

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ  
Декан ЕНМФ  
\_\_\_\_\_ Ю.И. Тюрин  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2006г.

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Методические указания и контрольные задания по высшей  
математике с элементами учебных исследований для  
студентов всех специальностей

Томск 2006

УДК 517

НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ. Методические указания и контрольные задания по высшей математике с элементами учебных исследований для студентов всех специальностей. – Томск: изд ТПУ, 2006 -34с.

Составители: Л.А.Беломестных, Н.Ф.Пестова, В.А.Пилипенко,  
С.Д.Заверткин

Рецензент доц., к.ф.-м.н. Э.Н.Подскребко

Методические указания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром кафедры высшей математики 31 мая 2006г. (протокол №7)

Зав. Кафедрой ВМ, проф.

К.П.Арефьев

Данные учебно-методические указания преследуют две основные цели: обучение алгоритмам применения основных методов интегрирования и развитие изобретательности при поиске наиболее эффективных методов.

Для дифференцирования функций достаточно механического следования правилам, а интегрирование функций требует проявления изобретательности, которая может быть достигнута только практикой. Для того, чтобы в дальнейшей работе успешно пользоваться справочниками для вычисления интегралов «не следует забывать, что надо искать, что можно найти и где это можно найти» (Л.Д.Кудрявцев, Мысли о современной математике и ее изучении, М. 1977).

Методические указания содержат теоретические вопросы и упражнения из 25 вариантов по 40 примеров в каждом. Структура индивидуальных заданий такова:

- 1-10 – примеры на применение метода непосредственного интегрирования,
- 11-14 - примеры на применение метода интегрирования по частям,
- 15-17 - примеры на применение метода подстановки,
- 18-20 – интегралы от рациональных функций,
- 21-26 – интегралы от тригонометрических функций
- 27-30 – интегралы от иррациональных функций,
- 31-40 – смешанные задачи на интегрирование разных функций.

Замечание: Среди заданий могут встретиться «неберущиеся» интегралы:

$$\int e^{-x^2} dx, \int \sin x^2 dx, \int \cos x^2 dx, \int \frac{\sin x}{x} dx, \int \frac{\cos x}{x} dx, \int \frac{e^x}{x} dx, \int \frac{dx}{\ln x}, \dots,$$

либо интегралы, которые путем преобразований сводятся к ним.

Можно указать следующие элементы учебных исследований, проводимых студентами, при выполнении теоретических упражнений и индивидуальных заданий:

- 1) поиски ответа на нестандартно поставленные вопросы по теории;
- 2) выработка умения правильно классифицировать подинтегральную функцию;
- 3) выбор подходящего метода интегрирования;
- 4) реализация найденной идеи и составление плана решения примера;
- 5) умение следовать известному алгоритму, отработка вычислительных навыков;
- 6) внимание к таким вопросам, как – нельзя ли упростить полученное решение, не существует ли других методов решения задачи, какие сходные задачи можно решить тем же методом;
- 7) в случае, если допустимо применение нескольких методов, сравнить решения и выбрать наиболее эффективный метод.

Напомним основные методы интегрирования и дадим некоторые рекомендации по их применению.

1. **Непосредственное интегрирования** основано на знании таблицы интегралов и основных свойств неопределенного интеграла.

2. **Метод подведения под дифференциал** основан на теореме об инвариантности формул интегрирования

Проследим процесс применения теоремы об инвариантности формул интегрирования, который позволяет находить первообразные для многих элементарных функций. Рассмотрим один из табличных интегралов

$$\int \sin x dx = -\cos x + C, \quad x \in (-\infty, \infty)$$

Поставим вместо  $x$  любую функцию, имеющую непрерывную производную, например  $\varphi(t) = e^t$ . Тогда, по теореме, должно быть справедливо равенство

$$\int \sin e^t d(e^t) = -\cos e^t + C, \quad t \in (-\infty, \infty)$$

или

$$\int e^t \cdot \sin e^t dt = -\cos e^t + C, \quad t \in (-\infty, \infty).$$

Таким образом, если поставлена задача «Найти  $\int e^t \cdot \sin e^t dt$ », то нужно уметь понять структуру подынтегрального выражения, увидеть в нем функцию  $e^t$  и её дифференциал, т.е. заметить, что

$$e^t \cdot \sin e^t dt = \sin e^t (e^t dt) = \sin e^t \cdot d(e^t).$$

Умение видеть среди сомножителей подынтегрального выражения некоторую функцию  $\varphi(t)$  и её дифференциал, позволяющее свести данный интеграл  $\int f[\varphi(t)] d\varphi(t)$  к табличному  $\int f(x) dx$ , составляет необходимую, важнейшую часть искусства интегрирования. Приведем примеры.:

Найти интеграл  $\int \ln^3 x \cdot \frac{dx}{x}$ . Так как  $\frac{dx}{x} = d(\ln x)$ , то мы имеем

$$\int \ln^3 x \cdot \frac{dx}{x} = \int \ln^3 x \cdot d(\ln x) = \frac{1}{4} \ln^4 x + C.$$

Действительно, проверим

$$\left( \frac{1}{4} \ln^4 x + C \right)' = \frac{1}{4} \cdot 4 \ln^3 x \cdot (\ln x)' = \ln^3 x \cdot \frac{dx}{x}.$$

Таким образом интеграл найден верно. Аналогично

$$\int \sin^3 x \cdot \cos x dx = \int \sin^2 x \cdot d(\sin x) = \frac{1}{4} \sin^4 x + C,$$

$$\int \frac{(2x+3)}{x^2+3x-7} dx = \int \frac{d(x^2+3x-7)}{x^2+3x-7} = \ln|x^2+3x-7| + C.$$

3. **Метод замены переменной.** Полагая  $x = \varphi(t)$ , где  $t$  новая переменная, а  $\varphi(t)$  - непрерывно дифференцируемая функция, имеем

$$\int f(x) dx = \int f[\varphi(t)] \cdot d[\varphi(t)] = \int f[\varphi(t)] \cdot \varphi'(t) dt. \quad (1)$$

Функцию  $\varphi$  выбирают так, чтобы интеграл в правой части формулы (1) был проще исходного. Например требуется найти  $\int x\sqrt{x-1} dx$ . Естественно положить  $t = \sqrt{x-1}$ , тогда  $x = t^2 + 1$ , и  $dx = 2tdt$ . Таким образом имеем

$$\int x\sqrt{x-1} dx = \int (t^2 + 1) \cdot t \cdot 2tdt = 2 \int (t^4 + t^2) dt = \frac{2}{5} t^5 + \frac{2}{3} t^3 + C.$$

Возвращаясь к исходной переменной, получаем

$$\int x\sqrt{x-1}dx = \frac{2}{5}(x-1)^{5/2} + \frac{2}{3}(x-1)^{3/2} + C.$$

Иногда интеграл удается упростить заменой  $\varphi(x) = t$ . Например найти  $\int \frac{xdx}{\sqrt{12-4x-x^2}}$ . Квадратный трехчлен, стоящий под знаком корня, дополним

до полного квадрата:  $12-4x-x^2 = (x^2+4x-12) = -(x^2+2\cdot 2x+2^2-2^2-12) = -[(x+2)^2-16]$ .

Сделаем подстановку  $x+2=t, dx=dt, x=t-2$ . Тогда

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{12-4x-x^2}} = \int \frac{xdx}{\sqrt{16-(x+2)^2}} = \int \frac{(t-2)dt}{\sqrt{16-t^2}} = \int \frac{t dt}{\sqrt{16-t^2}} - 2 \int \frac{dt}{\sqrt{16-t^2}}.$$

Второй интеграл – табличный:  $\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + C$ . Первый интеграл

приводится к табличному  $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C$  по теореме об инвариантности

формул интегрирования  $-\frac{1}{2} \int (16-t^2)^{-1/2} d(16-t^2) = -(16-t^2)^{1/2} + C$ . Сделав

переход к старой переменной, получим

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{12-4x-x^2}} = -\sqrt{12-4x-x^2} - 2 \arcsin \frac{x+2}{4} + C.$$

4. **Метод интегрирования по частям** основан на применении формулы  $\int u dv = u \cdot v - \int v du$ . Для его применения подынтегральное выражение необходимо представить в виде произведения  $u dv$  таким образом, чтобы интеграл в правой части был проще исходного. Напомним некоторые примеры применения метода интегрирования по частям

Вид подынтегральной функции	Рекомендация	Ожидаемое упрощение подынтегрального выражения
Произведение многочлена $P_n(x)$ на показательную или тригонометрическую функцию	$U = P_n(x)$	Под интегралом степень многочлена уменьшится на единицу, так как $dU = P'_n(x) dx$
Произведение многочлена $P_n(x)$ на логарифмическую или обратную тригонометрическую функцию	$dV = P_n(x) dx$	Под интегралом вместо трансцендентной функции появится алгебраическая

Среди интегрируемых функций особое место занимают дробно-рациональные функции, интеграл от которых всегда может быть выражен через элементарные функции, а именно через степенные, логарифмические функции и арктангенс. Алгоритм интегрирования дробно-рациональной функции состоит в следующем:

1. Проверяем, является ли рациональная дробь правильной. Если у нее степень многочлена в числителе не меньше степени многочлена знаменателя, то делением многочлена на многочлен выделяем целую часть и остаток, который является правильной дробью.
2. Раскладываем знаменатель на вещественные множители, линейные и квадратичные.
3. Представим правильную рациональную дробь в виде суммы простых дробей, руководствуясь следующим правилом:

Множитель знаменателя	Сколько дробей ему соответствует	Простые дроби, соответствующие этому множителю
$(x - a)^k$	$k$	$\frac{A_1}{(x - a)^k} + \frac{A_2}{(x - a)^{k-1}} + \dots + \frac{A_k}{(x - a)}$
$(x^2 + px + q)^k$	$k$	$\frac{A_1x + B_1}{(x^2 + px + q)^k} + \frac{A_2x + B_2}{(x^2 + px + q)^{k-1}} + \dots + \frac{A_kx + B_k}{(x^2 + px + q)}$

4. Найдем неопределенные коэффициенты разложения.
5. Интеграл от рациональной дроби найдем по свойству линейности, как интеграл от суммы дробей.

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Определение первообразной функции. Теорема о множестве первообразных для одной функции. Понятие неопределенного интеграла.
2. Покажите (при помощи дифференцирования и без него), что данные функции на некотором промежутке являются первообразными одной и той же функции. Укажите этот промежуток.

а)  $y = \ln ax$  ,  $y = \ln x$  , б)  $y = (e^x + e^{-x})^2$  ,  $y = (e^x - e^{-x})^2$  ,

в)  $y = \frac{1}{4} \sin^4 x$  ,  $y = \frac{1}{4} \cos^4 x - \frac{1}{2} \cos^2 x$  , г)  $y = -2 \operatorname{arctg} x$  ,  $y = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$  .

3. При отыскании  $\int f(x) dx$  были получены ответы  $J_1$  и  $J_2$ . Можно ли утверждать, что хотя бы один из них не верен?

а)  $J_1 = \sin^2 x + C$  ,  $J_2 = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$  ,

б)  $J_1 = \cos^2 x + C$  ,  $J_2 = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$  ,

в)  $J_1 = \frac{1}{2} e^{2x} + C$  ,  $J_2 = e^x \operatorname{sh} x + C$  ,

г)  $J_1 = \frac{1}{2} e^{2x} + C$  ,  $J_2 = e^x \operatorname{ch} x + C$  ,

4. Геометрический смысл неопределенного интеграла.

5. Найти уравнение линии, для которой угловой коэффициент касательной в каждой точке равен абсциссе этой точки. Единственное ли решение имеет эта задача?

6. Свойства неопределенного интеграла.

7. Метод подстановки и метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле. Некоторые классы функций, интегрируемых по частям.

8. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование.

9. Правильные и неправильные рациональные дроби. Представление правильной рациональной дроби в виде суммы простейших рациональных дробей с неопределенными коэффициентами. Отыскание коэффициентов разложения. Интегрирование правильной рациональной дроби.

10. Интегрируя рациональную дробь, студент получил в ответе  $\arcsin x$ . Можно ли сказать, что ответ неправильный? Может ли быть в ответе  $\arctg x$ ,  $\arctg \frac{x}{\sqrt{3}}$ ,  $\ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$ ? Ответ обосновать.

11. При каком условии первообразная для  $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x^3(x-1)^2}$  представляет

собой рациональную функцию?

12. Представьте правильные рациональные дроби в виде суммы простых дробей (не находя коэффициенты):

а)  $\frac{2x^2 + 1}{(x+2)(x-2)(x-1)}$  б)  $\frac{x^3 + 6}{(x-2)(x+2)^3}$  в)  $\frac{x^3 + 4x^2 + 4x + 2}{(x+1)^2(x^2 + x + 1)}$

г)  $\frac{21}{(x+3)^2(x^2 + 3)}$  д)  $\frac{2x+1}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)}$  е)  $\frac{5x^2 - 12}{(x^2 - 6x + 13)^2}$

13. С помощью каких подстановок или преобразований подинтегрального выражения интегрируются тригонометрические функции?

14. Какую подстановку или преобразование Вы предлагаете для интегрирования следующих функций:

а)  $f(x) = \frac{1}{\sin x}$  б)  $f(x) = \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x}$  в)  $f(x) = \cos^2 x \cdot \sin^4 x$  г)  $f(x) = \sin 5x \cdot \cos 7x$ .

Какого результата Вы ожидаете от выбранных подстановок или преобразований?

15. С помощью каких подстановок вычисляются интегралы, содержащие дробно-линейные иррациональности?

а)  $\int \frac{\sqrt{x} dx}{1 + \sqrt[3]{x}}$  б)  $\int \frac{5\sqrt{x+1} dx}{(x+1)^2 \cdot \sqrt{x}}$  в)  $\int \frac{\sqrt[3]{x+2} dx}{1 + \sqrt{x+2}}$

16. Применение тригонометрических подстановок для интегрирования иррациональных выражений.

17. Какие интегралы называются «неберущимися»?

Вариант № 1

1.	$\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$	21.	$\int \frac{dx}{1-\sin x}$
2.	$\int e^{\sin^2 x} \cdot \sin 2x dx$	22.	$\int \sin 4x \cdot \cos 4x dx$
3.	$\int \frac{2^{\arctg 2x} dx}{1+4x^2}$	23.	$\int \frac{dx}{3\sin^2 x + 4\cos^2 x}$
4.	$\int \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$	24.	$\int \cos^4 x \cdot \sin^5 x dx$
5.	$\int \sin(2x+3) dx$	25.	$\int \sin 3x \cdot \cos 10x dx$
6.	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x}$	26.	$\int \operatorname{tg}^5 x dx$
7.	$\int \frac{dx}{\cos^2(2x-1)}$	27.	$\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x}}$
8.	$\int \frac{3x-4}{x^2-4} dx$	28.	$\int \frac{(x+1) dx}{x \cdot \sqrt{x-2}}$
9.	$\int \operatorname{ctg}^2 2x dx$	29.	$\int x^2 \sqrt{1-x^2} dx$
10.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^6}}$	30.	$\int \frac{\sqrt[3]{1+4\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
11.	$\int x^2 \cos 3x dx$	31.	$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2-1}}$
12.	$\int \cos(\ln x) dx$	32.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2-1}}$
13.	$\int \arcsin x dx$	33.	$\int x \cdot e^{x^2} dx$
14.	$\int x \cdot e^{-\frac{x}{2}} dx$	34.	$\int x^2 \cdot e^{x^2} dx$
15.	$\int \frac{(x+1) dx}{x^2+x+1}$	35.	$\int x \ln^2 x dx$
16.	$\int \frac{(x+2) dx}{\sqrt{x^2+4x+6}}$	36.	$\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$
17.	$\int \frac{e^x - 2}{e^{2x} + 1} dx$	37.	$\int \frac{dx}{e^{2x} - e^x}$
18.	$\int \frac{(x-8) dx}{x(x-2)^2}$	38.	$\int \frac{dx}{\sqrt{\sin x \cdot \cos^3 x}}$
19.	$\int \frac{(x^3-6) dx}{(x^2+2)(x^2+4)}$	39.	$\int \sin x \cos^3 x dx$
20.	$\int \frac{2x^2+x+3}{x^2-x+1} dx$	40.	$\int \frac{x^2 dx}{x^3+1}$



Вариант № 2

1.	$\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin^3 x}$	21.	$\int \frac{\sin^3 x dx}{\sqrt[4]{\cos x}}$
2.	$\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$	22.	$\int \frac{dx}{5+3\cos x}$
3.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{5+x^6}}$	23.	$\int \operatorname{tg}^3 \frac{x}{2} dx$
4.	$\int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$	24.	$\int \cos x \cdot \cos 3x dx$
5.	$\int \sin 2x \cos^3 x dx$	25.	$\int \cos^4 2x dx$
6.	$\int \frac{xdx}{1+x^4}$	26.	$\int \frac{1+\sin x}{1-\sin x} dx$
7.	$\int e^{\operatorname{tg} 2x} \frac{dx}{\cos^2 2x}$	27.	$\int \frac{(\sqrt[6]{x}+1)dx}{\sqrt[6]{x^7}-\sqrt[6]{x^5}}$
8.	$\int \frac{1}{1+\cos x} dx$	28.	$\int \sqrt{2x-x^2} dx$
9.	$\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$	29.	$\int \frac{dx}{x^2(1+x^2)^{3/2}}$
10.	$\int \sin(3x-5) dx$	30.	$\int x^{-2/3} (1+x^{1/3})^{1/2} dx$
11.	$\int x^2 e^{-x} dx$	31.	$\int \frac{dx}{\sin^4 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2}}$
12.	$\int x \cos 2x dx$	32.	$\int \sin^4 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} dx$
13.	$\int \ln(x+1) dx$	33.	$\int x \cdot \cos x^2 dx$
14.	$\int \sin 2x \cdot e^{-x} dx$	34.	$\int x^2 \cdot \cos x^2 dx$
15.	$\int \frac{(2x-1)dx}{\sqrt{x^2-4x+1}}$	35.	$\int x^3 \cdot \cos x^2 dx$
16.	$\int \frac{(x+2)dx}{x^2+2x+2}$	36.	$\int \frac{xdx}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+3}}$
17.	$\int \frac{e^x}{e^x+e^{-x}} dx$	37.	$\int \frac{x^5 dx}{x^3-1}$
18.	$\int \frac{dx}{(x-1)^2(x-2)}$	38.	$\int \frac{x^4 dx}{x^3-1}$
19.	$\int \frac{(x^2 dx)}{(x^2+4)(x^2-4)}$	39.	$\int \frac{(e^{\sqrt{x}}+2)e^{\sqrt{x}}}{e^x+4e^{\sqrt{x}}+1} dx$
20.	$\int \frac{x^3}{x^2+x+0,5} dx$	40.	$\int e^{\sqrt{x}} dx$

Вариант № 3

1.	$\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[5]{\sin^2 x}}$	21.	$\int \sin x \cdot \sin 5x dx$
2.	$\int \frac{dx}{\cos^2 x(2\operatorname{tg} x + 1)}$	22.	$\int \sin^3 2x \cdot \cos^2 2x dx$
3.	$\int \frac{\operatorname{arctg}^3 x dx}{1+x^2}$	23.	$\int \frac{\cos 2x dx}{\sin^4 x}$
4.	$\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{1 - \ln^2 x}}$	24.	$\int \sin^4 3x dx$
5.	$\int \frac{\cos x dx}{1 + \sin x}$	25.	$\int \sin 3x \cdot \cos 10x dx$
6.	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2} \arcsin x}$	26.	$\int \frac{\cos x dx}{2 + \cos x}$
7.	$\int \frac{1 - 2 \cos 2x}{\sin^2 2x} dx$	27.	$\int \frac{dx}{\sqrt{x+2} (1 + \sqrt[3]{x+2})}$
8.	$\int e^{x^2} \cdot x^4 dx$	28.	$\int \frac{\sqrt{9+x^2} dx}{x}$
9.	$\int \frac{x dx}{\sqrt{1+x^4}}$	29.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2-1}}$
10.	$\int \cos(a - bx) dx$	30.	$\int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$
11.	$\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$	31.	$\int \frac{\sqrt{x^2-4} dx}{x}$
12.	$\int x \cdot \cos^2 x dx$	32.	$\int \frac{\sqrt{x^2-4} dx}{x^2}$
13.	$\int \frac{\ln x dx}{\sqrt{x^3}}$	33.	$\int \frac{\sqrt{x^2-4} dx}{\sqrt[3]{x}}$
14.	$\int e^x \cdot \sin 3x dx$	34.	$\int x^2 \cdot e^{2x} dx$
15.	$\int \frac{(2x-8) dx}{\sqrt{1-2x-x^2}}$	35.	$\int \frac{e^{2x} - 2e^x}{e^{2x} + 1} dx$
16.	$\int \frac{x dx}{x^2 - 4x + 5}$	36.	$\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$
17.	$\int \frac{e^{3x}}{e^x + 2} dx$	37.	$\int \frac{(x^3 + 1) dx}{x^2 - x}$
18.	$\int \frac{(3x+2) dx}{x(x+1)^3}$	38.	$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$
19.	$\int \frac{(3x-7) dx}{(x^2+4)(x+1)}$	39.	$\int \sin^2 x \cos^2 x dx$
20.	$\int \frac{2x^3 - 4x^2 - 16x - 12}{(x-1)^2(x^2+4x+5)} dx$	40.	$\int \frac{\sin^2 x dx}{\cos^2 x}$

Вариант № 4

1.	$\int (3-2x)^4 dx$	21.	$\int \frac{\sin^3 x dx}{1+\cos x}$
2.	$\int \frac{dx}{\sqrt{5+3x}}$	22.	$\int \frac{dx}{1+\operatorname{tg} x}$
3.	$\int \frac{e^{3x} dx}{1+3e^{2x}}$	23.	$\int \frac{dx}{\cos x \cdot (1-\cos x)}$
4.	$\int \cos x \cdot \sin^{-4} x dx$	24.	$\int \sin 4x \cdot \sin 6x dx$
5.	$\int e^x \cdot \frac{dx}{x^2}$	25.	$\int \operatorname{tg}^4 x \cdot \sec^4 x dx$
6.	$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^8-1}}$	26.	$\int \sin^7 x dx$
7.	$\int \frac{x}{\sqrt{9-x^4}} dx$	27.	$\int \frac{\sqrt[3]{x} dx}{x(\sqrt{x}+\sqrt[3]{x})}$
8.	$\int e^x \cdot \operatorname{ctg} e^x dx$	28.	$\int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{1+x}}$
9.	$\int \sin^3 x dx$	29.	$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$
10.	$\int \frac{dx}{9x^2+4}$	30.	$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^2}}$
11.	$\int x \cdot e^{-2x} dx$	31.	$\int \frac{x \sin x dx}{\cos^2 x}$
12.	$\int \ln(x+\sqrt{1+x^2}) dx$	32.	$\int x \arccos x dx$
13.	$\int (4x+1) \cos 3x dx$	33.	$\int \frac{x^4 dx}{x^2+1}$
14.	$\int e^{3x} \cdot \sin x dx$	34.	$\int \sin^2 2x dx$
15.	$\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$	35.	$\int \frac{1}{\sin^4 2x} dx$
16.	$\int \frac{(3x-2) dx}{x^2-6x+10}$	36.	$\int \frac{e^{3x}}{e^{2x}-1} dx$
17.	$\int \frac{e^x-1}{e^x+1} dx$	37.	$\int \frac{\sqrt{x^2+4}}{x} dx$
18.	$\int \frac{x^2 dx}{(x+2)^2(x+4)^2}$	38.	$\int \sqrt[3]{x^2+1} dx$
19.	$\int \frac{x^3 dx}{x^3-1}$	39.	$\int x \cdot \sqrt[3]{x^2+1} dx$
20.	$\int \frac{x^5+3x^2-1}{x^2+x} dx$	40.	$\int \operatorname{tg} x \cdot \ln \cos x dx$

Вариант № 5

1.	$\int e^{x^2} x dx$	21.	$\int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x + 5}$
2.	$\int \frac{dx}{\sin^2 3x}$	22.	$\int \operatorname{tg}^4 x dx$
3.	$\int \operatorname{tg} 2x dx$	23.	$\int \sqrt{\sin x} \cdot \cos^5 x dx$
4.	$\int x \sqrt[3]{x^2 + 1} dx$	24.	$\int \cos^7 x dx$
5.	$\int \frac{\sin 3x dx}{\sqrt[3]{\cos 3x}}$	25.	$\int \sin 3x \cdot \cos 2x dx$
6.	$\int \frac{e^x dx}{9 + e^{2x}}$	26.	$\int \cos^4 2x dx$
7.	$\int \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 9}} dx$	27.	$\int \frac{dx}{\sqrt{x+3} (1 + \sqrt[3]{x+3})}$
8.	$\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$	28.	$\int x \cdot \sqrt{(1+x)^3} dx$
9.	$\int \frac{dx}{\sqrt{3-16x^2}}$	29.	$\int \frac{\sqrt[3]{(1+x^3)^2} dx}{x^2}$
10.	$\int e^{2x} \cdot \operatorname{ctg} e^{2x} dx$	30.	$\int \frac{(2 + \sqrt[3]{x})}{\sqrt{x}(\sqrt[6]{x} + 2\sqrt[3]{x} + \sqrt{x})} dx$
11.	$\int x \cdot e^{-3x} dx$	31.	$\int x \cdot \arcsin x dx$
12.	$\int \ln(x^2 + 1) dx$	32.	$\int x \cdot \sin x^2 dx$
13.	$\int \frac{x \cdot \cos x dx}{\sin^2 x}$	33.	$\int x^2 \cdot \sin x^2 dx$
14.	$\int e^x \cdot \cos 4x dx$	34.	$\int x^3 \cdot \sin x^2 dx$
15.	$\int \frac{(3x-6) dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 10}}$	35.	$\int \frac{x dx}{\sqrt{x^4 - 2x^2 - 1}} dx$
16.	$\int \frac{(5x+1) dx}{x^2 + 4x + 5}$	36.	$\int \frac{(\arcsin x)^2 - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$
17.	$\int \frac{e^x(e^x + 1)}{e^{2x} + 4} dx$	37.	$\int \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} dx$
18.	$\int \frac{dx}{x^3 - x^2}$	38.	$\int \frac{dx}{\sqrt{e^x + 2}}$
19.	$\int \frac{(x^2 - 3) dx}{(x^2 + 2)(x^2 + 3)}$	39.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}$
20.	$\int \frac{x^4}{x^4 - 1} dx$	40.	$\int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

Вариант № 6

1.	$\int \operatorname{tg} 3x dx$	21.	$\int \sqrt[3]{\sin^2 x \cdot \cos^3 x} dx$
2.	$\int \frac{dx}{\cos^2 7x}$	22.	$\int \frac{dx}{1 + \sin x + \cos x}$
3.	$\int \frac{\operatorname{tg} 2x dx}{\cos^2 2x}$	23.	$\int \cos x \cdot \cos 5x dx$
4.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^3 + 4}}$	24.	$\int \sin^4 \frac{x}{2} dx$
5.	$\int e^{\cos 2x} \cdot \sin 2x dx$	25.	$\int \sin^{-4} \frac{x}{2} dx$
6.	$\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1 - e^{2x}}}$	26.	$\int \frac{dx}{4 + \operatorname{tg} x}$
7.	$\int \frac{1}{\sqrt{16x^2 + 9}} dx$	27.	$\int \frac{\sqrt{x+1} + 1}{\sqrt{x+1} - 1} dx$
8.	$\int \frac{dx}{9x^2 + 4}$	28.	$\int \frac{\sqrt[3]{1 + \sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
9.	$\int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx$	29.	$\int \frac{\sqrt{(1 - x^2)^3}}{x^6} dx$
10.	$\int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$	30.	$\int \frac{dx}{\sqrt{4 + 2x - x^2}}$
11.	$\int x \cdot e^{3x} dx dx$	31.	$\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1 - x}} dx$
12.	$\int x^2 \cos x dx$	32.	$\int \frac{(3x + 2)}{\sqrt{x^2 + 6x + 10}} dx$
13.	$\int \frac{\ln x dx}{\sqrt{x}}$	33.	$\int x e^{-x^2} dx$
14.	$\int e^x \cdot \sin 5x dx$	34.	$\int x^2 e^{-x^2} dx$
15.	$\int \frac{(3 - x) dx}{\sqrt{3 - 2x - x^2}}$	35.	$\int x^3 e^{-x^2} dx$
16.	$\int \frac{5dx}{x^2 - x - 2}$	36.	$\int \frac{(\arcsin x)^2 - 1}{\sqrt{1 - x^2}} dx$
17.	$\int \frac{e^{2x} + e^x}{e^{2x} + 9} dx$	37.	$\int \sin^3 x \cdot \cos^4 x dx$
18.	$\int \frac{(2x + 7) dx}{x^3 + x^2}$	38.	$\int x^{-2/3} (1 + x^{1/3})^{-1} dx$
19.	$\int \frac{4 + 9x^3 - x^5}{x^2 + 3x} dx$	39.	$\int \frac{x dx}{\sqrt{1 - x^2}}$
20.	$\int \frac{x^2 + x + 3}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)} dx$	40.	$\int \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^2}} dx$

Вариант № 7

1.	$\int \operatorname{ctg}(2x+3)dx$	21.	$\int \operatorname{tg}^3 x dx$
2.	$\int \frac{dx}{\sin^2 5x}$	22.	$\int \frac{dx}{5+4 \sin x}$
3.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt[4]{x^3+1}}$	23.	$\int \cos^4 3x dx$
4.	$\int \frac{\arccos^2 x dx}{\sqrt{1-x^2}}$	24.	$\int \sin^{-3} \frac{x}{2} dx$
5.	$\int (a^{5x} + e^{5x}) dx$	25.	$\int \sin^5 x dx$
6.	$\int \sqrt{\operatorname{tg}^3 x} \cdot \sec^4 x dx$	26.	$\int \cos 2x \cdot \cos 3x dx$
7.	$\int \cos \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}$	27.	$\int \frac{dx}{\sqrt{(9+x^2)^3}}$
8.	$\int \frac{dx}{x \sqrt{1+\ln^2 x}}$	28.	$\int \frac{x}{\sqrt[3]{x^2+1}} dx$
9.	$\int \frac{\cos x}{2 \sin x + 5} dx$	29.	$\int \frac{\sqrt{(1-x^2)^3}}{x^6} dx$
10.	$\int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$	30.	$\int \frac{dx}{\sqrt{x+2} + \sqrt[3]{x+2}}$
11.	$\int x \cdot e^{x/2} dx$	31.	$\int x \cdot \ln(1+x) dx$
12.	$\int \frac{x dx}{\sin^2 x}$	32.	$\int \frac{\operatorname{arctg} 3x + x}{1+9x^2} dx$
13.	$\int \operatorname{arctg} 2x dx$	33.	$\int \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} dx$
14.	$\int e^{3x} \cdot \cos x dx$	34.	$\int \sqrt{1-2x-x^2} dx$
15.	$\int \frac{(3x-1) dx}{\sqrt{x^2+2x+3}}$	35.	$\int \frac{\sin 2x}{\cos^4 x} dx$
16.	$\int \frac{(4x+1) dx}{x^2-2x+2}$	36.	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$
17.	$\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x-1}}{e^x+3} dx$	37.	$\int \frac{dx}{x \ln x}$
18.	$\int \frac{x^4+1}{x^3-x^2} dx$	38.	$\int e^{\sqrt{x}} dx$
19.	$\int \frac{x^3-6x^2+13x-7}{(x+1)(x-2)^3} dx$	39.	$\int \frac{e^{3x} dx}{e^x+2}$
20.	$\int \frac{2x^2-3x-3}{(x-1)(x^2-2x+5)} dx$	40.	$\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$

Вариант № 8

1.	$\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{2 \sin x + 3}}$	21.	$\int \frac{\cos^3 x dx}{1 + \sin x}$
2.	$\int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \sqrt[3]{\operatorname{ctg} x + 1}}$	22.	$\int \sin 3x \cdot \cos x dx$
3.	$\int \frac{(x+1) dx}{x^2 + 2x + 3}$	23.	$\int \sin^2 x \cdot \cos^4 x dx$
4.	$\int \frac{dx}{\arccos^3 x \cdot \sqrt{1-x^2}}$	24.	$\int \frac{\cos x dx}{5 + 4 \cos x}$
5.	$\int \sin(\ln x) \cdot \frac{dx}{x}$	25.	$\int \frac{dx}{\sin^4 x}$
6.	$\int e^{x/2} dx$	26.	$\int (tg^5 x + tg^7 x) dx$
7.	$\int \frac{dx}{1+2x^2}$	27.	$\int \frac{\sqrt{2+x}}{x} dx$
8.	$\int \frac{dx}{\sqrt{2-3x^2}}$	28.	$\int \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{(x^2+1)^3}}$
9.	$\int \frac{dx}{\sqrt{b^2 + a^2 x^2}}$	29.	$\int x^5 \cdot \sqrt[3]{(1+x^3)^2} dx$
10.	$\int \frac{x - (\operatorname{arctg} 2x)^2}{1+4x^2} dx$	30.	$\int \frac{\sqrt{1+x^2} dx}{x^4}$
11.	$\int x \cdot e^{3x} dx$	31.	$\int \frac{\sqrt{e^x} dx}{\sqrt{e^x + e^{-x}}}$
12.	$\int x \cdot \sin 5x dx$	32.	$\int \arcsin^2 x dx$
13.	$\int x^3 \cdot \ln x dx$	33.	$\int \frac{x(2x^2+1) dx}{\sqrt{x^4+x^2+1}}$
14.	$\int e^{2x} \cdot \cos x dx$	34.	$\int \frac{dx}{(3tgx+5) \cdot \sin 2x}$
15.	$\int \frac{(6x+1) dx}{\sqrt{x-x^2}}$	35.	$\int e^{1/x} \cdot \frac{dx}{x^2}$
16.	$\int \frac{(3x+2) dx}{x^2+8x+17}$	36.	$\int (\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}) e^x dx$
17.	$\int \frac{(e^x + e^{2x})}{e^{2x} + 9} dx$	37.	$\int \frac{\sqrt{tgx} dx}{\sin x \cdot \cos x}$
18.	$\int \frac{(11x+16) dx}{(x-1)(x+2)^2}$	38.	$\int (x^2 - x) e^x dx$
19.	$\int \frac{dx}{x^3 - 8}$	39.	$\int \frac{x^4 dx}{x^{15} - 8}$
20.	$\int \frac{(x+1)^3}{x^2 - x} dx$	40.	$\int \frac{x dx}{\sqrt{x^4 + x^2 + 1}}$

Вариант № 9

1.	$\int \frac{\cos 2x dx}{\sin^4 2x}$	21.	$\int \frac{\cos x dx}{1 + \cos x}$
2.	$\int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot (3 + 2tgx)}$	22.	$\int \sin^2 x \cdot \cos^4 x dx$
3.	$\int \cos \sqrt{x} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x}}$	23.	$\int \sin^3 x \cdot \cos^3 x dx$
4.	$\int \sin \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}$	24.	$\int ctg^5 x dx$
5.	$\int x \cdot 3^{x^2} dx$	25.	$\int \frac{\sin^2 x dx}{1 + \cos^2 x}$
6.	$\int \frac{a^x}{1 + a^{2x}} dx$	26.	$\int \sin 3x \cdot \sin 5x dx$
7.	$\int (2 + 3x^2)^{-1/2} dx$	27.	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$
8.	$\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{1 - x^{10}}}$	28.	$\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{(x^2 - 1)}}$
9.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 + x^3}}$	29.	$\int \frac{dx}{x^3 \cdot \sqrt[3]{2 - x^3}}$
10.	$\int e^{ctgx} \cdot \frac{dx}{\sin^2 x}$	30.	$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{4 - x^2}}$
11.	$\int x \cdot \cos 3x dx$	31.	$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - 2x - x^2}}$
12.	$\int x \cdot arctgx dx$	32.	$\int e^{\sqrt[3]{x}} dx$
13.	$\int x^{-3} \cdot \ln x dx$	33.	$\int \cos^{-4} x dx$
14.	$\int \cos(\ln x) dx$	34.	$\int \frac{dx}{e^{2x} + e^x}$
15.	$\int \frac{(5x + 4) dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 5}}$	35.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 + x^2}}$
16.	$\int \frac{(x + 3) dx}{x^2 - 2x + 2}$	36.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{1 + x^2}}$
17.	$\int \frac{e^{2x}}{e^x - 1} dx$	37.	$\int \sin x \cdot e^{-\cos x} dx$
18.	$\int \frac{(5x - 1) dx}{(x - 1)^2 (x - 2)}$	38.	$\int (1 + e^{5x})^6 e^{5x} dx$
19.	$\int \frac{(7x - 15) dx}{x^3 - 2x^2 + 5x}$	39.	$\int \frac{1 + \cos x}{\sin^3 x} dx$
20.	$\int \frac{(x^4 + 1) dx}{x^3 + x^2}$	40.	$\int \frac{dx}{(x^2 - 3)(x^2 + 2)}$



Вариант № 10

1.	$\int \frac{\sqrt{2\operatorname{tg}x+1}}{\cos^2 x} dx$	21.	$\int \sin 3x \cdot \cos 7x dx$
2.	$\int x(x^2+1)^4 dx$	22.	$\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x dx$
3.	$\int \frac{\ln(2x+1)}{2x+1} dx$	23.	$\int (1+\cos x)^3 dx$
4.	$\int a^{x^5} \cdot x^4 dx$	24.	$\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$
5.	$\int e^{\sin 3x} \cdot \cos 3x dx$	25.	$\int \frac{dx}{\cos^4 x}$
6.	$\int \cos \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}$	26.	$\int \frac{1+\sin x}{1+\cos x+\sin x} dx$
7.	$\int \operatorname{tg} \sqrt{x-1} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x-1}}$	27.	$\int \sqrt{4-x^2} dx$
8.	$\int \frac{e^x dx}{\sqrt{e^{2x}-1}}$	28.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(x^2+1)^5}}$
9.	$\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1-e^{2x}}}$	29.	$\int \frac{2\sqrt[4]{x+1}}{\sqrt[4]{x^3}(\sqrt{x+4})} dx$
10.	$\int (1+4x^2)^{-1} \cdot \sqrt{\operatorname{arctg} 2x} dx$	30.	$\int x^{1/3} \cdot (2+x^{2/3})^{1/4} dx$
11.	$\int x \cdot \sin 5x dx$	31.	$\int \frac{\sin x - \cos x}{(\cos x + \sin x)} dx$
12.	$\int \arccos x dx$	32.	$\int (1-x)^{100} \cdot x dx$
13.	$\int x \cdot e^{2x} dx$	33.	$\int \ln^2 x dx$
14.	$\int e^x \cdot \sin 2x dx$	34.	$\int \frac{dx}{\ln^2 x}$
15.	$\int \frac{(x-2) dx}{\sqrt{x^2+4x+6}}$	35.	$\int \frac{(1+\ln x) dx}{(x \ln x)^2}$
16.	$\int \frac{(x-1) dx}{x^2+x+1}$	36.	$\int \frac{x^3 dx}{x^8-1}$
17.	$\int \frac{e^{2x}}{e^x+e^{-2x}} dx$	37.	$\int \frac{xdx}{x^2+1}$
18.	$\int \frac{(3x-4)dx}{x^3(x-2)}$	38.	$\int \frac{dx}{1+2\sin^2 x}$
19.	$\int \frac{(x+2) dx}{x(x^2+2x+2)}$	39.	$\int (1+x^2)^{-3/2} dx$
20.	$\int \frac{x^5+2x^3+4x+4}{x^4+2x^3+2x^2} dx$	40.	$\int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}$

Вариант № 11

1.	$\int \sqrt{a-bx} dx$	21.	$\int ctg^3 x dx$
2.	$\int 4^{2-3x} dx$	22.	$\int \sin 4x \cdot \cos 2x dx$
3.	$\int \frac{3x+1}{\sqrt{5x^2+1}} dx$	23.	$\int \cos^5 x dx$
4.	$ctg \frac{x}{2} dx$	24.	$\int \sin^4 3x dx$
5.	$\int \cos \sqrt[3]{x} \cdot \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$	25.	$\int \frac{dx}{\sin^3 x \cdot \cos x}$
6.	$\int tg^2 5x dx$	26.	$\int \frac{\cos x + \sin x}{\sin 2x} dx$
7.	$\int \frac{e^x dx}{\sqrt{4-e^{2x}}}$	27.	$\int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2} dx$
8.	$\int \frac{\cos 2x dx}{4-\sin 2x}$	28.	$\int \frac{\sqrt[3]{x} dx}{x(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})}$
9.	$\int \frac{dx}{x \cdot \ln^3 x}$	29.	$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$
10.	$\int \frac{dx}{9x^2-4}$	30.	$\int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$
11.	$\int x \cdot 2^{-x} dx$	31.	$\int \frac{\sin x}{x^2} dx - \int \frac{\cos x}{x} dx$
12.	$\int x \cos 3x dx$	32.	$\int \frac{\ln \cos x}{\cos^2 x} dx$
13.	$\int arctg x dx$	33.	$\int \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{4+x^2}}$
14.	$\int e^x \cdot \sin x dx$	34.	$\int \frac{(1-\cos x) dx}{(x-\sin x)^2}$
15.	$\int \frac{(x+4) dx}{\sqrt{x^2+3x+3}}$	35.	$\int \frac{x^2 dx}{x^3+1}$
16.	$\int \frac{(3x-1) dx}{x^2+x+1}$	36.	$\int \frac{xdx}{x^3+1}$
17.	$\int \frac{e^{2x}}{\sqrt[3]{e^x+1}} dx$	37.	$\int \frac{\ln(x+\sqrt{1+x^2}) dx}{\sqrt{1+x^2}}$
18.	$\int \frac{(5x^2+6x+9) dx}{(x-3)^2(x+1)^2}$	38.	$\int \sqrt[3]{1+\sin^2 2x} \cdot \cos 2x dx$
19.	$\int \frac{(3x-4) dx}{(x^2+2x+5)(x+2)}$	39.	$\int \frac{\sin x dx}{\cos^3 x}$
20.	$\int \frac{x^7}{x^4-1} dx$	40.	$\int \sin \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}$

Вариант № 12

1.	$\int \frac{\sqrt[4]{1+\ln x}}{x} dx$	21.	$\int \cos^3 x \cdot \sin^4 x dx$
2.	$\int \frac{\cos 2x}{\sin^3 2x} dx$	22.	$\int \sin \frac{x}{3} \cdot \sin \frac{x}{2} dx$
3.	$\int \frac{dx}{\sin^2 3x \cdot (2 + \operatorname{ctg} 3x)}$	23.	$\int \frac{dx}{3 \cos^2 x + 4 \sin^2 x}$
4.	$\int \frac{dx}{x \sqrt{1 + \ln^2 x}}$	24.	$\int \frac{dx}{8 - 4 \sin x + 7 \cos x}$
5.	$\int \operatorname{tg}^2 3x dx$	25.	$\int \operatorname{tg}^4 2x dx$
6.	$\int \frac{3x-1}{\sqrt{1-4x^2}} dx$	26.	$\int \sin^4 \frac{x}{2} \cdot \cos^4 \frac{x}{2} dx$
7.	$\int \frac{(2x+3)dx}{1+4x^2}$	27.	$\int \frac{\sqrt{x^2+9}}{x^2} dx$
8.	$\int (e^{2x})^3 dx$	28.	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2 - \sqrt{x+1}}}$
9.	$\int x^2 \cos(x^3+1) dx$	29.	$\int \frac{dx}{x^4 \sqrt{1+x^2}}$
10.	$\int \frac{dx}{9x^2-16}$	30.	$\int x^3 \cdot \sqrt[4]{1+x^2} dx$
11.	$\int x \cdot e^{5x} dx$	31.	$\int x \cdot \arcsin 2x dx$
12.	$\int x^2 \sin 3x dx$	32.	$\int \frac{(5x-1)}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx$
13.	$\int \frac{\ln x}{x^2} dx$	33.	$\int \frac{\sqrt{x^2-16}}{x} dx$
14.	$\int e^x \cdot \cos 4x dx$	34.	$\int \frac{dx}{x^4-16}$
15.	$\int \frac{(3x+1)dx}{x^2+2x+3}$	35.	$\int \frac{x dx}{x^4-16}$
16.	$\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2-6x+2}}$	36.	$\int \cos \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}$
17.	$\int \frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x+1}} dx$	37.	$\int \frac{\cos x}{x^2} dx + \int \frac{\sin x}{x} dx$
18.	$\int \frac{(x+2)dx}{x^4+4x^2}$	38.	$\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x}} dx$
19.	$\int \frac{x^3 dx}{x^3+1}$	39.	$\int \cos^2 3x dx$
20.	$\int \frac{2x^3+7x^2+4x-3}{x^3+3x^2+3x} dx$	40.	$\int \sin^3 x \cdot \cos x dx$

Вариант № 13

1.	$\int \frac{x^2}{(3+2x^3)^4} dx$	21.	$\int \cos^3 2x \cdot \sin 2x dx$
2.	$\int \frac{e^{3x}}{2e^{3x}+9} dx$	22.	$\int \sin^4 3x dx$
3.	$\int (e^{x/a} + e^{-x/a}) dx$	23.	$\int \frac{dx}{\sin x \cdot \cos^3 x}$
4.	$\int \cos^{-2}(1-x) dx$	24.	$\int \sin x \cdot \sin 3x dx$
5.	$\int \sin^2 3x \cdot \cos 3x dx$	25.	$\int \cos^4 x \cdot \sin^2 x dx$
6.	$\int x^2 \cdot \sin(x^3) dx$	26.	$\int \frac{dx}{5-3\cos x}$
7.	$\int \frac{dx}{9x^2+16}$	27.	$\int \frac{dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}$
8.	$\int \frac{dx}{\sqrt{25-9x^2}}$	28.	$\int \frac{\sqrt[3]{x} dx}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x}}$
9.	$\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{4+\cos^2 x}}$	29.	$\int x^3 \cdot \sqrt[4]{1+x^2} dx$
10.	$\int \frac{dx}{4x^2-1}$	30.	$\int \frac{dx}{x\sqrt{9-x^2}}$
11.	$\int x \cdot e^x dx$	31.	$\int \ln x \cdot (1-x)^{-1/2} dx$
12.	$\int x^2 \sin 5x dx$	32.	$\int \frac{(3x+5)}{\sqrt{x^2-6x+10}} dx$
13.	$\int \frac{x \cdot \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$	33.	$\int \frac{dx}{\sqrt{(16+x^2)^3}}$
14.	$\int e^{2x} \cdot \cos 3x dx$	34.	$\int \frac{dx}{\sin^4 x \cdot \cos^4 x}$
15.	$\int \frac{x dx}{x^2+4x+5}$	35.	$\int \frac{\cos^4 x + \sin^4 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} dx$
16.	$\int \frac{dx}{\sqrt{5+2x-x^2}}$	36.	$\int \frac{x^7 dx}{(1+x^4)^2}$
17.	$\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x-1}}{e^x+3} dx$	37.	$\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$
18.	$\int \frac{xdx}{(x-2)^2(x+2)}$	38.	$\int \frac{\sin x}{(1-3\cos x)^2} dx$
19.	$\int \frac{dx}{(x^2+1)(x+2)}$	39.	$\int \frac{xdx}{\ln^2 x}$
20.	$\int \frac{x^4+1}{x^3-x^2+x-1} dx$	40.	$\int \frac{dx}{x \cdot \ln^2 x}$

Вариант № 14

1.	$\int (3x+2)^5 dx$	21.	$\int \cos^5 x dx$
2.	$\int \frac{x^2 dx}{8x^3+1}$	22.	$\int \frac{dx}{2 \sin x + \cos x + 2}$
3.	$\int (x-1) \cdot e^{x^2-2x} dx$	23.	$\int \cos 2x \cdot \cos 5x dx$
4.	$\int \sin x \cdot \cos(\cos x) dx$	24.	$\int (1 + \sin^2 x)^{-1} dx$
5.	$\int (\operatorname{tg} 2x - 1)^2 dx$	25.	$\int \operatorname{ctg}^3 (3x+2) dx$
6.	$\int \frac{\cos 2x dx}{\sqrt{1 + \sin 2x}}$	26.	$\int \frac{dx}{\sin^4 2x}$
7.	$\int \frac{dx}{\sqrt{1+9x^2}}$	27.	$\int \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1} dx$
8.	$\int \frac{dx}{\sin^2(1-x)}$	28.	$\int \frac{\sqrt{(16-x^2)^3}}{x^6} dx$
9.	$\int \frac{e^{3x} dx}{4+e^{6x}}$	29.	$\int x^3 \cdot \sqrt{9+x^2} dx$
10.	$\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{9-\ln^2 x}}$	30.	$\int x^{3/5} \cdot \sqrt{1+x^{4/5}} dx$
11.	$\int \cos x \cdot \ln(\sin x) dx$	31.	$\int \operatorname{tg}^4 x dx$
12.	$\int x \cdot \operatorname{arctg} 3x dx$	32.	$\int \frac{\sin^3 x dx}{4 \cos^2 x - 1}$
13.	$\int e^{\cos x} \cdot \sin 2x dx$	33.	$\int \frac{e^{2x} dx}{(e^{2x}-1)(e^{2x}+4)}$
14.	$\int e^{2x} \cdot \sin 3x dx$	34.	$\int (1+x^6)^{-7/6} dx$
15.	$\int \frac{(x+3) dx}{x^2+2x+5}$	35.	$\int \frac{x^7 dx}{\cos^2 x - \sin^2 x}$
16.	$\int \frac{dx}{\sqrt{5+2x-x^2}}$	36.	$\int \frac{x^7 dx}{1+x^4}$
17.	$\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x+1}}{e^x+2} dx$	37.	$\int \frac{\sqrt{x} dx}{x+2}$
18.	$\int \frac{(x^3-1) dx}{x^3+2x}$	38.	$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$
19.	$\int \frac{11x+16}{(x-1)(x+2)^3} dx$	39.	$\int \ln(x^2-1) dx$
20.	$\int \frac{dx}{x^3+27}$	40.	$\int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx$

Вариант № 15

1.	$\int e^x (3e^x + 2)^5 dx$	21.	$\int \cos^3 x dx$
2.	$\int \frac{6x^5 + 4x^3}{\sqrt{x^6 + x^4 + 1}} dx$	22.	$\int \frac{dx}{2 + 3 \cos x}$
3.	$\int x \cdot \operatorname{tg}(x^2) dx$	23.	$\int \operatorname{ctg}^4 2x dx$
4.	$\int 4^{2-3x} dx$	24.	$\int \sin^2 x \cdot \cos^4 x dx$
5.	$\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$	25.	$\int \frac{dx}{\cos^2 x + \sin 2x}$
6.	$\int \frac{\operatorname{tg} x dx}{\ln \cos x}$	26.	$\int \sin 3x \cdot \cos 7x dx$
7.	$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1+x^8}}$	27.	$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[4]{x}} dx$
8.	$\int \frac{dx}{x \cdot (1 + \ln^2 x)}$	28.	$\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x-1}}$
9.	$\int \frac{x^2 dx}{\sin^2(x^3)}$	29.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(4+x^2)^5}}$
10.	$\int \sin^3 2x \cdot \cos 2x dx$	30.	$\int \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{1 + \sqrt{x^3}} dx$
11.	$\int (x^3 + 1) \cdot \ln x dx$	31.	$\int e^{x^2 + \ln x} dx$
12.	$\int x^3 \cdot e^{x^2} dx$	32.	$\int \sqrt{9-x^2} dx$
13.	$\int x \cdot \arcsin(x^2) dx$	33.	$\int \frac{(3x+1) dx}{\sqrt[3]{2x+1}}$
14.	$\int e^{3x} \cdot \cos 4x dx$	34.	$\int \sin^3 x \cdot \cos^5 x dx$
15.	$\int \frac{x dx}{\sqrt{6-x-x^2}}$	35.	$\int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt[4]{e^{x-1}}}$
16.	$\int \frac{3x-4}{x^2 + 2x + 2} dx$	36.	$\int \frac{\cos^3 x}{4 \sin^2 x + 1} dx$
17.	$\int \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 4} dx$	37.	$\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{9 + \cos^2 x}}$
18.	$\int \frac{x-2}{x^3 + x} dx$	38.	$\int \sin^4 \frac{x}{2} dx$
19.	$\int \frac{x^4}{x^4 + 5x^2 + 4} dx$	39.	$\int \frac{\cos x}{x} dx$
20.	$\int \frac{x^2 dx}{(x^2 - 4)(x + 2)}$	40.	$\int \frac{x \cdot \cos x}{\sin^3 x} dx$

Вариант № 16

1.	$\int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}} dx$	21.	$\int \frac{dx}{\sin^4 x}$
2.	$\int x \cdot 2^{x^2} dx$	22.	$\int \sin^5 x \cdot \sqrt[3]{\cos x} dx$
3.	$\int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx$	23.	$\int \frac{\sin x}{1-\sin x} dx$
4.	$\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$	24.	$\int \frac{1+\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{tg} x} dx$
5.	$\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{2+\sin^4 x}}$	25.	$\int \sin \omega x \cdot \sin(\omega x + \omega_0) dx$
6.	$\int \frac{dx}{x^2 \cdot e^{1/x}}$	26.	$\int \cos^4 x dx$
7.	$\int \operatorname{tg} \sqrt{x} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x}}$	27.	$\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$
8.	$\int x \cdot \operatorname{ctg}(x^2 + 1) dx$	28.	$\int \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{(2+x^3)^5}}$
9.	$\int \frac{e^x dx}{e^x - 1}$	29.	$\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx$
10.	$\int \frac{x^2}{x^3 + 1} \cdot \ln(x^3 + 1) dx$	30.	$\int \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} dx$
11.	$\int x \cdot \sin x \cdot \cos x dx$	31.	$\int (1 - \sqrt[3]{2x}) \cdot (\sqrt{2x})^{-1} dx$
12.	$\int x \cdot e^{-x} dx$	32.	$\int (e^{2x} + e^x - 2)^{-1} dx$
13.	$\int \arcsin^2 x dx$	33.	$\int \sin^{-3} x dx$
14.	$\int e^{-x} \cdot \sin^2 x dx$	34.	$\int x \cdot \cos^{-2} x dx$
15.	$\int \frac{(3x+5) dx}{x^2 + 2x + 2}$	35.	$\int \frac{\sqrt{x+1} + 2}{(x+1)^2 - \sqrt{x+1}} dx$
16.	$\int \frac{8x-11}{\sqrt{5+2x-x^2}} dx$	36.	$\int \frac{1+\ln x}{x\sqrt{3-\ln^2 x}} dx$
17.	$\int e^{2x} (e^x - 1)^{-1/5} dx$	37.	$\int x^7 (1+3x^4)^{-1/2} dx$
18.	$\int (x^3 + 1)^{-1} dx$	38.	$\int \sin^5 x \cdot \cos^{-2} x dx$
19.	$\int \frac{5x^2 + 6x + 9}{(x+1)^2 (x-3)^2} dx$	39.	$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4-x^2}}$
20.	$\int \frac{(x^4 + 1) dx}{x^3 - x^2 + x - 1}$	40.	$\int (1-x) \cdot \cos^2(1-x)^2 dx$

Вариант № 17

1.	$\int \frac{\sqrt[3]{1+\ln x}}{x} dx$	21.	$\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$
2.	$\int x \cdot e^{-x^2} dx$	22.	$\int \sin 10x \cdot \sin 15x dx$
3.	$\int \frac{dx}{\sqrt{e^x}}$	23.	$\int \frac{dx}{1+3\cos^2 x} dx$
4.	$\int a^{\sin x} \cdot \cos x dx$	24.	$\int \sin^4 \frac{x}{2} dx$
5.	$\int \operatorname{ctg}^2 ax dx$	25.	$\int \frac{\sin^5 x}{\cos x} dx$
6.	$\int \operatorname{tg} \sqrt{x-1} \frac{dx}{\sqrt{x-1}}$	26.	$\int \cos^5 x dx$
7.	$\int x \cdot 10^{1-x^2} dx$	27.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2+1}}$
8.	$\int \frac{2^x dx}{1-4^x}$	28.	$\int \frac{3-4x}{(1-2\sqrt{x})^2} dx$
9.	$\int \frac{dx}{(a+b)+(a-b)x^2}$	29.	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}}$
10.	$\int \operatorname{tg}^3 \frac{x}{3} \cdot \sec^2 \frac{x}{3} dx$	30.	$\int x^3 \cdot (1+2x^2)^{-3/2} dx$
11.	$\int x^2 \cdot \sin 3x dx$	31.	$\int (1-\sin x) \cdot \sec x dx$
12.	$\int x \cdot \operatorname{tg}^2 2x dx$	32.	$\int \sqrt{a^2+x^2} dx$
13.	$\int e^{\sqrt{x}} dx$	33.	$\int x \cdot \sin^2 x^2 dx$
14.	$\int e^{-x} \cdot \sin \frac{x}{2} dx$	34.	$\int e^{-x^2} dx$
15.	$\int \frac{x^2 dx}{x^2-6x+10}$	35.	$\int \frac{x}{\sqrt[3]{ax+b}} dx$
16.	$\int \frac{2x-8}{\sqrt{1-x-x^2}} dx$	36.	$\int \sqrt{e^x+1} dx$
17.	$\int \frac{dx}{e^{2x}-e^x}$	37.	$\int \frac{dx}{\sqrt{\sin x \cdot \cos^5 x}}$
18.	$\int \frac{dx}{x \cdot (x+1)^2} dx$	38.	$\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1+e^x+e^{2x}}}$
19.	$\int \frac{x^4}{x^4-1} dx$	39.	$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4-x^2}}$
20.	$\int \frac{2x^2+41x-91}{(x-1)(x^2-x-12)} dx$	40.	$\int \frac{5x^3+2}{x^3-5x^2+4x} dx$



Вариант № 18

1.	$\int \frac{dx}{7-5x^2}$	21.	$\int \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} dx$
2.	$\int x \cdot e^{-x^2-1} dx$	22.	$\int \sin^4 x dx$
3.	$\int \frac{x - \sqrt{\operatorname{arctg} 2x}}{1+4x^2} dx$	23.	$\int \frac{dx}{3+5 \cos x}$
4.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6-1}}$	24.	$\int \frac{\cos 2x}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx$
5.	$\int \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 4} dx$	25.	$\int \sin \frac{x}{3} \cdot \cos \frac{2x}{3} dx$
6.	$\int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2) \ln(x + \sqrt{1+x^2})}}$	26.	$\int \cos^3 x dx$
7.	$\int \frac{\sqrt{x} + \ln x}{x} dx$	27.	$\int \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx$
8.	$\int \frac{(a^x - b^x)^2}{a^x b^x} dx$	28.	$\int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}}$
9.	$\int \frac{x dx}{\sqrt{a^4 - x^4}}$	29.	$\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{1+x^5}}$
10.	$\int \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} dx$	30.	$\int \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{9+x^2}}$
11.	$\int \sqrt{1-x^2} dx$	31.	$\int (1+x^2)^{-2} dx$
12.	$\int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx$	32.	$\int \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{x^3} dx$
13.	$\int x \cdot \sin 2x dx$	33.	$\int \operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) dx$
14.	$\int e^{-x} \cdot \sin 2x dx$	34.	$\int (2 + 3 \cos^2 x)^{-1} dx$
15.	$\int \frac{x dx}{x^2 - 7x + 13}$	35.	$\int \frac{\sin x}{5 - 2 \cos^2 x} dx$
16.	$\int \frac{dx}{\sqrt{5x^2 - 2x + 1}} dx$	36.	$\int \frac{e^x(3-e^x)}{1+e^{2x}} dx$
17.	$\int e^{2x} (e^x + 1)^{-1/3} dx$	37.	$\int \operatorname{cthx} dx$
18.	$\int x^3 (4x^3 + x)^{-1} dx$	38.	$\int \cos 2x \cdot (2 - 3 \sin 2x)^{-1} x dx$
19.	$\int \frac{dx}{(x+1)^2 (x^2 + 5x + 6)}$	39.	$\int \frac{dx}{2^x - 1}$
20.	$\int \frac{x^2 - 5x + 9}{x^2 - 5x + 6} dx$	40.	$\int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{4-x^2}}$

Вариант № 19

1.	$\int \frac{\sqrt[3]{1+\ln x}}{x} dx$	21.	$\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$
2.	$\int x \cdot e^{-x^2} dx$	22.	$\int \sin 10x \cdot \sin 15x dx$
3.	$\int \frac{dx}{\sqrt{e^x}}$	23.	$\int \frac{dx}{1+3\cos^2 x} dx$
4.	$\int a^{\sin x} \cdot \cos x dx$	24.	$\int \sin^4 \frac{x}{2} dx$
5.	$\int ctg^2 ax dx$	25.	$\int \frac{\sin^5 x}{\cos x} dx$
6.	$\int tg \sqrt{x-1} \frac{dx}{\sqrt{x-1}}$	26.	$\int \cos^5 x dx$
7.	$\int x \cdot 10^{1-x^2} dx$	27.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2+1}}$
8.	$\int \frac{2^x dx}{1-4^x}$	28.	$\int \frac{3-4x}{(1-2\sqrt{x})^2} dx$
9.	$\int \frac{dx}{(a+b)+(a-b)x^2}$	29.	$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}}$
10.	$\int tg^3 \frac{x}{3} \cdot \sec^2 \frac{x}{3} dx$	30.	$\int x^3 \cdot (1+2x^2)^{-3/2} dx$
11.	$\int x^2 \cdot \sin 3x dx$	31.	$\int (1-\sin x) \cdot \sec x dx$
12.	$\int x \cdot tg^2 2x dx$	32.	$\int \sqrt{a^2+x^2} dx$
13.	$\int e^{\sqrt{x}} dx$	33.	$\int x \cdot \sin^2 x^2 dx$
14.	$\int e^{-x} \cdot \sin \frac{x}{2} dx$	34.	$\int e^{-x^2} dx$
15.	$\int \frac{x^2 dx}{x^2-6x+10}$	35.	$\int \frac{x}{\sqrt[3]{ax+b}} dx$
16.	$\int \frac{2x-8}{\sqrt{1-x-x^2}} dx$	36.	$\int \sqrt{e^x+1} dx$
17.	$\int \frac{dx}{e^{2x}-e^x}$	37.	$\int \frac{dx}{\sqrt{\sin x \cdot \cos^5 x}}$
18.	$\int \frac{dx}{x \cdot (x+1)^2}$	38.	$\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1+e^x+e^{2x}}}$
19.	$\int \frac{x^4}{x^4-1} dx$	39.	$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4-x^2}}$
20.	$\int \frac{2x^2+41x-91}{(x-1)(x^2-x-12)} dx$	40.	$\int \frac{5x^3+2}{x^3-5x^2+4x} dx$

Вариант № 20

1.	$\int \frac{dx}{(\arcsin x)^2 \sqrt{1-x^2}}$	21.	$\int \cos 3x \cdot \cos 7x dx$
2.	$\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\sin^2 x}} dx$	22.	$\int \cos^6 x dx$
3.	$\int \frac{x dx}{\sqrt{3-x^4}}$	23.	$\int \operatorname{tg}^5 \frac{x}{2} dx$
4.	$\int \frac{x^2 dx}{1+x^6}$	24.	$\int \frac{dx}{1+3\sin^2 x}$
5.	$\int \frac{e^{\operatorname{ctg} 2x}}{\sin^2 2x} dx$	25.	$\int \frac{1-\sin x}{1+\sin x} dx$
6.	$\int \sin(3-2x) dx$	26.	$\int \cos^3 x \cdot (\sin^2 x + \sin x)^{-1} dx$
7.	$\int \frac{dx}{x \ln x}$	27.	$\int \frac{x dx}{\sqrt{x+3} - \sqrt{x+4}}$
8.	$\int \cos^2 3x dx$	28.	$\int \frac{\sqrt[8]{x+2}}{\sqrt[8]{x^5} + \sqrt[8]{x^3}} dx$
9.	$\int a^{1/x} x^{-2} dx$	29.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^2}}$
10.	$\int \cos(\ln x) \frac{dx}{x}$	30.	$\int x^{-3} \cdot (1+x^3)^{-4/3} dx$
11.	$\int x^3 \cdot e^x dx$	31.	$\int \frac{dx}{e^x \sqrt{1-e^{-2x}}}$
12.	$\int \ln(x^2+1) dx$	32.	$\int x^5 \cdot (x^3+1)^{-1} dx$
13.	$\int e^{2x} \cdot \cos 3x dx$	33.	$\int (1-x^2)^{-3/2} dx$
14.	$\int \frac{x dx}{\cos^2 2x}$	34.	$\int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
15.	$\int \frac{(3x-1) dx}{\sqrt{x^2+2x+2}}$	35.	$\int \frac{e^x}{e^{2x}+4e^x-5} dx$
16.	$\int \frac{x-4}{x^2-4x+2} dx$	36.	$\int x \cdot \sqrt{x^2+1} dx$
17.	$\int \frac{e^x dx}{e^{-x}+e^x}$	37.	$\int \frac{\cos x dx}{(1-\sin x)^4}$
18.	$\int \frac{x dx}{(x-1)^2(x+2)}$	38.	$\int \frac{\sin x dx}{1-\sin x}$
19.	$\int x^4 (x^4-16)^{-1} dx$	39.	$\int x^x (1+\ln x) dx$
20.	$\int \frac{x}{(x-1)(x+3)(x+5)} dx$	40.	$\int \frac{dx}{\sin^5 x}$

Вариант № 21

1.	$\int (\cos x + 2)^{21} \cdot \sin x dx$	21.	$\int \sqrt{\operatorname{tg} x} dx$
2.	$\int \frac{dx}{x \cdot (5 - \ln x)}$	22.	$\int \sin 5x \cdot \sin x dx$
3.	$\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{\sin^2 x + 3}}$	23.	$\int \sin^4 x dx$
4.	$\int x \cdot e^{-x^2} dx$	24.	$\int \frac{dx}{8 - 4 \sin x + 7 \cos x}$
5.	$\int \frac{3^x}{1 + 3^{2x}} dx$	25.	$\int \frac{1}{1 - \cos^4 x} dx$
6.	$\int \sin x \cdot 2^{-\cos x} dx$	26.	$\int \cos^5 x dx$
7.	$\int \frac{dx}{\sqrt{4 - 9x^2}}$	27.	$\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{x+1} + \sqrt{x+1}}$
8.	$\int e^{\frac{1}{\sqrt{x}}} \frac{dx}{\sqrt{x^3}}$	28.	$\int \frac{1}{x} \cdot \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}} dx$
9.	$\int \frac{\cos \sqrt{x} dx}{\sqrt{x}}$	29.	$\int \sqrt{x^2 - 9} dx$
10.	$\int (\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)^2 dx$	30.	$\int x^{-1} \cdot (1 + \sqrt[3]{x})^{-3} dx$
11.	$\int x \cdot \sin 3x dx$	31.	$\int \frac{(x+1) dx}{\sqrt{1-4x^2}}$
12.	$\int \ln x dx$	32.	$\int x^5 \cdot (x^3 + 1)^{-1} dx$
13.	$\int x^2 \cdot e^{2x} dx$	33.	$\int (1+x^2)^{-3/2} dx$
14.	$\int e^x \cdot \cos x dx$	34.	$\int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
15.	$\int \frac{(x+1) dx}{\sqrt{1-x-x^2}}$	35.	$\int \frac{e^x}{e^{2x} + 4e^x + 5} dx$
16.	$\int \frac{3x-1}{x^2 - x + 1} dx$	36.	$\int x \cdot \sin x \cdot \cos x dx$
17.	$\int \sqrt{e^x - 1} dx$	37.	$\int \frac{dx}{\operatorname{sh}^2 x \cdot \operatorname{ch}^2 x}$
18.	$\int \frac{dx}{x^3(x-1)}$	38.	$\int x \cdot \ln(1+x^2) dx$
19.	$\int \frac{dx}{(x^2+2)(x-1)}$	39.	$\int \frac{x^2 \operatorname{arctg} x dx}{1+x^2}$
20.	$\int \frac{5x^3 + 9x^2 - 22x - 8}{x^3 - 4x} dx$	40.	$\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{2x-3}}$

Вариант № 22

1.	$\int (tgx + 4)^{12} \cdot \cos^{-2} x dx$	21.	$\int \sin 2x \cdot \sin 4x dx$
2.	$\int \frac{e^{\arcsin x} dx}{\sqrt{1-x^2}}$	22.	$\int \cos^3 x \cdot \sin^2 x dx$
3.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6 - 2}}$	23.	$\int \frac{dx}{\sin^3 x}$
4.	$\int \sin(4x + 5) dx$	24.	$\int \cos^4 x dx$
5.	$\int ctg(4x + 1) dx$	25.	$\int tg^5 x dx$
6.	$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1+x^8}}$	26.	$\int \frac{dx}{3 \cos^2 x + 4 \sin^2 x}$
7.	$\int \frac{x^9 - x^4}{x^{10} + 9} dx$	27.	$\int \frac{dx}{x(\sqrt{x} - \sqrt[3]{x^2})}$
8.	$\int x^{-1/2} \cdot \cos^{-2} \frac{\sqrt{x}}{2} dx$	28.	$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{9-x^2}}$
9.	$\int \frac{(x+1) dx}{\sqrt{4-9x^2}}$	29.	$\int x^{-1/2} (1+x^{1/3})^{-1} dx$
10.	$\int \frac{tgx dx}{\ln \cos x}$	30.	$\int \sqrt{1-x^2} dx$
11.	$\int e^{\sqrt{x}} dx$	31.	$\int th^4 x dx$
12.	$\int x \cdot \operatorname{arctg} x dx$	32.	$\int (\sqrt{x} - \sqrt[3]{x})^{-1} dx$
13.	$\int \cos(\ln x) dx$	33.	$\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx$
14.	$\int x^2 \cdot \ln x dx$	34.	$\int \frac{\sin^2(\ln x)}{x} dx$
15.	$\int \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}}$	35.	$\int x(1+2x^2) \operatorname{arctg} x dx$
16.	$\int \frac{x}{29-10x-x^2} dx$	36.	$\int \frac{a^2 + \sqrt{a^2 + b^2 x^2}}{a^2 + b^2 x^2} dx$
17.	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$	37.	$\int \frac{\arcsin e^x}{e^x} dx$
18.	$\int \frac{(3x+2) dx}{x(x+1)^3}$	38.	$\int \sqrt{1 + \sin x} dx$
19.	$\int \frac{2x^3 - 3x + 1}{x^3 + 1} dx$	39.	$\int \frac{x dx}{ch^2(1+x^2)}$
20.	$\int \frac{dx}{(x-1)(x-2)(x-3)}$	40.	$\int \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3} dx$

Вариант № 23

1.	$\int (\operatorname{ctgx} - 10)^3 \cdot \sin^{-2} x \, dx$	21.	$\int \cos x \cdot \sin 7x \, dx$
2.	$\int \cos(\ln x) \frac{dx}{x}$	22.	$\int \cos^3 x \cdot \sin^2 x \, dx$
3.	$\int \frac{x^5 \, dx}{7x^{12} + 2}$	23.	$\int \frac{\sin x + \cos x}{3 + \sin x} \, dx$
4.	$\int \sin(2 - 7x) \, dx$	24.	$\int (\cos^4 x + \sin^4 x)^{-1} \, dx$
5.	$\int e^x \cdot \operatorname{tg} e^x \, dx$	25.	$\int \operatorname{ctg}^4 x \, dx$
6.	$\int \frac{dx}{2 - 5x}$	26.	$\int \frac{dx}{\sin^3 x}$
7.	$\int \frac{x}{x^4 - 1} \, dx$	27.	$\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[4]{x}}$
8.	$\int \frac{\cos x \, dx}{\sqrt[3]{3 \sin^5 x}}$	28.	$\int \sqrt{\frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}} \, dx$
9.	$\int \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{2 - x^6}}$	29.	$\int \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{16 - x^2}}$
10.	$\int \cos x \cdot 3^{\sin x} \, dx$	30.	$\int x^2 \cdot \sqrt[3]{4 - x^3} \, dx$
11.	$\int x \cdot e^{2x} \, dx$	31.	$\int \sqrt{4 + x^2} \, dx$
12.	$\int \operatorname{arctg} x \, dx$	32.	$\int x^5 \cdot \sqrt[3]{1 + x^3} \, dx$
13.	$\int x^2 \ln x \, dx$	33.	$\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 1} \, dx$
14.	$\int e^x \cdot \sin x \, dx$	34.	$\int \frac{(a^x - b^x)^2}{a^x b^x} \, dx$
15.	$\int \frac{e^x \cdot \sqrt{e^x + 2}}{e^x - 3} \, dx$	35.	$\int \frac{x}{1 + \cos x} \, dx$
16.	$\int \frac{(2x - 1)}{1 - 6x - x^2} \, dx$	36.	$\int \frac{dx}{2 + \cos x}$
17.	$\int \frac{dx}{\sqrt{5 - 4x - x^2}}$	37.	$\int \left(3 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}\right) \cdot \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 1}}$
18.	$\int \frac{x^2 \, dx}{(x + 2)^2 (x - 4)^2}$	38.	$\int \sqrt{2 + \operatorname{ch} x} \operatorname{sh} x \, dx$
19.	$\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 + 4x} \, dx$	39.	$\int \frac{dx}{\sin \frac{\sqrt{x}}{2}}$
20.	$\int \frac{x^3 - 2x + 2}{(x - 1)^2 (x + 2)^2} \, dx$	40.	$\int \operatorname{ch}^4 x \, dx$

Вариант № 24

1.	$\int \frac{\sqrt{1-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$	21.	$\int \sin 5x \cdot \sin 9x dx$
2.	$\int \frac{dx}{\cos^2 x (1+3tgx)}$	22.	$\int \frac{dx}{1+\sin x}$
3.	$\int \frac{e^{2x}+2}{e^x} dx$	23.	$\int \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2}$
4.	$\int \cos \frac{2}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}$	24.	$\int \frac{dx}{4+tgx}$
5.	$\int tg \sqrt{x} \frac{dx}{\sqrt{x}}$	25.	$\int \frac{dx}{\sin^3 x \cdot \cos x}$
6.	$\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2+3}}$	26.	$\int \cos^5 3x dx$
7.	$\int \frac{x-1}{\sqrt{7-9x^2}} dx$	27.	$\int \frac{\sqrt{x+2} dx}{1+\sqrt[3]{x+2}}$
8.	$\int \frac{e^{3x} dx}{1+e^{6x}}$	28.	$\int \frac{dx}{2x+\sqrt[3]{x^2}}$
9.	$\int (2x+1)(4x^2-1)^{-1} dx$	29.	$\int x^{-1/3} (1-x^{2/3})^{1/2} dx$
10.	$\int x \cdot 8^{2-3x^2} dx$	30.	$\int (1+x^2)^{-5/2} dx$
11.	$\int x \cdot \ln(x+1) dx$	31.	$\int thax dx$
12.	$\int x^3 \cdot \sin(x^2) dx$	32.	$\int \frac{x^2 dx}{\cos(x^3)}$
13.	$\int \arcsin 5x dx$	33.	$\int \frac{x e^{\sqrt{x^2-1}}}{\sqrt{x^2-1}} dx$
14.	$\int e^{5x} \cdot \cos 2x dx$	34.	$\int \frac{(1+\cos 2x)^3}{\cos 2x} dx$
15.	$\int \frac{x dx}{4+6x-9x^2}$	35.	$\int sh^2 x \cdot ch^2 x dx$
16.	$\int \frac{(x+2)}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx$	36.	$\int x \cdot e^{2x} dx$
17.	$\int (e^x+1)^{-2} dx$	37.	$\int x \cdot e^{-x^2} dx$
18.	$\int \frac{x^5 dx}{x^4-1}$	38.	$\int \frac{2-\sqrt[3]{tgx}}{\cos^2 x} dx$
19.	$\int \frac{dx}{x^3+x^2+x+1}$	39.	$\int \frac{1}{(1+x)^2} \cdot \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx$
20.	$\int \frac{x dx}{(x-1)(x+2)^2}$	40.	$\int \frac{\ln x dx}{x \cdot \sqrt{6+4 \ln x - \ln^2 x}}$

Вариант № 25

1.	$\int \sin^3 5x \cdot \cos 5x dx$	21.	$\int \cos 5x \cdot \cos 3x dx$
2.	$\int (\sin x - \cos x)^2 dx$	22.	$\int \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} dx$
3.	$\int \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} dx$	23.	$\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$
4.	$\int \frac{2x + 3}{x^2 - 5} dx$	24.	$\int \frac{dx}{\operatorname{ctg}^5 x}$
5.	$\int (1 - e^x)^2 dx$	25.	$\int \cos^5 3x dx$
6.	$\int x \sin(1 - x^2) dx$	26.	$\int \sin^4 x dx$
7.	$\int a^{x^2} e^{x^2} x dx$	27.	$\int \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} + 1} dx$
8.	$\int \frac{dx}{(1 + x^2) \operatorname{arctg} x}$	28.	$\int x^{-4} (1 + x^2)^{-1/2} dx$
9.	$\int \frac{2^x dx}{\sqrt{4^x - 1}}$	29.	$\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{ax + b}}$
10.	$\int e^{2/x} \cdot \frac{dx}{x^2}$	30.	$\int \sqrt{1 - x^2} dx$
11.	$\int \sin(\ln x) dx$	31.	$\int \frac{dx}{\sqrt{(x^2 + 4)^3}}$
12.	$\int \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) dx$	32.	$\int \sqrt{e^x + 1} dx$
13.	$\int x^2 \cdot \operatorname{arctg} x dx$	33.	$\int \frac{dx}{\sin x \cdot \cos^5 x}$
14.	$\int e^x \cdot \cos x dx$	34.	$\int \operatorname{ch}^2 3x dx$
15.	$\int \frac{(3x - 2) dx}{\sqrt{4x^2 - 4x + 5}}$	35.	$\int \frac{\ln(1 + x + x^2)}{(1 + x)^2} dx$
16.	$\int \frac{x}{2 - 2x - x^2} dx$	36.	$\int x^x \cdot (1 + \ln x) dx$
17.	$\int \frac{e^x (1 - e^x)}{3 + e^{2x}} dx$	37.	$\int \frac{dx}{\operatorname{sh}^2 x + \operatorname{ch}^2 x}$
18.	$\int \frac{(2x + 3) dx}{x^3 + x^2 - 2x}$	38.	$\int e^{\operatorname{arcsin} x} dx$
19.	$\int \frac{(x^2 - x) dx}{(x + 3)^5}$	39.	$\int e^{x^2 + \ln x} dx$
20.	$\int \frac{x^5 dx}{x^3 + 4x}$	40.	$\int \frac{(\operatorname{tg} x + 1) \cdot \sec^2 x dx}{5 + 2\operatorname{tg}^2 x}$



# НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Методические указания и контрольные задания

Составители: Людмила Афанасьевна Беломестных  
Надежда Федосеевна Пестова  
Владимир Александрович Пилипенко  
Сергей Дмитриевич Заверткин

Подписано к печати  
Формат 60×84/16. Бумага офсетная  
Печать .RISO. Усл. печ.л.           , Усл.-изд.л.  
Тираж 300 экз. Заказ  
Изд-вщ ТПУ. 634050, Томск, пр. Ленина, 30.