

Термодинамика

Теплоёмкость идеального газа

Теплоёмкость идеального газа

Удельная теплоёмкость c - это физическая величина, равная количеству теплоты, которое необходимо сообщить единице массы этого вещества, чтобы нагреть его на один градус.

Молярная теплопроводность C - это физическая величина, равная количеству теплоты, которое необходимо сообщить одному молю вещества, чтобы нагреть его на один градус.

$$C = \mu c$$

$$\Delta Q = cm\Delta t$$

$\Delta t = t_2 - t_1$ разность температур по шкале Цельсия

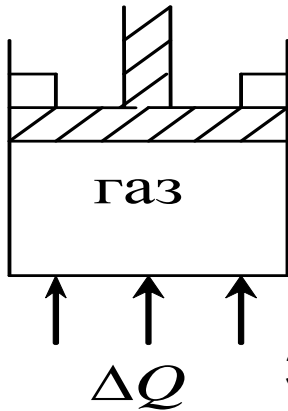
$$\Delta t = \Delta T$$

$\Delta T = T_2 - T_1$ разностью температур по шкале Кельвина

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu} C \Delta T$$

Теплоёмкость идеального газа

Молярная теплоёмкость идеального газа C_V ($V = const$)



$\Delta A = 0$ при изохорическом процессе

Запишем первое начало термодинамики:

$$\Delta Q = \Delta U + \cancel{\Delta A}^0 \quad \Delta Q = \Delta U$$

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T$$

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T$$

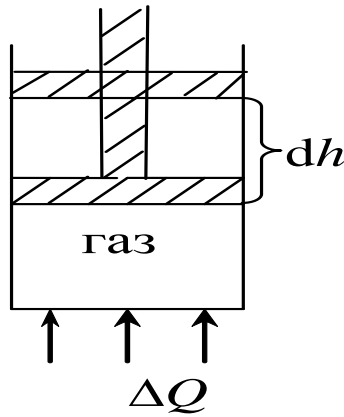
$$\cancel{\frac{m}{\mu} C_V \Delta T} = \cancel{\frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T}$$

$$C_V = \frac{i}{2} R$$

$$c_V = \frac{C_V}{\mu} \quad c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu}$$

Теплоёмкость идеального газа

Молярная теплоёмкость идеального газа C_P ($P = const$)



$$A = P(V_2 - V_1)$$

Найдём V_1 и V_2 из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$PV_1 = \frac{m}{\mu} RT_1$$

$$P(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1)$$

$$PV_2 = \frac{m}{\mu} RT_2$$

$$A = \frac{m}{\mu} R\Delta T$$

Теплоёмкость идеального газа

Согласно первому началу термодинамики:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A$$

где

$$\Delta Q = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T$$

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T$$

$$\Delta A = \frac{m}{\mu} R \Delta T$$

$$\frac{m}{\mu} C_p \Delta T = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \Delta T + \frac{m}{\mu} R \Delta T$$

$$C_p = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R$$

$$C_v = \frac{i}{2} R$$

$$C_p = C_v + R$$

соотношение Майера

$$C_p - C_v = R$$

для одного моля газа

соотношение Майера

$$c_p - c_v = \frac{R}{\mu}$$

для удельных теплоёмкостей

Теплоёмкость идеального газа

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{c_p}{c_v}$$

γ - коэффициент Пуассона

$$\gamma = \frac{i+2}{i}$$

Для атомарного газа $i = 3$

$$\gamma = \frac{3+2}{3} = 1.67$$

для двухатомного газа $i = 5$

$$\gamma = \frac{5+2}{5} = 1.40$$

для трехатомного газа $i = 6$

$$\gamma = \frac{6+2}{6} = 1.33$$

Теплоёмкость идеального газа

Выводы:

1. Молярная теплоемкость газа определяется только числом степеней свободы его молекул и значением универсальной газовой постоянной R .
2. Газы, молекулы которых построены из одинакового числа атомов, должны иметь одинаковые молярные теплоемкости.
Например, молекулы газов O_2 , N_2 , H_2 имеют число степеней свободы $i = 5$, следовательно, C_p и C_v для них одинаковы.
3. Молярные теплоемкости C_p и C_v не зависят от температуры.

Теплоёмкость идеального газа

Понятие о квантовой теории теплоемкости

Классическая теория теплоемкости согласуется с опытными данными только при средних температурах.

для двухатомного газа водорода H_2



Экспериментальная зависимость

по классической теории

$$C_v = \frac{5}{2} R$$

Понятие о квантовой теории теплоемкости

В классической физике считается, что энергия может меняться непрерывно.

В квантовой механике многие физические величины, в том числе энергия, могут принимать только дискретный ряд значений.

В классической теории теплоемкости считается, что все степени свободы равноценны и на каждую степень свободы приходится одна и та же энергия, равная

$$E = \frac{1}{2} kT$$

В квантовой механике степени свободы не равноценны.

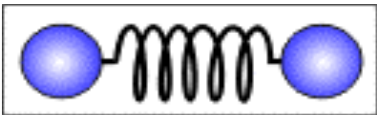
Понятие о квантовой теории теплоемкости

При низких температурах молекулы не могут иметь вращательные степени свободы и молекулы газа могут двигаться только поступательно.

Молекулярная теплоемкость газа при постоянном объеме $C_v = \frac{3}{2} R$

При высоких температурах величина kT велика.

Атомы совершают колебания около своих положений равновесия.



Молярная теплоемкость двухатомного газа при постоянном объеме

$$C_v = \frac{6}{2} R$$

колебательное движение

Понятие о квантовой теории теплоемкости

При дальнейшем повышении температуры колебания атомов в молекуле становятся настолько интенсивными, что молекулы диссоциируют, т.е. распадаются на составляющие их атомы.

При средних температурах величина kT **достаточно велика**, чтобы возбудить вращение молекулы, и в то же время **достаточно мала**, чтобы расшатать связи между атомами в молекуле.

Молярная теплоемкость двухатомного газа при постоянном объеме

$$C_v = \frac{5}{2} R$$

При средних температурах **классическая** и **квантовая теории** теплоемкости дают одинаковые результаты.

Термодинамика

Адиабатный процесс

Адиабатный процесс

Адиабатным (адиабатическим) процессом называется процесс, идущий без теплообмена с окружающей средой.

Адиабатный процесс можно осуществить двумя способами:

1. осуществить хорошую теплоизоляцию, что практически довольно трудно сделать;
2. провести процесс настолько быстро, чтобы не успел произойти теплообмен с окружающей средой.

Согласно первому началу термодинамики:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A$$

$$\Delta Q = 0$$

$$\Delta A = -\Delta U$$

Адиабатный процесс

$$dA = -dU$$

$$dA = PdV$$

$$dU = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R dT$$

$$PdV = -\frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R dT$$

$$PV = \frac{m}{\mu} RT$$



$$P = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V}$$

$$\cancel{\frac{m}{\mu}} \cancel{\frac{RT}{V}} dV = -\cancel{\frac{m}{\mu}} \cancel{\frac{i}{2}} R dT$$

$$\frac{dT}{T} = -\frac{2}{i} \frac{dV}{V}$$

Адиабатный процесс

$$\frac{dT}{T} = -\frac{2}{i} \frac{dV}{V}$$

$$\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = -\frac{2}{i} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = -\frac{2}{i} \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Коэффициент Пуассона

$$\gamma = \frac{i+2}{i} \longrightarrow \frac{2}{i} = \gamma - 1$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

уравнение адиабатного процесса

Адиабатный процесс

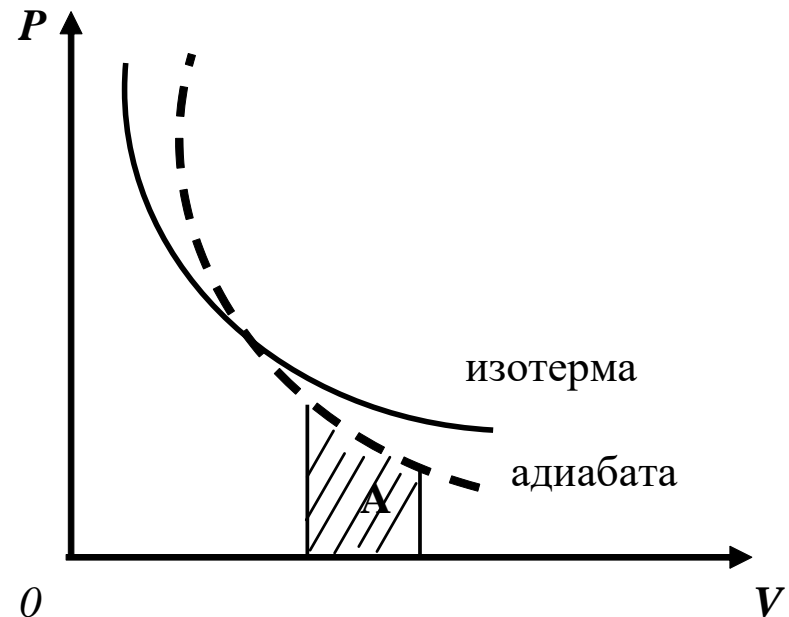
$$TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

$$V = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{P}$$

$$T = \frac{PV}{R} \frac{\mu}{m}$$

$$TP^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const}$$

$$PV^{\gamma} = \text{const}$$



Адиабатный процесс

Работа при адиабатном процессе: $dA = -dU$

$$dU = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R dT$$

$$A = \int dA = -\frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \int_{T_1}^{T_2} dT = -\frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\frac{i}{2} = \frac{1}{\gamma - 1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1}$$

$$A = \frac{m}{\mu} \frac{R T_1}{\gamma - 1} \left\{ 1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right\}$$

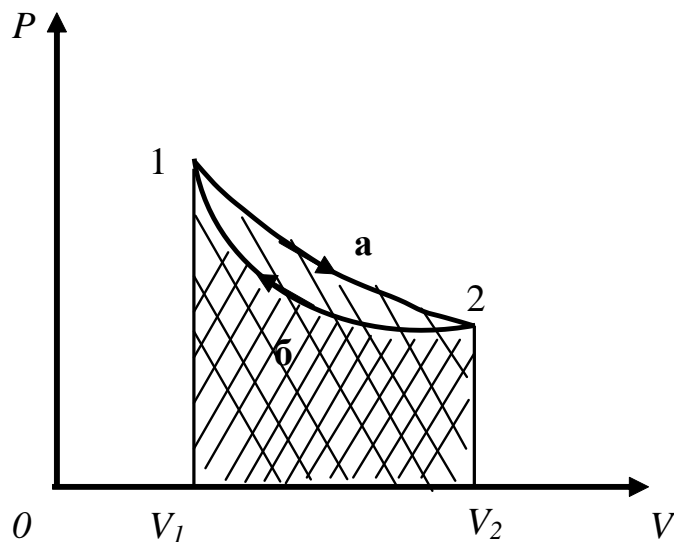
Термодинамика

Прямой цикл

Прямой цикл

Круговым процессом (или циклом) называется такой процесс, в результате которого система возвращается в исходное состояние.

Прямой цикл:



$A_1 > 0$ система сама совершает работу по отношению к внешним телам (1а2).

$A_2 < 0$ внешние силы совершают работу над системой (2б1).

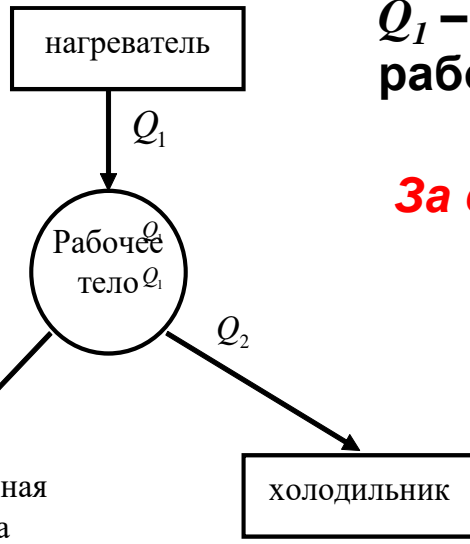
Рабочим телом является идеальный газ.

Суммарная работа, совершенная в результате этого цикла:

$$A = A_1 + (-A_2) = A_1 - A_2$$

Прямой цикл

Вычислим коэффициент полезного действия (КПД) этого цикла.



Q_1 – количество теплоты, полученное рабочим телом от нагревателя.

$$Q_1 > 0$$

За счет тепла Q_1 газ расширяется по кривой 1a2.

$$Q_1 = U_2 - U_1 + A_1$$

$(U_2 - U_1)$ – изменение внутренней энергии газа при его переходе из состояния 1 в состояние 2.

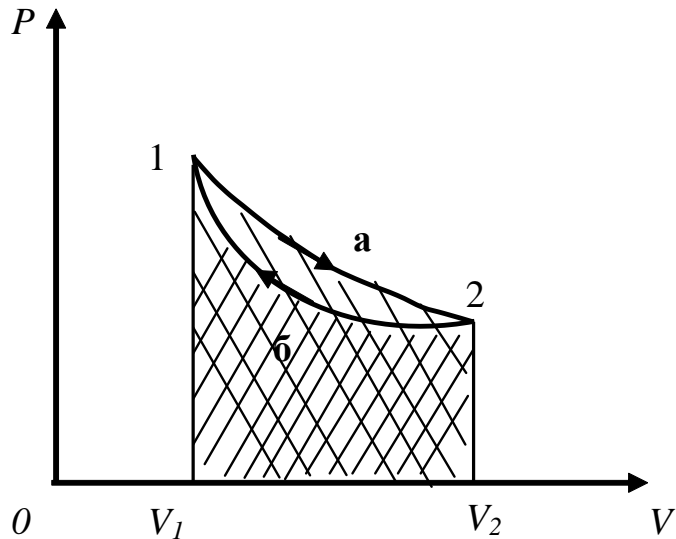
Сжимаем газ (кривая 2б1), чтобы снова вернуть его в исходное состояние 1.

При сжатии газ отдает какое-то количество тепла Q_2 холодильнику.

Q_2 тепло, отданное рабочим телом, считается отрицательным $Q_2 < 0$

$$-Q_2 = U_1 - U_2 - A_2$$

Прямой цикл



Процесс 1а2

$$Q_1 = U_2 - U_1 + A_1$$

Процесс 2б1

$$-Q_2 = U_1 - U_2 - A_2$$

$$Q_1 - Q_2 = A_1 - A_2$$

$$Q_1 - Q_2 = A \quad \text{работа против внешних сил}$$

Прямой цикл

$$Q_1 - Q_2 = A$$

Цикл, в котором часть теплоты превращается в работу, называется прямым циклом.

Во всех прямых циклах кривая расширения газа расположена выше кривой сжатия газа.

Машина, работающая по прямому циклу, называется тепловой машиной.

Коэффициент полезного действия (КПД) тепловой машины η – это отношение работы к количеству теплоты, полученной от нагревателя.

$$\eta = \frac{A}{Q_1}$$

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$