\upsilon_2 = \sqrt{2gR_0} = 11{,}2\ \text{км/с}}$$

ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Третьей космической скоростью называется скорость, которую необходимо сообщить телу на Земле, чтобы оно могло преодолеть притяжение Солнца и покинуло пределы Солнечной системы.

$$\boxed{\upsilon_3 = 16{,}7\ \text{км/с}}$$