

# КИНЕМАТИКА

➤ **Абсолютно твердое тело**

# Абсолютно твердое тело

**(Абсолютно) твердое тело** – это система материальных точек, расстояние между которыми не меняется в процессе движения.

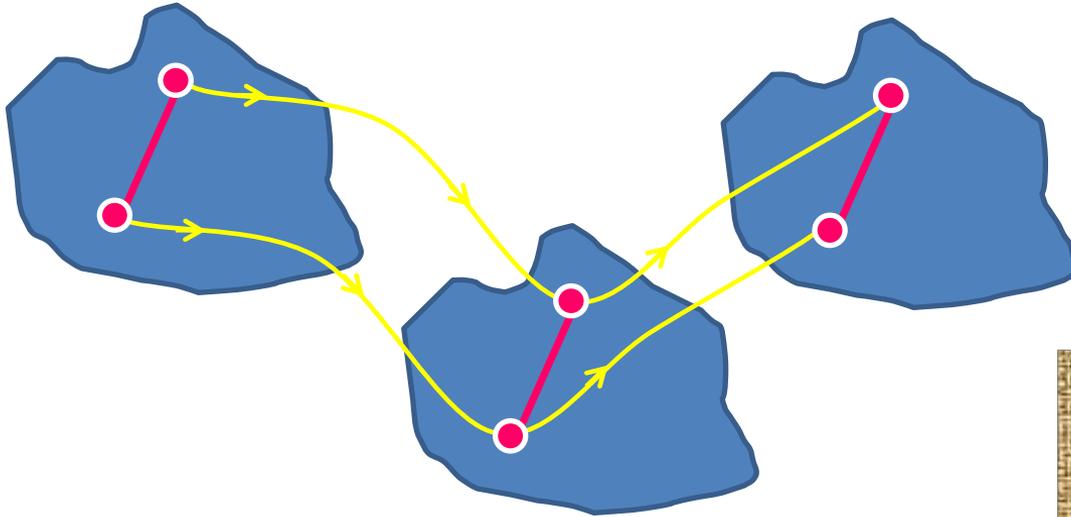
**Реальное тело** можно считать абсолютно твердым, если в условиях рассматриваемой задачи его деформации пренебрежимо малы.

## Виды движения твердого тела

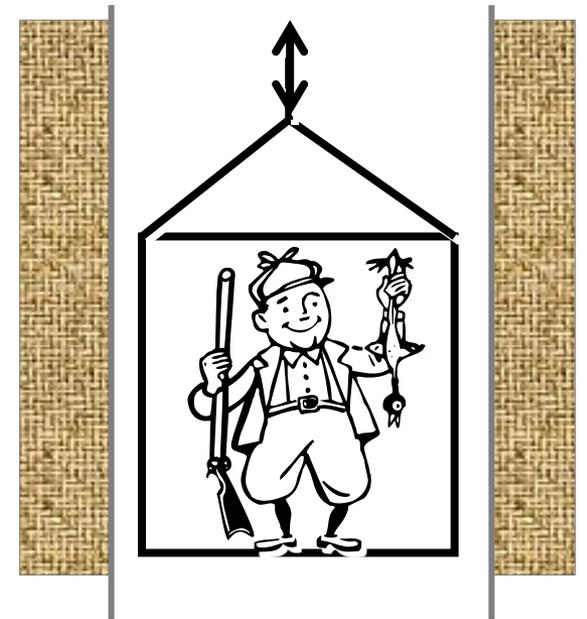
1. Поступательное движение
2. Вращательное движение (вокруг неподвижной оси)
3. Плоско-параллельное (плоское) движение
4. Сферическое движение (движение вокруг неподвижной точки)
5. Общий случай движения твердого тела (свободное движение)

# Поступательное движение

**Поступательное движение** – это такое движение, при котором любая прямая, связанная с телом, во время движения остается параллельной своему первоначальному положению.



Поступательное движение не следует смешивать с прямолинейным. При поступательном движении тела траектории его точек могут быть любыми кривыми линиями.



# Поступательное движение

Теорема, определяющая свойства поступательного движения:

*При поступательном движении все точки тела описывают одинаковые (при наложении совпадающие) траектории и имеют в каждый момент времени одинаковые по модулю и направлению скорости и ускорения.*

## Следствие

*Изучение поступательного движения абсолютно твердого тела сводится к задаче кинематике материальной точки.*

Необходимо задать:

закон движения и положение радиус-вектора в начальный момент времени любой точки.

При поступательном движении общую для всех точек тела скорость называют скоростью движения тела, а ускорение – ускорением движения тела.

Их векторы можно изображать приложенными в любой точке тела.

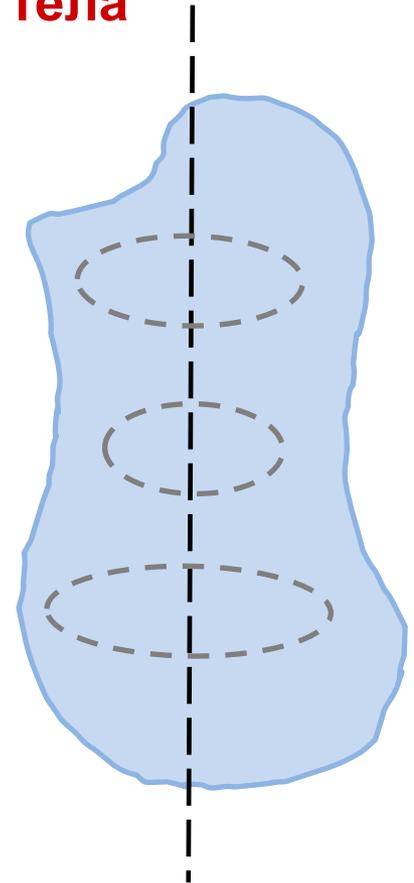
Понятие о скорости и ускорении тела имеют смысл только при поступательном движении. Во всех остальных случаях точки тела движутся с разными скоростями и ускорениями.

# Вращательное движение

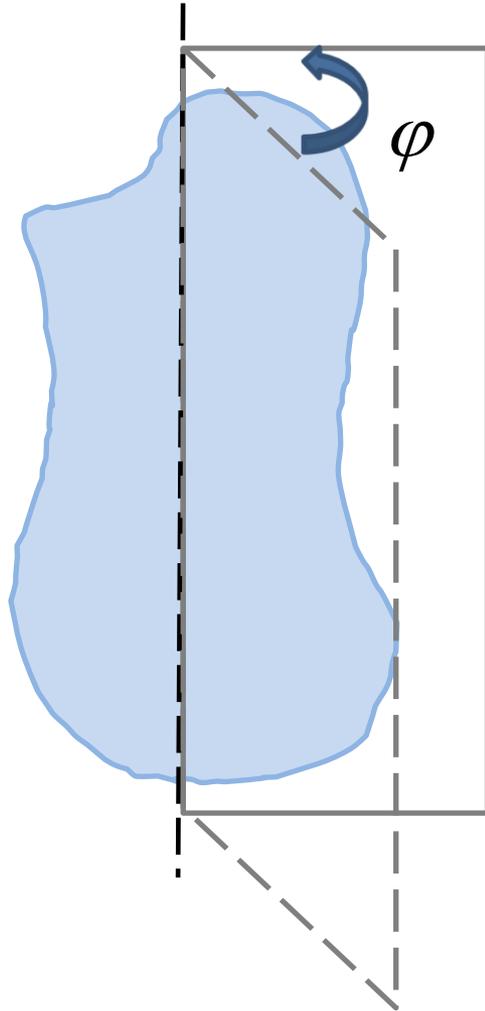
Движение твердого тела с двумя неподвижными точками называется **вращательным движением абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси.**

Прямая, точки которой остаются неподвижными, называется **осью вращения.**

При вращении твердого тела все точки тела описывают **окружности, расположенные в плоскостях, перпендикулярных к оси вращения и с центрами на ней.**



# Вращательное движение



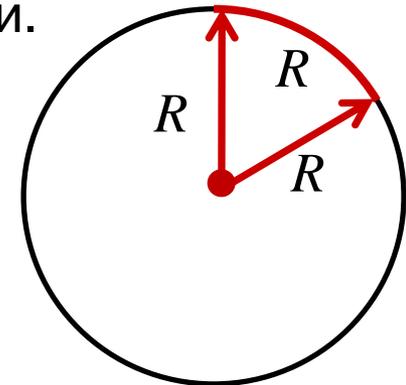
Положение тела однозначно определяется заданием угла поворота

**кинематическое уравнение  
вращательного движения**

$$\varphi = \varphi(t)$$

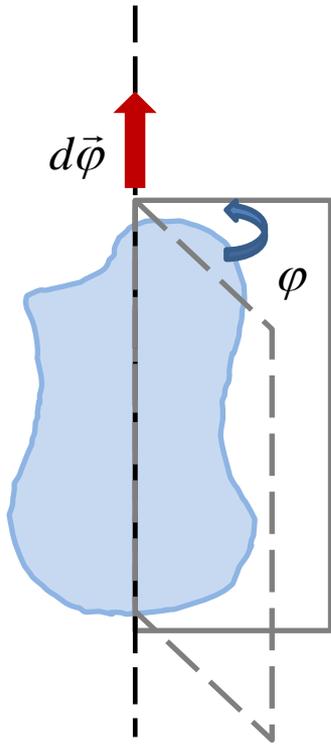
За положительное направление вращения обычно принимают направление против часовой стрелки.

**Радян** (от лат. radius - луч, радиус, спица колеса) - угол, соответствующий дуге, длина которой равна радиусу окружности.

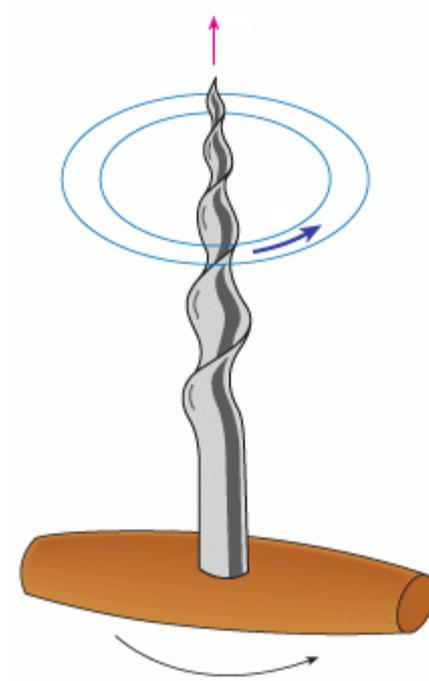


# Вращательное движение

**Элементарный угол** – векторная величина, модуль которой равен углу поворота, а направление совпадает с направлением поступательного движения **правого винта**.



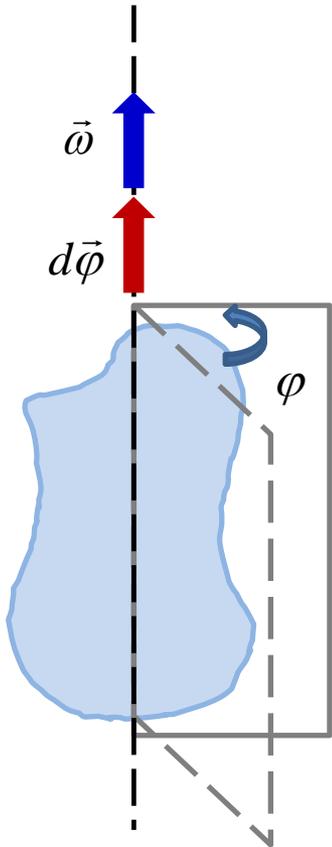
**Правило буравчика**



**Правило правой руки**



# Вращательное движение



Угловая скорость:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Угловая скорость направлена **вдоль оси вращения** в сторону, определяемую правилом правого винта.

Если  $\vec{\omega} = const$

**период** - время, за которое тело совершает один оборот, т.е. поворачивается на угол  $2\pi$

$$T = \frac{t}{N} = \frac{2\pi}{\omega}$$

**частота вращения** - число оборотов в единицу времени

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = \frac{N}{t}$$

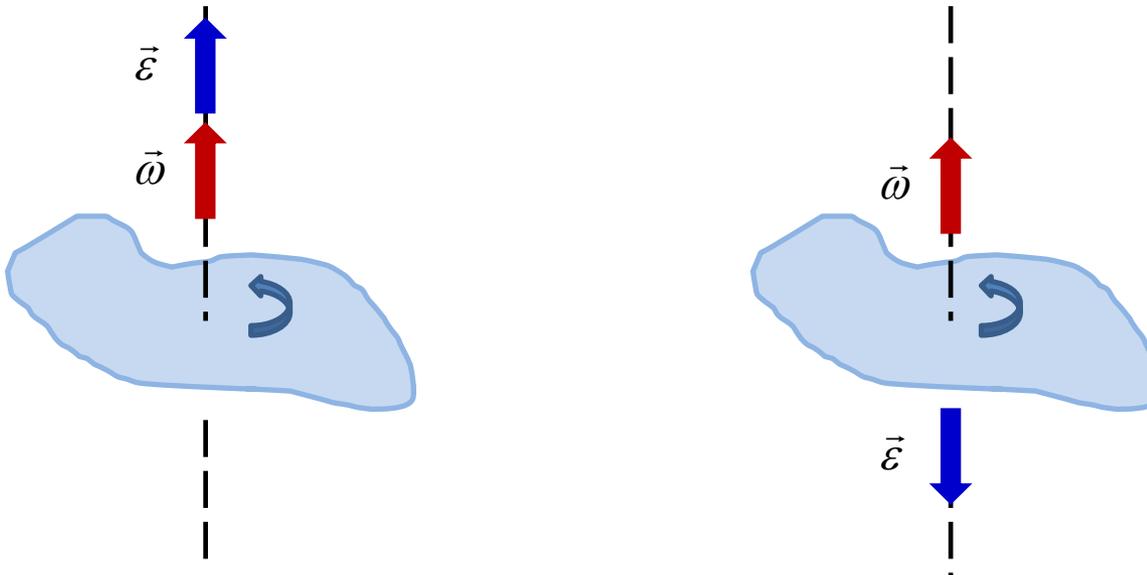
# Вращательное движение

Угловое ускорение:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$$

Угловое ускорение направлено **вдоль оси вращения** в сторону вектора приращения угловой скорости  $d\vec{\omega}$ .

При ускоренном вращении ускорение и скорость сонаправлены, при замедленном – противоположны.

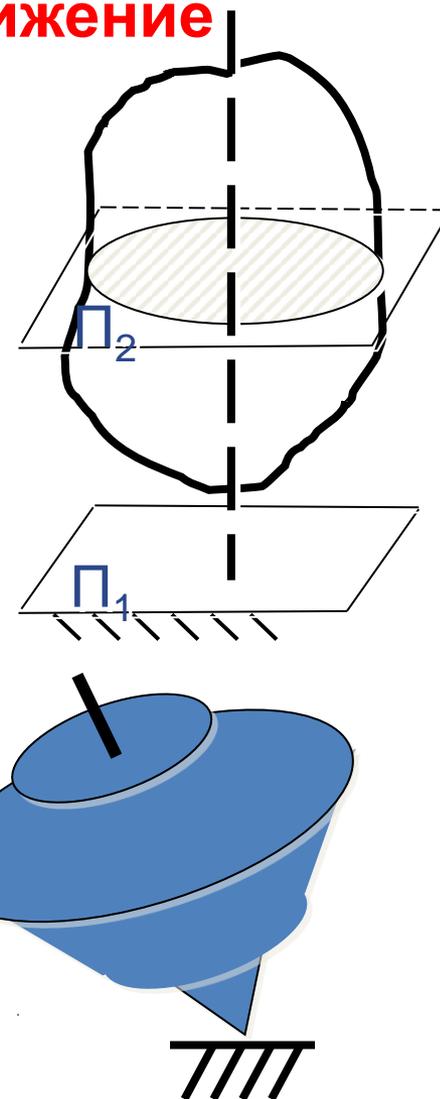


## Плоско-параллельное (плоское) движение

**Плоско-параллельным** (или **плоским**) движением твердого тела называется движение, при котором все его точки перемещаются параллельно некоторой фиксированной плоскости.

Примеры:

вращательное движение твёрдого тела вокруг оси;  
цилиндр, катящийся по плоскости без скольжения.



## Сферическое движение твердого тела

**Сферическое движение** - движение тела, при котором одна его точка остается неподвижной.

Примеры:

волчок; тело, закрепленное шаровым шарниром.

Любое движение можно представить как совокупность двух движений: поступательного вместе с точкой, выбранной за полюс, и вращательного вокруг этого полюса.

# **КИНЕМАТИКА**

**Некоторые виды движения  
материальной точки**

# Некоторые виды движения материальной точки

I. 
$$\begin{cases} \vec{a}_n = 0 \\ \vec{a}_\tau = 0 \end{cases}$$

$$\vec{a}_n(t) = \frac{|\vec{v}(t)|^2}{R} \vec{e}_n \rightarrow R \rightarrow \infty \rightarrow \text{Движение прямолинейное (направление скорости не меняется)}$$

$$\vec{a}_\tau(t) = \vec{e}_\tau \frac{d|\vec{v}(t)|}{dt} \rightarrow |\vec{v}(t)| = v = \text{const} \rightarrow \text{Движение равномерное (величина скорости не меняется)}$$

Восстановление уравнения движения:

$$\pm v = \frac{dx(t)}{dt} \rightarrow dx(t) = \pm v dt \rightarrow \int_{t_0}^t dx(t) = \pm \int_{t_0}^t v dt$$

$$\boxed{x(t) = x(t_0) \pm v \cdot (t - t_0)} \rightarrow x = vt$$

# Некоторые виды движения материальной точки

II.  $\begin{cases} \vec{a}_n = 0 \\ \vec{a}_\tau = const \end{cases} \quad \vec{a}_n = 0 \rightarrow \text{Движение прямолинейное}$

$$\frac{d|\vec{v}(t)|}{dt} = a = const \rightarrow \text{Движение равнопеременное}$$

Восстановление уравнения движения:

$$\pm dv(t) = a dt \rightarrow \int_{t_0}^t dv(t) = \pm \int_{t_0}^t a dt \rightarrow \boxed{v(t) = v(t_0) \pm a \cdot (t - t_0)}$$
$$v = v_0 \pm at$$

$$\pm [v(t_0) + a \cdot (t - t_0)] = \frac{dx(t)}{dt} \rightarrow \pm [v(t_0) + a \cdot (t - t_0)] dt = dx(t)$$

$$\pm \int_{t_0}^t [v(t_0) + a \cdot (t - t_0)] dt = \int_{t_0}^t dx(t)$$

$$x = x_0 \pm v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$$

$$\boxed{x(t) = x(t_0) \pm v(t_0) \cdot (t - t_0) \pm a \cdot \frac{(t - t_0)^2}{2}}$$

# Некоторые виды движения материальной точки

III.  $\begin{cases} \vec{a}_n = const \\ \vec{a}_\tau = 0 \end{cases} \quad \vec{a}_\tau = 0 \quad \rightarrow \quad \text{Движение равномерное}$

$\frac{|\vec{v}(t)|^2}{R} = a = const \quad \rightarrow \quad \text{Равномерное движение по окружности}$

IV.  $\begin{cases} \vec{a}_n \neq const \\ \vec{a}_\tau \neq const \end{cases} \quad \rightarrow \quad \text{Переменное криволинейное движение}$

**Прямая задача кинематики.** Определение параметров движения (скорости, ускорения, пути) по известному уравнению движения.

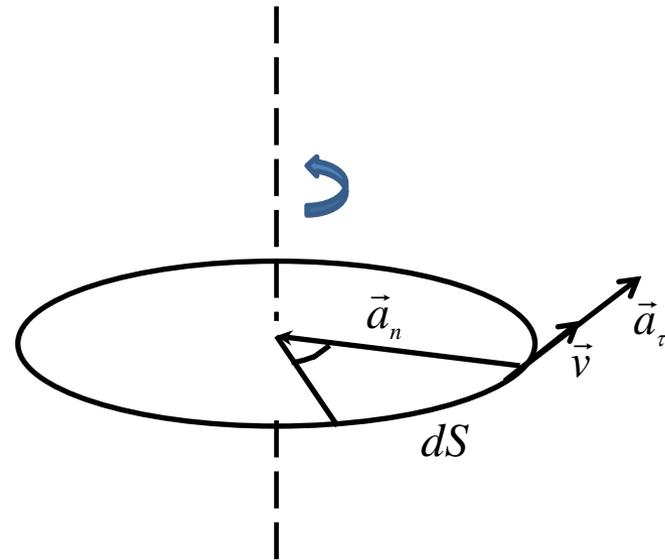
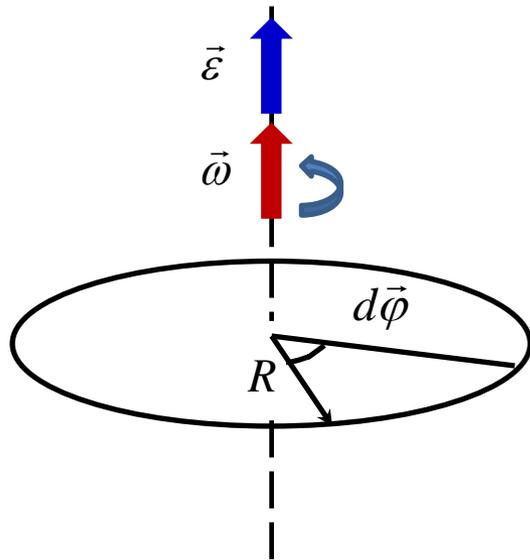
**Обратная задача кинематики.** Определение кинематического уравнения движения по известным характеристикам движения.

# Связь между линейным и угловыми величинами

$$\vec{v}(t) = [\vec{\omega}(t), \vec{R}]$$

$$v = \omega R$$

$$dS = R d\varphi$$

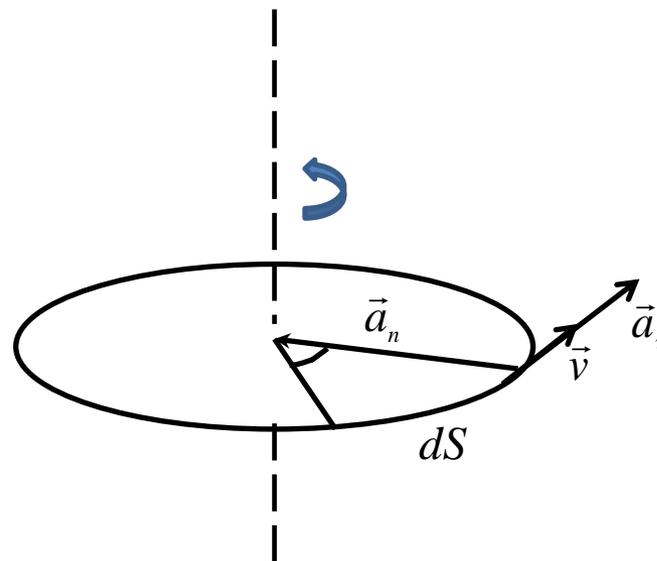
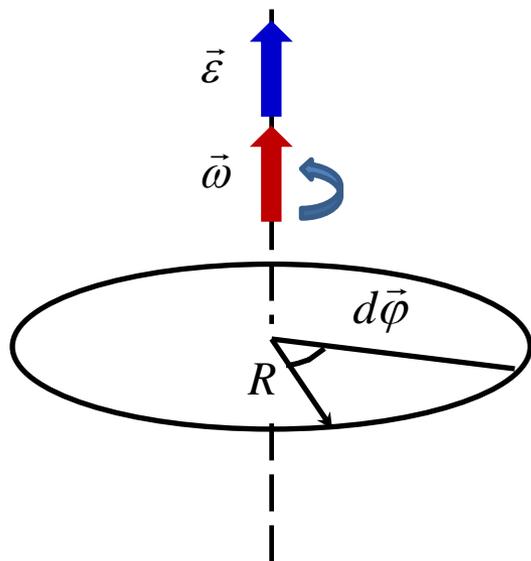


# Связь между линейным и угловыми величинами

$$\vec{a}_n(t) = [\vec{\omega}(t), [\vec{\omega}(t), \vec{R}]]$$

$$\vec{a}_\tau(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = [\vec{\varepsilon}(t), \vec{R}]$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$



# Связь между линейным и угловыми величинами

Прямолинейное движение материальной точки	Вращательное движение твёрдого тела
Пройденный путь $S$	Угол поворота $\varphi$
Скорость $\vec{v}$	Угловая скорость $\vec{\omega}$
Ускорение $\vec{a}$	Угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$
Равномерное движение	
$v = const$ $S = vt$	$\omega = const$ $\varphi = \omega t$
Равнопеременное движение	
$a = const$ $S = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}$	$\varepsilon = const$ $\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}$
$v = v_0 \pm at$	$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$

# **ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ**

**Первый закон Ньютона**

# Первый закон Ньютона

## **1-ый закон Ньютона (Галилея – Ньютона):**

**всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, пока воздействие со стороны других тел не заставит его изменить это состояние.**

Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется **инертностью**.

## **1-ый ЗН = закон инерции**

**Инерция** (от лат. *inertia* – бездеятельность, косность, лень) – явление сохранения скорости телами, если внешние воздействия на них скомпенсированы.

Мерой инертности тела является физическая величина, называемая **(инертной) массой тела**.

# Первый закон Ньютона

Система отсчета, в которой выполняется 1-ый ЗН, называется *инерциальной системой отсчета (ИСО)*.

То есть в ИСО тела, не подверженные воздействию других тел, находятся в состоянии покоя или движутся без ускорения, т. е. прямолинейно и равномерно.

*1-ый ЗН утверждает, что ИСО существуют.*

# ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Сила, импульс

# Сила, импульс

**Сила** – это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

Под действием сил тела либо изменяют скорость движения, т. е. приобретают ускорения (**динамическое проявление сил**), либо деформируются, т.е. изменяют свою форму и размеры (**статическое проявление сил**).

*Произведение массы тела на его скорость Ньютон назвал количеством движения тела. Это название устарело и теперь величину называют импульсом тела.*

**Импульс тела** – векторная физическая величина, характеризующая меру механического движения тела, равная произведению массы  $M$  на ее скорость.

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

# ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Второй закон Ньютона

# Второй закон Ньютона

**2-ой закон Ньютона:**

**скорость изменения импульса  $MT$  (тела) равна действующей на нее силе**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

$$1H = 1кг \cdot м / с^2$$

**2-ый 3Н = закон (уравнение) поступательного движения  $MT$  (тела)**

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F}$$

$$m = const$$

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

**2-ой 3Н выполняется только в ИСО.**

$$\vec{F} = 0$$

$$m\vec{a} = 0$$

$$\vec{v} = const$$

**1-ый 3Н не является следствием 2-ого 3Н.**

# ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Принцип суперпозиции

# Принцип суперпозиции

**Принцип суперпозиции (принцип наложения)** гласит, что результирующее влияние большого количества объектов (или результат сложного процесса) можно представить в виде суммы влияний отдельных объектов (или отдельных простых процессов).



## **Принцип независимости действия сил:**

одновременное действие на  $MT$  нескольких сил эквивалентно действию одной силы называемой равнодействующей (результатирующей) и равной их геометрической сумме.

$$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n.$$

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m}, \vec{a}_2 = \frac{\vec{F}_2}{m}, \dots, \vec{a}_n = \frac{\vec{F}_n}{m}.$$

Результирующее ускорение:

$$\vec{a} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_i}{m} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

**Равнодействующая сила:**

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i.$$

# ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Третий закон Ньютона

# Третий закон Ньютона

## **3-ий закон Ньютона:**

**силы взаимодействия двух МТ (тел) равны по величине, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти МТ (тела)**

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

**3-ий ЗН выполняется только в ИСО.**

# **ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ**

**Основные силы  
в классической механике**

# Основные силы в классической механике

**Сила гравитационного притяжения**

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \quad G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Нм}^2 / \text{кг}^2$$

**Сила тяжести**  $\vec{F} = m\vec{g}$   $g = \frac{GM}{R^2}$

**Вес**  $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$

**Сила упругости**  $\vec{F} = -k\vec{r}$

**Сила сопротивления**  $\vec{F} = -k\vec{v}$

**Сила трения скольжения**  $\vec{F} = \mu\vec{N}$

# ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Преобразования Галилея

# Преобразования Галилея

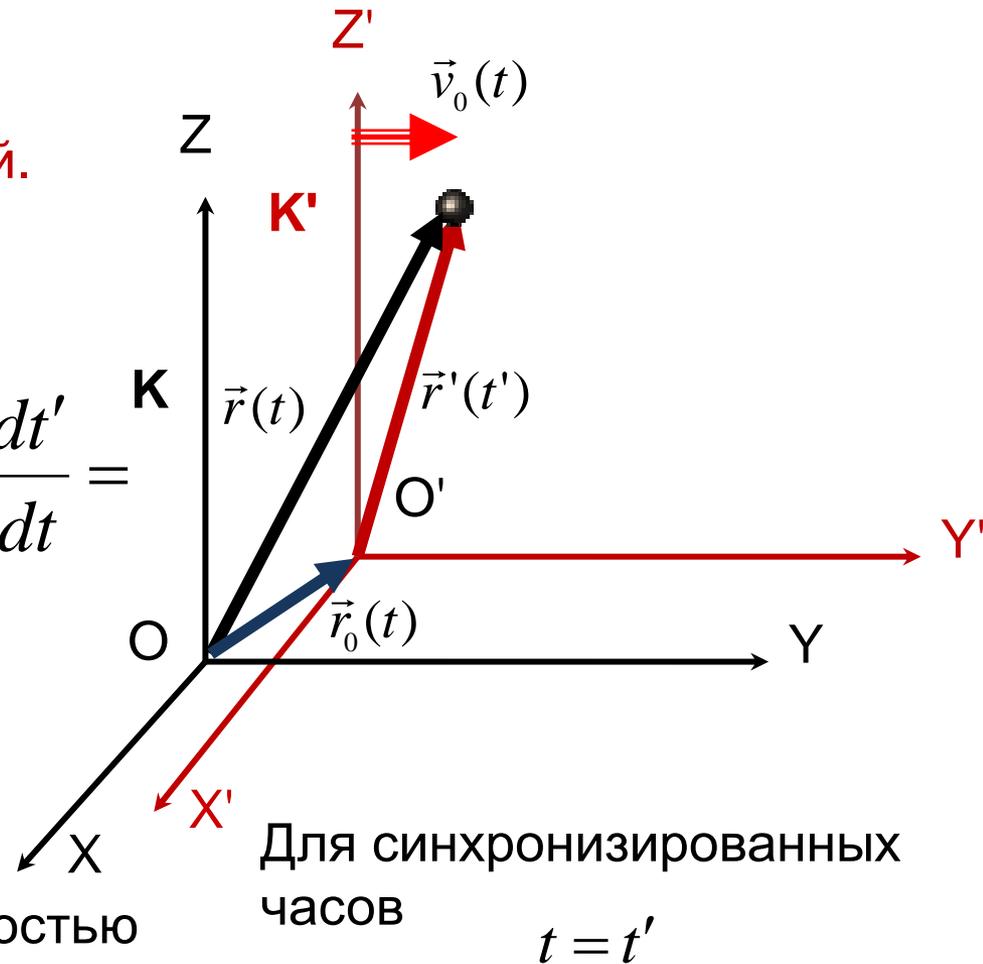
Преобразование координат и времени для описания движения при переходе от одной СО к другой.

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0(t) + \vec{r}'(t')$$

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \frac{d\vec{r}_0(t)}{dt} + \frac{d\vec{r}'(t')}{dt'} \frac{dt'}{dt} = \\ &= \vec{v}_0(t) + \vec{v}'(t') \frac{dt'}{dt}\end{aligned}$$

В нерелятивистской механике интервалы времени в различных СО совпадают с точностью до постоянной величины, определяемой процедурой синхронизации часов

$$t = t' + const$$



# Преобразования Галилея

## Преобразования Галилея для произвольных СО

$$t = t'$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}'$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$$

$$\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}'$$

Инерциальными системами отсчета (ИСО) - СО, которые относительно друг друга движутся с постоянными скоростями (т.е. их относительные ускорения равны нулю).

## Преобразования Галилея для ИСО

$$t = t'$$

$$\vec{r} = \vec{v}_0 t + \vec{r}'$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}'$$

$$\vec{a} = \vec{a}'$$

## Нерелятивистский закон сложения скоростей

**Инвариантами** называются величины, независимые от условий наблюдения (напр., выбора СО)

## Инварианты преобразований Галилея

время    ускорение    масса  
расстояние между двумя точками  
относительная скорость