

ДИНАМИКА

Закон сохранения импульса

Закон сохранения импульса

Систему тел, настолько удаленных от всех остальных тел, что взаимодействием между этими телами и системой можно пренебречь, называют **замкнутой** или **изолированной**.

Третий ЗН для системы МТ:

(попарное взаимодействие)

$$\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}$$



$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_1^{ext} + \vec{F}_1^{int}$$

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_2^{ext} + \vec{F}_2^{int}$$

.....

$$\frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots) = \vec{F}_1^{ext} + \vec{F}_1^{int} + \vec{F}_2^{ext} + \vec{F}_2^{int} + \dots$$

$$\vec{F}_1^{int} + \vec{F}_2^{int} + \dots = 0$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}^{ext}$$

Закон сохранения импульса

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\sum_{i=1}^N \vec{p}_i \right) = \vec{F}_{ext} \quad \vec{F}_{ext} = 0 \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = 0$$

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i(t) = \text{const}$$

$$\vec{F}_{ext} \neq 0$$

$$F_x = 0$$

$$\frac{dp_x}{dt} = 0$$

$$p_x = \text{const}$$

Закон сохранения импульса

Однородность пространства означает, что если замкнутую систему тел перенести из одного места пространства в другое, поставив при этом все тела в ней в те же условия, в каких они находились в прежнем положении, то это не отразится на ходе всех последующих явлений.

Законы сохранения являются **мощным и эффективным инструментом** для исследования поставленных задач:

- 1. Законы сохранения не зависят ни от траекторий частиц, ни от характера действующих сил.*
- 2. Возможно их использование даже тогда, когда силы вообще неизвестны.*
- 3. В случаях, когда силы в точности известны, привлечение законов сохранения позволяет получить решение наиболее простым путем.*

ДИНАМИКА

Импульс силы

Импульс силы

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{ext}$$

$$d\vec{p} = \vec{F}_{ext} dt$$

$$\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{ext} dt$$

Импульс силы - мера механического взаимодействия, характеризующая передачу механического движения со стороны действующих на материальную точку сил за данный промежуток времени.

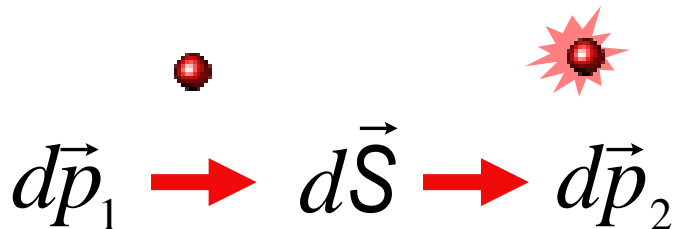
Импульс тела $\vec{p} = m\vec{v}$

$$[p] = \text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}$$

Импульс силы $\vec{S} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{ext} dt$

$$[S] = \text{Н} \cdot \text{с}$$

$$d\vec{p} = d\vec{S}$$



$$\vec{p} \neq \vec{S}$$

ДИНАМИКА

Центр масс

Центр масс

Центр масс (инерции) системы материальных точек – воображаемая точка, положение которой определяется радиус-вектором

$$\vec{r}_c = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i \qquad \vec{r}_c = \frac{1}{M} \int_V \rho(\vec{r}) \vec{r} dV$$

Скорость центра масс

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i$$

Импульс центра масс

$$\vec{p}_c = M \vec{v}_c = \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i$$

Ускорение центра масс

$$\vec{a}_c = \frac{d\vec{v}_c}{dt} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i \vec{a}_i$$

Центр масс

$$\vec{a}_c = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N m_i \vec{a}_i$$

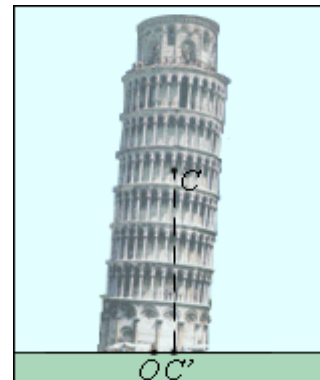
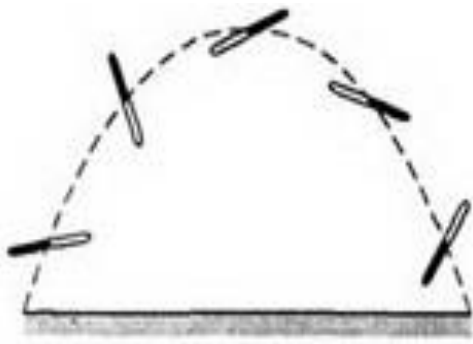
$$\vec{F}_i = m_i \vec{a}_i$$

$$\vec{a}_c = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N \vec{F}_i = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^N \vec{F}_i^{ext*}$$

**) Следует уточнить, что формула имеет смысл только для однородного и стационарного поля сил т.е. $F_i \neq F_i(r,t)$*

Теорема о движении центра масс

Центр масс системы движется таким образом, как будто вся масса системы сосредоточена в одной точке и все силы, действующие на отдельные частицы системы, приложены к этой точке – центру масс.



Центр масс

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i^{ext} = \mathbf{0} \quad \vec{a}_c = \frac{d\vec{v}_c}{dt} = \mathbf{0} \quad \vec{v}_c = \mathit{const}$$

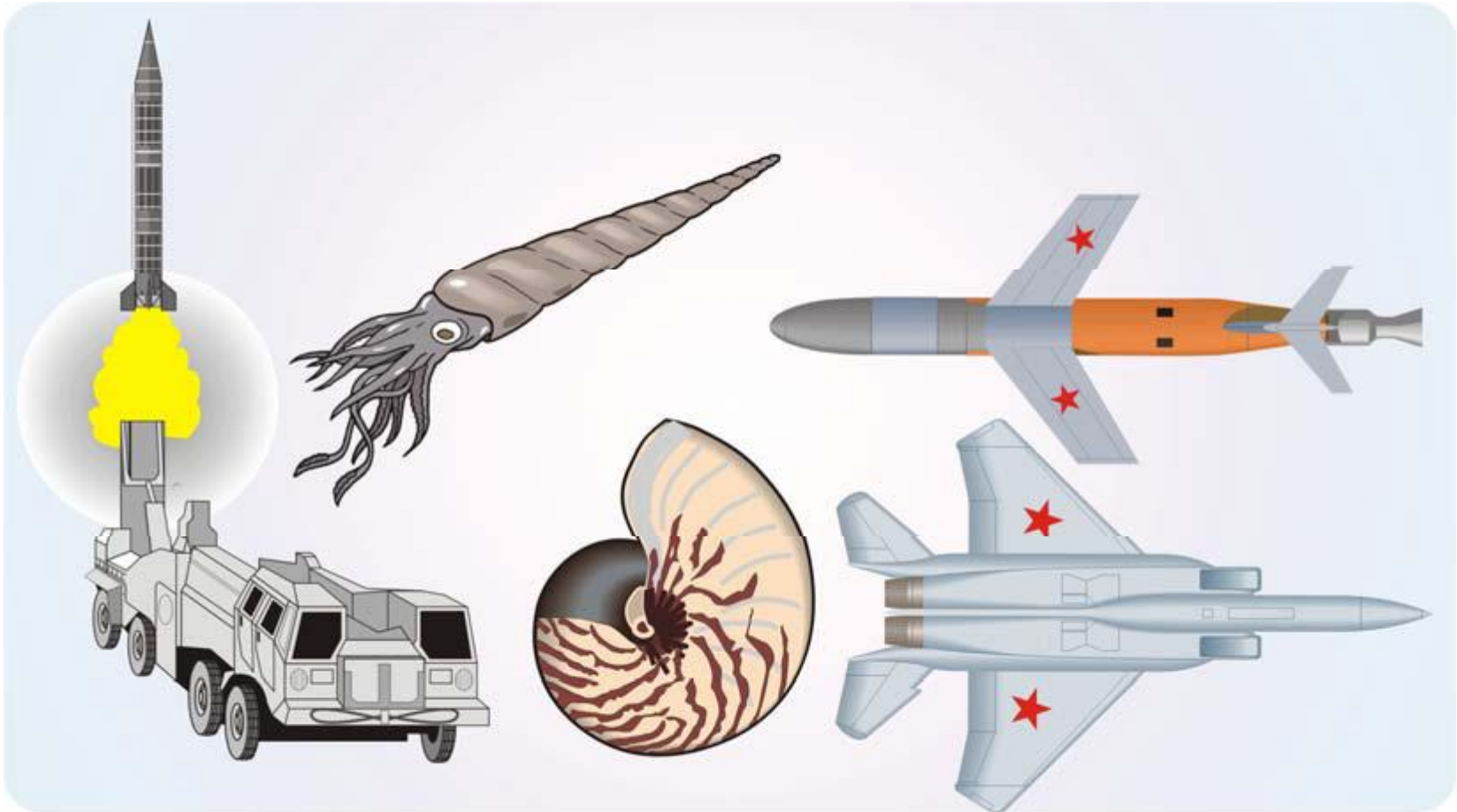
Систему отсчета, жестко связанную с центром масс и перемещающуюся поступательно по отношению к инерциальным системам, называют **системой центра масс** или, кратко, **Ц-системой**.

$$\vec{p}_c = M \vec{v}_c = \mathbf{0}$$

ДИНАМИКА

Движение тела переменной массы

Движение тела переменной массы



Движение тела переменной массы

$$d\vec{p} = \vec{F}_{ext} dt$$

$$d\vec{p} = [(m - dm)(\vec{v} + d\vec{v}) + dm(\vec{v} + d\vec{v} + \vec{u})] - m\vec{v}$$

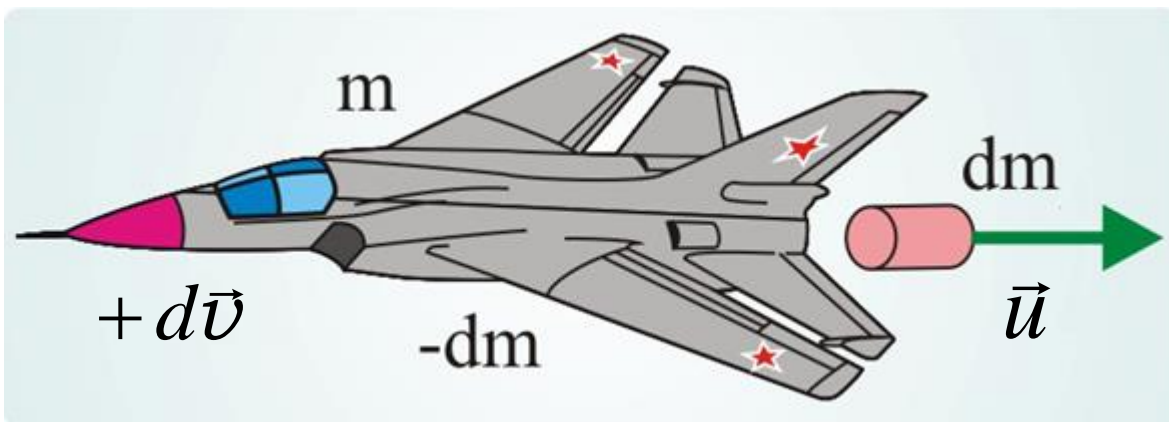
$$d\vec{p} = m d\vec{v} + \vec{u} dm$$

$$m(t) \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{ext} - \vec{u} \frac{dm(t)}{dt}$$

уравнение динамики тела
с переменной массой
(уравнение Мещерского)

1902 год

$$m\vec{a} = \vec{F}_{ext} + \vec{F}_P$$



Движение тела переменной массы

Частный случай

$$\vec{F}_{ext} = 0 \rightarrow m(t)d\vec{v} = \vec{u}dm(t) \rightarrow m(t)dv = -udm(t)$$

$$dv = -u \frac{dm(t)}{m(t)} \quad \begin{array}{l} \text{а. } u = const \\ \text{б. } m(t=0) = m_0 \end{array} \quad \int_0^v dv = -u \int_{m_0}^m \frac{dm(t)}{m(t)}$$

$$v = -u \ln \frac{m}{m_0}$$

$$v = u \ln \frac{m_0}{m}$$

Уравнение реактивного движения

$$\frac{m_0}{m} = e^{\frac{v}{u}}$$

Формула Циолковского

ДИНАМИКА

Энергия и работа

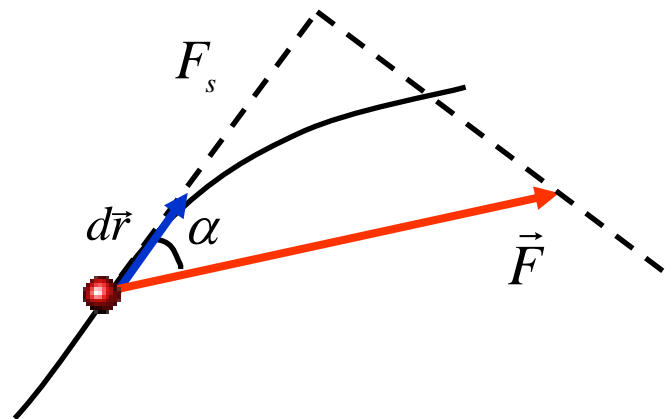
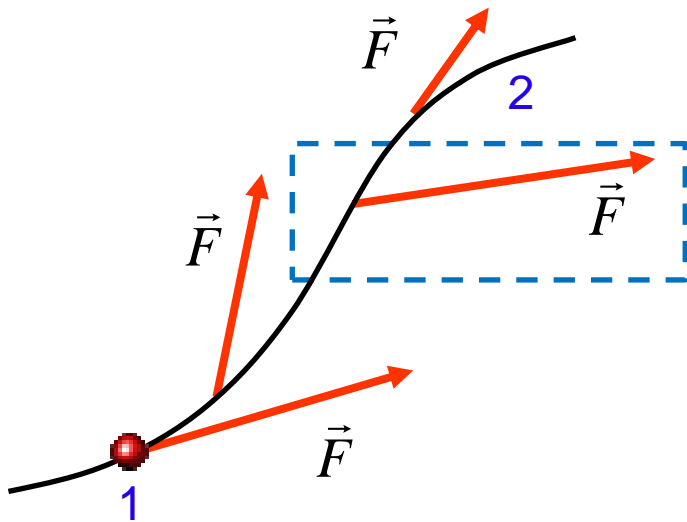
Энергия и работа

Энергия – скалярная физическая величина, являющаяся мерой движения и взаимодействия всех видов материи.

С различными формами движения материи связывают различные формы энергии: механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную и т. д.

Изменение энергии тел связано с силами, действующими со стороны других тел или полей. Мерой такого воздействия является работа.

Работа – это количественная характеристика (мера) изменения энергии при движении и взаимодействии тел.



$$dA = (\vec{F}, d\vec{r}) = F \cos \alpha ds = F_s ds$$

Энергия и работа

Приращением величины X называют разность конечного и начального значений этой величины: $\Delta X = X_2 - X_1$

Дифференциалом будем называть бесконечно малое приращение какой-то величины.

Работа является характеристикой (функцией) процесса передачи энергии, и не относится к состоянию системы.

Количество совершенной работы зависит от способа проведения процесса обмена энергией. Работа не является функцией состояния системы.

Бесконечно малое количество работы не является полным дифференциалом, т. е. работа не всегда может быть представлена как бесконечно малые приращения какой-то функции состояния.

$$\delta A = (\vec{F}, d\vec{r}) = F_s ds$$

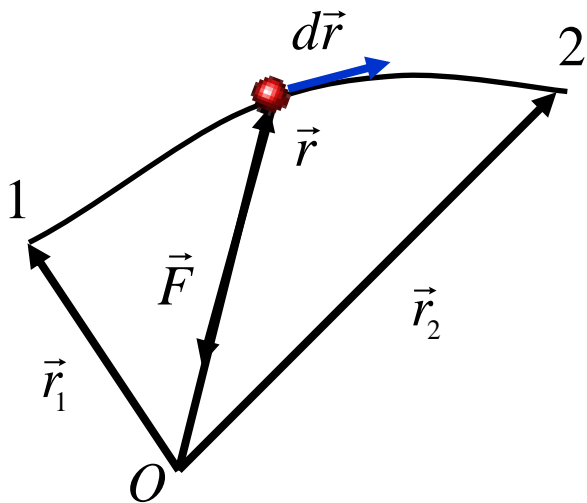
$$[A] = \text{Дж}$$

Энергия и работа

Мощность:

$$P = \frac{\delta A}{dt}$$

$$P = \frac{\delta A}{dt} = \frac{(\vec{F}, d\vec{r})}{dt} = (\vec{F}, \vec{v}) \quad [P] = \text{Вт}$$



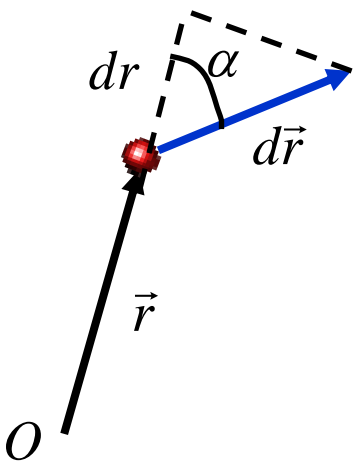
Работа упругой силы:

$$\delta A = (-\kappa \vec{r}, d\vec{r}) = -\kappa (\vec{r}, d\vec{r})$$

$$(\vec{r}, d\vec{r}) = |\vec{r}| \cos \alpha |d\vec{r}|$$

$$\cos \alpha |d\vec{r}| = dr$$

$$(\vec{r}, d\vec{r}) = r dr$$

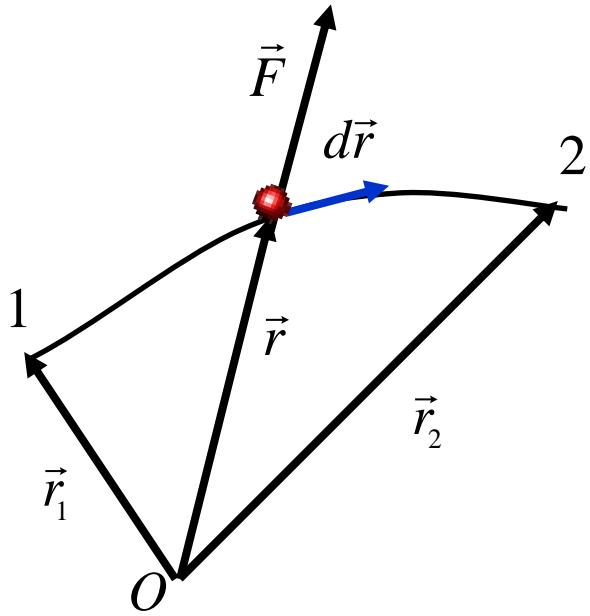


$$\delta A = -\kappa r dr = -d\left(\frac{\kappa r^2}{2}\right)$$

$$A_{12} = -\int_1^2 \kappa r dr = \frac{\kappa r_1^2}{2} - \frac{\kappa r_2^2}{2}$$

Энергия и работа

Работа гравитационной (кулоновской) силы:



$$\vec{F} = \frac{\beta}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad \beta = -Gm_1m_2$$
$$\beta = kq_1q_2$$

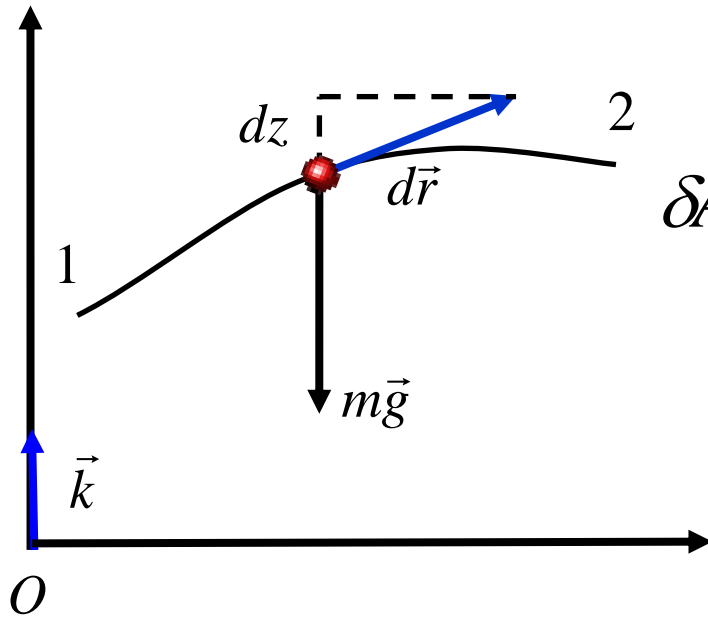
$$\delta A = \left(\frac{\beta}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}, d\vec{r} \right) = \frac{\beta}{r^3} (\vec{r}, d\vec{r}) = \frac{\beta}{r^3} r dr$$

$$\delta A = \frac{\beta}{r^2} dr = -d\left(\frac{\beta}{r}\right)$$

$$A_{12} = \int_1^2 \frac{\beta}{r^2} dr = \frac{\beta}{r_1} - \frac{\beta}{r_2}$$

Энергия и работа

Работа однородной силы тяжести:



$$\vec{F} = -mg\vec{k}$$

$$\delta A = (-mg\vec{k}, d\vec{r}) = -mg(\vec{k}, d\vec{r}) = -mgdz$$

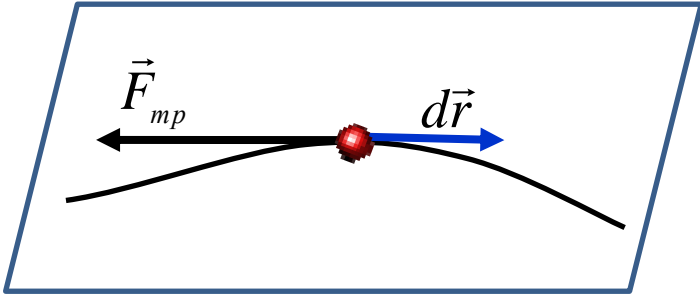
$$\delta A = -d(mgz)$$

$$A_{12} = -\int_1^2 mgdz = mg(z_1 - z_2)$$

Работа упругой, гравитационной, кулоновской сил и силы тяжести **не зависит от формы траектории** движения МТ, а **определяется только начальным и конечным положением МТ.**

Энергия и работа

Работа силы трения скольжения:



$$F_{mp} = \mu mg$$

$$A_{12} = \int_1^2 (\vec{F}, d\vec{r}) = -\int_1^2 \mu mg ds = -\mu mgs_{12}$$

Работа силы трения зависит от длины пройденного телом пути, и, следовательно, **зависит от формы траектории.**

Энергия и работа

Силы, работа которых не зависит от формы траектории, а определяется только начальным и конечным положением тела относительно других тел, называются **консервативными**.

Конфигурацией системы материальных точек называется положение системы, при котором определено положение каждой ее материальной точки.

Консервативными называются силы, зависящие только от конфигурации системы материальных точек и суммарная работа которых не зависит от пути перехода, а определяется только начальной и конечной конфигурациями системы.

Работа консервативных сил по замкнутому контуру равна нулю.

Сила называется **центральной**, если она зависит только от расстояния до некоторой точки, называемой **силовым центром** или **полюсом**, и направлена к этой точке или от нее.

Центральные силы являются консервативными.