

«УТВЕРЖДАЮ»
Директор ИДО
_____ С.И.Качин
«____» _____ 2010 г.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Часть 1

Рабочая программа, методические указания
и контрольные задания № 1 и № 2 для студентов
специальностей 140601, 140604, 140203, 140211, 140205
Института дистанционного образования

Составители П.Н.Бычков, С.В.Пустынников, Р.Н.Сметанина

| Специальности | 140601, 140604, | | 140203, 140211 | |
|-------------------------------|-----------------|---------|----------------|---------|
| | 140610 | | 140205 | |
| Семестр | 4 | 5 | 4 | 5 |
| Лекции, часов | 4 | 12 | 4 | 10 |
| Практические занятия, часов | 2 | 12 | 2 | 12 |
| Лабораторные занятия, часов | | 10 | | 12 |
| Курсовая работа, часов | | – | | 4 |
| Контрольная работа | | 1, 2 | | – |
| Самостоятельная работа, часов | | 66 | | 35 |
| Формы контроля | | Экзамен | | Экзамен |

УДК 621.3.01/09

Теоретические основы электротехники. Часть 1: Раб. программа, метод. указ. и контр. задания № 1, № 2 для студентов спец. 140601, 140604, 140203, 140211, 140205 ИДО/ Сост. С.В. Пустынников, Р.Н. Сметанина.– Томск: Изд. ТПУ, 2010. – 40 с.

Рабочая программа, методические указания и контрольные задания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром кафедры теоретических основ электротехники «_____» _____ 2009 г, протокол № _____.

Зав. кафедрой, доцент, к.т.н. _____ А.В.Лукутин

Аннотация

Рабочая программа, методические указания и контрольные задания по дисциплине «Теоретические основы электротехники. Часть 1» предназначена для студентов специальностей 140601, 140604, 140203, 140211, 140205 ИДО. Первая часть данной дисциплины изучается в пятом семестре. Данная дисциплина изучается три семестра.

Приведен перечень основных тем дисциплины, указаны перечень лабораторных работ и темы практических занятий для пятого семестра. Приведены варианты заданий для контрольных работ и курсовой работы. Даны методические указания по выполнению контрольных работ и курсовой работы.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Курс «Теоретические основы электротехники» предполагает ознакомление студентов с основами теории линейных и нелинейных электрических цепей с сосредоточенными и распределенными параметрами, теории электромагнитного поля, освоение ими основных методов расчета установившихся и переходных процессов в электрических цепях, а также методов расчета электрических и магнитных полей.

Существенная часть курса посвящена методам расчета линейных электрических цепей с сосредоточенными параметрами в установившемся режиме при воздействии постоянного и синусоидального сигналов. Студенты получают представление и практические навыки в использовании методов, основанных на составлении и решении узловых и контурных уравнений цепи, их алгебраизации. Для расчета линейных цепей, на которые воздействуют несинусоидальные периодические сигналы, применяются методы гармонического анализа. Предусмотрено знакомство студентов с принципами построения и применением многофазных систем.

Часть курса, посвященная изучению нелинейных электрических и магнитных цепей, включает в себя общее знакомство с такими цепями и методами их расчета (преимущественно графическими). Расчет переходных процессов в линейных электрических цепях рассматривается как важнейшая часть всего курса. Студенты освоят классический, операторный методы расчета, а также метод, основанный на применении интеграла Дюамеля.

В заключение курса предусмотрено знакомство студентов с теорией цепей с распределенными параметрами, а также с теорией и методами расчета электрического и магнитного полей. Весь курс разбит на три части, изучаемые в пятом, шестом и седьмом семестрах соответственно. Для закрепления практических навыков студентам будут предложены контрольные работы по основным разделам курса, а также лабораторный практикум.

Целью преподавания теоретических основ электротехники является ознакомление студентов с основополагающими законами теории электрических и магнитных цепей, электрического и магнитного полей, развитие у студентов умения и навыков расчетного и экспериментального исследования линейных и нелинейных цепей при воздействии на них различного рода сигналов в установившемся и переходном режимах, стационарных электрического и магнитного полей.

Задачи изучения дисциплины включают освоение студентами наиболее общих аналитических и графических методов расчета установившихся и переходных режимов в простых линейных электрических цепях, установившихся режимов в простых нелинейных электрических и магнитных цепях, методов расчета стационарного электрического и магнитного полей. В процессе изучения курса студенты должны ознакомиться и приобрести навыки обращения с реальными элементами электрических цепей: постоянными и

переменными резисторами, катушками индуктивности, конденсаторами, различного рода источниками питания и электроизмерительными приборами. В результате изучения курса студенты должны научиться составлять схемы замещения простых линейных и нелинейных цепей, рассчитывать их с применением мотивированно выбранных методов расчета, экспериментально исследовать такие цепи с использованием правильно выбранных ими же электроизмерительных приборов.

2. СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ

В пятом семестре изучается первая часть курса, включающая следующие модули:

- Общие положения теории электрических цепей.
- Методы анализа и расчета линейных электрических цепей в установившемся режиме при воздействии на них постоянного и синусоидального сигналов.
 - Воздействие на линейные электрические цепи несинусоидальных периодических сигналов.
 - Трехфазные цепи.
 - Четырехполюсники

2.1. Общие положения теории электрических цепей

2.1.1. Предмет курса «Теоретические основы электротехники», его место в подготовке и связь с практическими потребностями инженеров электротехнических специальностей.

2.1.2. Понятие электрической цепи. Физические явления в электрических цепях. Научные абстракции и допущения, принятые в теории цепей. Схема электрической цепи и ее элементы. Источники и потребители электрической энергии, их схемы замещения. Независимые и зависимые (управляемые) источники.

2.1.3. Положительные направления тока и напряжения. Топологические свойства схем электрических цепей, граф цепи и его элементы (узел, сечение, контур). Законы Кирхгофа для узлов, сечений, контуров. Уравнения равновесия для мгновенных значений. Принципы взаимности, наложения, компенсации. Линейность соотношений между напряжениями и токами. Теорема об эквивалентном генераторе.

2.1.4. Постоянный и синусоидальный токи в резистивном, индуктивном и емкостном элементах и в цепях с их последовательным и параллельным соединением. Мгновенное, амплитудное, действующее и среднее значения синусоидальных ЭДС, напряжений и токов. Изображение синусоидальных функций времени комплексными числами. Символический метод расчета цепей с синусоидальными сигналами.

2.1.5. Потенциальные и векторные диаграммы.

2.2. Методы анализа и расчета линейных электрических цепей в установившемся режиме при воздействии на них постоянного и синусоидального сигналов

2.2.1. Эквивалентные преобразования в схемах. Узловые и контурные уравнения схемы. Расчет схем сложных электрических цепей с одним или несколькими источниками ЭДС и (или) тока. Пассивные и активные двухполюсники.

2.2.2. Расчет схем методами контурных токов, узловых потенциалов, наложения.

2.2.3. Мощность в цепи синусоидального тока. Мгновенная и средняя мощность. Понятие реактивной и полной мощности. Баланс мощностей в цепях при воздействии постоянного и синусоидального сигналов.

2.2.4. Резонансные режимы в последовательном и параллельном контурах. Частотные и резонансные характеристики цепей. Добротность контура, коэффициент передачи. Применение резонанса в электронике и силовой электротехнике.

2.2.5. Понятие взаимной индуктивности, расчет схем с индуктивно связанными элементами, развязка индуктивной связи. Воздушный трансформатор: уравнения, схемы, диаграммы. Совершенный и идеальный трансформатор.

2.3. Воздействие на линейные электрические цепи несинусоидальных периодических сигналов

2.3.1. Понятие несинусоидальных периодических сигналов. Причины возникновения несинусоидальной реакции на гармоническое воздействие.

2.3.2. Действующее значение несинусоидального периодического тока и напряжения. Коэффициенты, характеризующие несинусоидальный периодический сигнал.

2.3.3. Разложение несинусоидальной периодической функции в ряд Фурье. Применение метода наложения для расчета линейных схем с несинусоидальными периодическими сигналами.

2.3.4. Мощность в цепях с несинусоидальными сигналами. Баланс мощности.

2.4. Трехфазные цепи

2.4.1. Понятие многофазной системы. Симметричные и несимметричные трехфазные системы. Схемы соединения генератора и нагрузки: звезда, треугольник, зигзаг.

2.4.2. Расчет симметричной трехфазной цепи. Фазовый оператор. Расчет несимметричной трехфазной цепи. Трехфазные цепи с нулевым проводом и с изолированной нейтралью. Векторные диаграммы.

2.4.3. Мощность в трехфазной цепи. Измерение мощности.

2.4.4. Получение и использование вращающегося магнитного поля.

2.4.5. Динамические режимы трехфазной цепи. Метод симметричных составляющих.

2.5. Четырехполюсники

2.5.1. Понятие о многополюсниках. Четырехполюсники. Активные (автономные и неавтономные) и пассивные четырехполюсники. Обратимые и необратимые, симметричные и несимметричные четырехполюсники. Основные уравнения четырехполюсников. Формы записи основных уравнений четырехполюсников. Схемы замещения. Связь коэффициентов уравнений четырехполюсника и параметров схемы замещения. Согласованный режим. Характеристические сопротивления и мера передачи четырехполюсников.

3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Тематика практических занятий

3.1.1. Методы расчета электрических схем при воздействии на них постоянных и гармонических сигналов. Символический метод расчета цепей с синусоидальными сигналами. – 2 часа.

3.1.2. Эквивалентные преобразования в схемах. Методы расчета электрических схем. Метод эквивалентного генератора. Метод контурных токов – 2 часа.

3.1.3. Методы расчета электрических схем. Метод узловых потенциалов, метод наложения. Потенциальные и векторные диаграммы – 2 часа.

3.1.4. Мощность в цепи синусоидального тока. Реактивная и полная мощности. Баланс мощности в цепях при воздействии постоянного и синусоидального сигналов – 2 часа.

3.1.5. Резонансные режимы в последовательном и параллельном контурах. Частотные и резонансные характеристики цепей. Добротность контура, коэффициент передачи – 2 часа.

3.1.6. Взаимная индуктивность, расчет схем с индуктивно связанными элементами, развязка индуктивной связи – 2 часа.

3.1.7. Действующее значение несинусоидального периодического сигнала. Коэффициенты, характеризующие несинусоидальный периодический сигнал – 2 часа.

3.1.8. Методы разложения несинусоидальной периодической функции в ряд Фурье. Расчет линейных схем с несинусоидальными периодическими сигналами. Мощность в цепях с несинусоидальными сигналами. Баланс мощности – 2 часа.

3.1.9. Расчет симметричной трехфазной цепи. Фазовый оператор. Расчет несимметричной трехфазной цепи. Трехфазные цепи с нулевым

проводом и с изолированной нейтралью. Векторные диаграммы. Мощность в трехфазной цепи. Измерение мощности – 2 часа.

3.1.10. Активные и пассивные четырехполосники. Обратимые и симметричные четырехполосники. Основные уравнения четырехполосников. Формы записи основных уравнений четырехполосников. Схемы замещения. Выражение коэффициентов уравнений четырехполосника через параметры схемы замещения. Согласованный режим. Характеристическое сопротивление и коэффициент передачи четырехполосников – 2 часа.

3.2. Перечень лабораторных работ

3.2.1. Исследование линейной разветвленной цепи постоянного тока – 2 часа.

3.2.2. Исследование активного двухполосника – 2 часа.

3.2.3. Конденсатор и катушка индуктивности в цепи синусоидального тока – 2 часа.

3.2.4. Исследование воздушного трансформатора – 2 часа.

3.2.5. Исследование резонанса напряжений – 2 часа.

3.2.6. Исследование трехфазной цепи, соединенной звездой – 2 часа.

Одно двухчасовое занятие предусмотрено в качестве вводного, на нем студенты знакомятся с правилами техники безопасности при прохождении лабораторного практикума, правилами прохождения практикума, требованиями к студентам при его прохождении. Методические указания к лабораторному практикуму приведены в [6].

4. КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

4.1. Общие методические указания

Специальности 140203, 140211, 140205, 140601, 140604 выполняют контрольные задания № 1 и № 2.

К представленным на рецензию контрольным заданиям предъявляются следующие требования:

1. Задания могут быть выполнены в ученических тетрадях или на чистых листах бумаги четвертого формата, обязательно сшитых.

2. Основные действия при выполнении задания должны сопровождаться достаточно подробными пояснениями.

3. Рисунки, графики, схемы, в том числе и заданные условием задачи, должны быть выполнены на отдельном листе бумаги (странице) аккуратно и в удобном для чтения масштабе.

4. В задании следует оставлять поля шириной не меньше 4 см для замечаний рецензента.

5. Вычисления должны быть выполнены с точностью до третьей значащей цифры.

6. Задание должно быть подписано студентом и указана дата.

7. Варианты схем и их параметры выбираются из табл. по номеру шифра k . Если он больше 25, берут вариант $(k - 25)$.

Незначительные контрольные задания должны быть исправлены и сданы на повторную рецензию вместе с первоначальным вариантом работы и замечаниями рецензента. Исправление ошибок в отрецензированном тексте не допускается. Все исправления должны быть выполнены под заголовком «Исправление ошибок».

При изучении курса «Теоретические основы электротехники» (ТОЭ) и выполнении контрольных заданий рекомендуются учебники и учебные пособия, выпущенные в последние годы, так как в старых изданиях изложение ряда новых вопросов может отсутствовать. Рекомендуется пользоваться одним учебником при изучении всего курса, но когда какой-либо вопрос изложен в нем недостаточно ясно или вовсе не нашел отражения, использовать другой учебник. Целесообразность такого подхода обусловлена и тем, что в учебниках имеется небольшая разница в обозначениях и это может вызвать некоторые затруднения при переходе от одного учебника к другому. Так, например, в одних книгах ЭДС обозначается буквой E , а в других – \mathcal{E} ; потенциал – буквой ϕ или U . В одних книгах положительное направление отсчета для напряжения между двумя узлами или точками схемы указывается с помощью индексов этих узлов или точек, в других – индексы узлов у напряжения не ставятся, а ставится стрелка и один индекс и т.д.

Рекомендуется, прорабатывая материал, составлять конспект, в который полезно выписывать основные законы, определения и формулы. Конспект оказывает большую помощь при выполнении контрольных заданий и при подготовке к экзаменам.

Достаточно полный перечень вопросов для самопроверки дан в учебнике Л.А. Бессонова «Теоретические основы электротехники» [2]. Там же приведены задачи с решениями по всему курсу ТОЭ. Для лучшего усвоения курса рекомендуется просмотреть решение этих задач.

Работа над контрольным заданием помогает студентам проверить степень усвоения ими курса, вырабатывает у них навык четко и кратко излагать свои мысли. Для успешного достижения этой цели необходимо руководствоваться следующими правилами:

1. Начиная решение задачи, указать, какие физические законы или расчетные методы предполагается использовать при решении, привести математическую запись этих законов и методов.

2. Тщательно продумать, какие буквенные или цифровые обозначения предполагается использовать в решении. Пояснить значение каждого обозначения.

3. В ходе решения задачи не следует изменять однажды принятые направления токов и наименования узлов, сопротивлений, а также обозначения, заданные условием. При решении одной и той же задачи различными методами одну и ту же величину надлежит обозначать одним и тем же буквенным символом.

4. Расчет каждой исходной величины следует выполнить сначала в общем виде, а затем в полученную формулу подставить числовые значения и привести окончательный результат с указанием единиц измерения. При решении системы уравнений целесообразно воспользоваться известными методами упрощения расчета определителей (например, вынесение за знак определителя общего множителя и др.), а иногда и еще проще методом подстановки.

5. Промежуточные и конечные результаты расчетов должны быть ясно выделены из общего текста.

6. Решение задач не следует перегружать приведением всех алгебраических преобразований и арифметических расчетов.

7. Для элементов электрических схем рекомендуется пользоваться обозначениями, применяемыми в учебниках по ТОЭ.

8. Каждому этапу решения задачи нужно давать пояснения.

9. При построении кривых выбрать такой масштаб, чтобы на 1 см оси координат приходилось $1 \cdot 10^{\pm n}$ или $2 \cdot 10^{\pm n}$ единиц измерения физической величины, где n – целое число. Градуировку осей выполнять, начиная с нуля, равномерно через один или через два сантиметра. Числовые значения координат точек, по которым строятся кривые, не приводить. Весь график в целом и отдельные кривые на нем должны иметь названия.

Внимание! К выполнению лабораторных работ допускаются только подготовленные студенты, т.е. проработавшие соответствующие разделы курса, выполнившие необходимые контрольные работы, подготовившие необходимую документацию к работе, прошедшие собеседование с преподавателем (коллоквиум).

4.2. Контрольная работа № 1

Контрольная работа содержит две задачи.

На рис. 1 представлен граф электрической цепи, общий для обеих задач. Граф содержит 4 узла – a, b, c, d , между которыми включены 6 ветвей – ab, ac, bc, bd, da, dc . Ветви содержат активные и пассивные элементы электрической цепи и обозначены номерами 1...6 (рис. 2). В табл.1 приведены номера вариантов задания от 1 до 25 с указанием номеров ветвей, включенных между узлами. Варианты схем выбираются из табл.1 по номеру шифра k в зачетной книжке. Если он больше 25, берут вариант $(k - 25)$. Параметры ветвей электрической цепи приведены в табл. 2.

ЗАДАЧА 1.1

1. Полагая, что в цепи с постоянными токами и напряжениями индуктивность имеет нулевое сопротивление, а емкость – нулевую проводимость, изобразить схему, достаточную для расчета параметров режима цепи при постоянных во времени источниках энергии: $e_1(t)=E_1$, $e_2(t)=E_2$, $J(t)=J$.

2. Преобразовать схему до трех контуров, заменив ветви с параллельным и последовательным соединениями резисторов на эквивалентные.

3. Выбрать направления токов в ветвях схемы (в ветвях с источниками ЭДС токи задать по направлению ЭДС).

4. В общем (буквенном) виде составить полную систему уравнений состояния цепи по законам Кирхгофа для расчета токов всех ветвей и напряжения на источнике тока.

5. Методом контурных токов определить токи всех ветвей и (по второму закону Кирхгофа) напряжение на источнике тока.

6. Методом узловых потенциалов (напряжений) определить токи всех ветвей и (по второму закону Кирхгофа) напряжение на источнике тока.

7. Составить баланс мощностей, вычислив суммарную мощность источников энергии, и суммарную мощность, потребляемую резисторами. Небаланс не должен превышать 1 %.

8. Представить схему относительно ветви с сопротивлением R_4 эквивалентным генератором и определить параметры последнего (U_{xx} , R_r , $I_{кз}$). Графически и аналитически определить ток в сопротивлении R_4 .

9. Построить потенциальную диаграмму для любого замкнутого контура, не содержащего источника тока.

10. Результаты расчета токов по трем методам свести в таблицу и сравнить между собой.

ЗАДАЧА 1.2

Для электрической цепи, схема и параметры которой соответствуют номеру варианта, при параметрах источников $e_1(t) = E_1 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 90^\circ)$ В, $e_2(t) = E_2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - 45^\circ)$ В, $J(t) = J \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 30^\circ)$ А, $f = 50$ Гц выполнить следующее:

1. Преобразовать схему, заменив ветви с параллельным и последовательным соединениями резисторов на эквивалентные и в общем (буквенном) виде составить полную систему уравнений состояния цепи по законам Кирхгофа в дифференциальной форме.

2. Представить сопротивления ветвей и действующие значения ЭДС и тока источников в комплексной форме и изобразить комплексную схему замещения цепи.

3. В полученной схеме любым известным методом рассчитать комплексы действующих значений токов ветвей и напряжения на источнике тока.

4. Составить баланс активных и реактивных мощностей источников и потребителей электрической энергии. Небаланс как по активной, так и по реактивной мощностям не должен превышать 3 %.

5. Изобразить схему включения ваттметра для измерения активной мощности в ветви с индуктивностью L_5 и определить его показание.

6. Построить топографическую векторную диаграмму напряжений, совмещенную с лучевой векторной диаграммой токов, при этом потенциал узла **a** принять равным нулю.

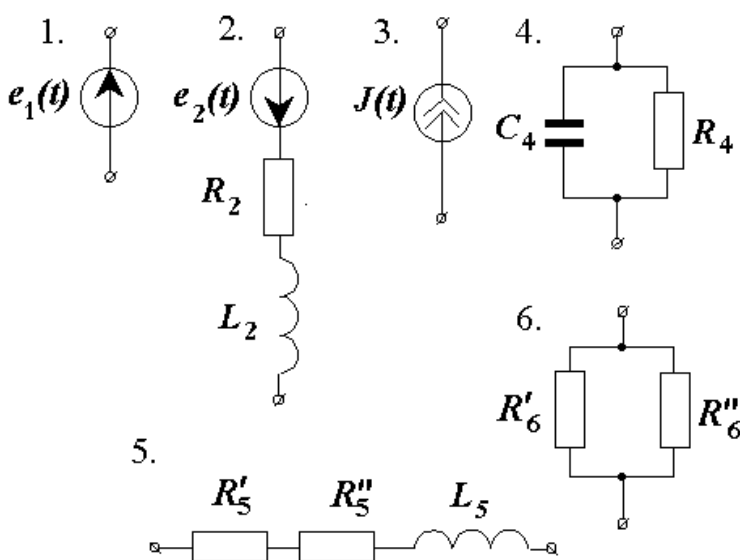
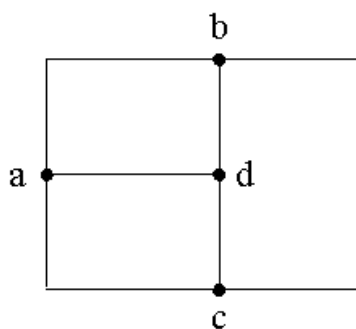


Рис. 1. Граф электрической цепи

Рис. 2. Элементы электрической цепи

Таблица 1

Варианты компоновки электрической цепи

| ветвь № вар. | ac | ab | bd | bc | dc | da |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 3 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 4 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 | 3 |
| 5 | 3 | 4 | 5 | 6 | 1 | 2 |
| 6 | 2 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 7 | 6 | 2 | 1 | 3 | 4 | 5 |
| 8 | 5 | 6 | 2 | 1 | 3 | 4 |
| 9 | 4 | 5 | 6 | 2 | 1 | 3 |
| 10 | 3 | 4 | 5 | 6 | 2 | 1 |

| ветвь № вар. | ac | ab | bd | bc | dc | da |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|
| 11 | 1 | 2 | 4 | 3 | 5 | 6 |
| 12 | 6 | 1 | 2 | 4 | 3 | 5 |
| 13 | 5 | 6 | 1 | 2 | 4 | 3 |
| 14 | 3 | 5 | 6 | 1 | 2 | 4 |
| 15 | 4 | 3 | 5 | 6 | 1 | 2 |
| 16 | 1 | 4 | 3 | 2 | 6 | 5 |
| 17 | 5 | 1 | 4 | 3 | 2 | 6 |
| 18 | 6 | 5 | 1 | 4 | 3 | 2 |
| 19 | 2 | 6 | 5 | 1 | 4 | 3 |
| 20 | 3 | 2 | 6 | 5 | 1 | 4 |
| 21 | 1 | 3 | 2 | 5 | 4 | 6 |
| 22 | 6 | 1 | 3 | 2 | 5 | 4 |
| 23 | 4 | 6 | 1 | 3 | 2 | 5 |
| 24 | 5 | 4 | 6 | 1 | 3 | 2 |
| 25 | 2 | 5 | 4 | 6 | 1 | 3 |

Таблица 2

Параметры элементов электрической цепи

| № вар. | E_1 | E_2 | J | R_2 | R_4 | R'_5 | R''_5 | R'_6 | R''_6 | L_2 | L_5 | C_4 |
|--------|-------|-------|-----|-------|-------|--------|---------|--------|---------|-------|-------|-------|
| | В | В | А | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | мГн | мГн | мкФ |
| чет. | 100 | 50 | 2 | 10 | 8 | 8 | 4 | 12 | 6 | 31,9 | 28,6 | 398 |
| нечет. | 50 | 100 | 5 | 15 | 10 | 6 | 6 | 18 | 9 | 47,8 | 51,0 | 318,4 |

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ 1.1

Свойства линейных электрических цепей и методы их расчета подробно изложены в [1, 2, 3].

Порядок решения конкретной задачи 1.1 следующий.

1. Допустим, для Вашего варианта из табл. 1 Вы нашли, что структура Вашей цепи следующая (пример условный, на самом деле такой структуры в табл. 1 нет):

| ветвь № вар. | ac | ab | bd | bc | dc | da |
|-----------------|----|----|----|----|----|----|
| — | 6 | 1 | 3 | 4 | 2 | 5 |

Из табл. 2 находим параметры элементов цепи:

| № вар. | E_1 | E_2 | J | R_2 | R_4 | R'_5 | R''_5 | R'_6 | R''_6 | L_2 | L_5 | C_4 |
|--------|-------|-------|-----|-------|-------|--------|---------|--------|---------|-------|-------|-------|
| | В | В | А | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | Ом | мГн | мГн | мкФ |
| | 100 | 50 | 2 | 10 | 15 | 6 | 6 | 12 | 6 | 31,9 | 51 | 212,3 |

По заданному графу построим схему электрической цепи (рис. 3).
Примечание: поскольку индуктивности и емкость при воздействии на электрическую цепь постоянных сигналов обладают соответственно нулевым сопротивлением и нулевой проводимостью, на схеме они не указаны.

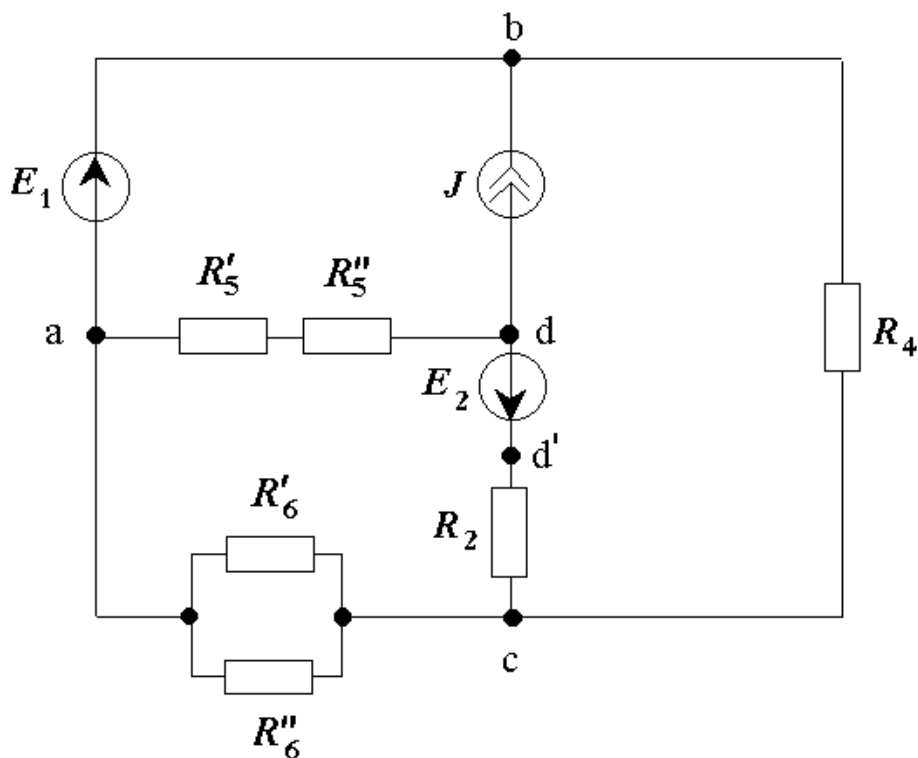


Рис. 3. Схема электрической цепи

2. Преобразуем схему до трех контуров:

В ветви **da** сопротивления включены последовательно, а в ветви **ac** – параллельно, поэтому

$$R_5 = R_5' + R_5'' = 6 + 6 = 12 \text{ Ом};$$

$$R_6 = \frac{R_6' \cdot R_6''}{R_6' + R_6''} = \frac{12 \cdot 6}{12 + 6} = 4 \text{ Ом}$$

3. Выбираем положительные направления токов. В ветвях, содержащих ЭДС – по направлению ЭДС, в остальных ветвях – произвольно. Расчетная трехконтурная схема электрической цепи с указанными направлениями токов в ветвях, напряжения на источнике тока и контурных токов приведена на рис. 4.

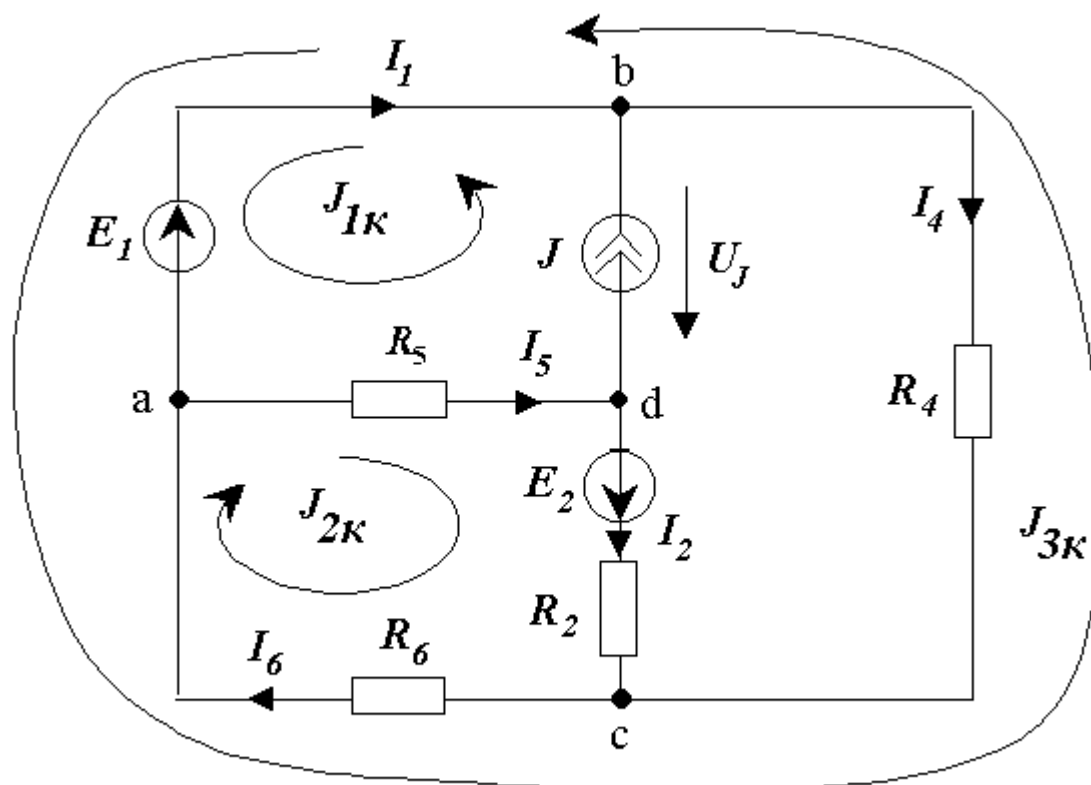


Рис.4. Расчетная схема

4. В общем (буквенном) виде составляем полную систему уравнений состояния цепи по законам Кирхгофа для расчета токов всех ветвей и напряжения на источнике тока.

Схема содержит $Y = 4$ узла и $B = 6$ ветвей. Следовательно, по первому закону Кирхгофа можно составить $Y - 1 = 4 - 1 = 3$ независимых уравнения, а по второму закону Кирхгофа - $B - Y + 1 = 6 - 4 + 1 = 3$ независимых уравнения.

При составлении уравнений по законам Кирхгофа следует руководствоваться следующими правилами. Ток, направленный к узлу, в уравнении по первому закону Кирхгофа учитывается со знаком "+", направленный от узла – со знаком "-". Ток в потребителях электроэнергии (пассивных элементах электрической схемы) течет от узла с более высоким потенциалом к узлу с более низким потенциалом. Поэтому в уравнениях по второму закону Кирхгофа падение напряжения учитывается со знаком «+», если направление тока в пассивном элементе совпадает с направлением обхода контура. Напряжение на источнике тока направлено в противоположную току сторону, поскольку ток в этом элементе протекает от точки с более низким потенциалом к точке с более высоким потенциалом (за счет работы сторонних сил). ЭДС записываются в правой части уравнения, причем со знаком "+" учитываются ЭДС, направление которых совпадает с направлением обхода контура.

$$\text{Узел a:} \quad I_6 - I_1 - I_5 = 0$$

$$\text{Узел b:} \quad I_1 - I_4 = -J$$

$$\begin{array}{ll}
\text{Узел с:} & I_2 + I_4 - I_6 = 0 \\
\text{Контур 1:} & U_J - I_5 \cdot R_5 = E_1 \\
\text{Контур 2:} & I_2 \cdot R_2 + I_6 \cdot R_6 + I_5 \cdot R_5 = E_2 \\
\text{Контур 3:} & I_2 \cdot R_2 - I_4 \cdot R_4 + U_J = E_2
\end{array}$$

5. Методом контурных токов определяем токи в ветвях.

Выбираем независимые контуры. В рассматриваемой схеме их три (рис. 4). При этом, поскольку ветвь **bd** содержит идеальный источник тока, эта ветвь может входить только в один контур. Ток этого контура равен току источника: $J_{1к} = J = 2$ А. Для остальных контурных токов составляем уравнения:

$$\begin{cases}
J_{1к} \cdot R_5 + J_{2к} \cdot (R_2 + R_5 + R_6) - J_{3к} \cdot R_6 = E_2 \\
J_{1к} \cdot 0 - J_{2к} \cdot R_6 + J_{3к} \cdot (R_4 + R_6) = -E_1
\end{cases}$$

После переноса в правую часть постоянных коэффициентов уравнения примут вид:

$$\begin{cases}
J_{2к} \cdot (R_2 + R_5 + R_6) - J_{3к} \cdot R_6 = E_2 - J \cdot R_5 \\
-J_{2к} \cdot R_6 + J_{3к} \cdot (R_4 + R_6) = -E_1
\end{cases}$$

Численно

$$\begin{cases}
J_{2к} \cdot (10 + 12 + 4) - J_{3к} \cdot 4 = 50 - 2 \cdot 12 \\
-J_{2к} \cdot 4 + J_{3к} \cdot (15 + 4) = -100
\end{cases}$$

Или, окончательно

$$\begin{cases}
26J_{2к} - 4J_{3к} = 26 \\
-4J_{2к} + 19J_{3к} = -100
\end{cases}$$

В матричной форме уравнения будут иметь вид:

$$\begin{pmatrix} 26 & -4 \\ -4 & 19 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} J_{2к} \\ J_{3к} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 \\ -100 \end{pmatrix}$$

После расчета получим:

$$J_{2к} = 0,197 \text{ А}; J_{3к} = -5,22 \text{ А}.$$

Определяем токи ветвей:

$$I_2 = J_{2к} = 0,197 \text{ А}; I_1 = -J_{1к} - J_{3к} = 5,22 - 2 = 3,22 \text{ (А)}; I_4 = -J_{3к} = 5,22 \text{ А};$$

$$I_5 = J_{1к} + J_{2к} = 2 + 0,197 = 2,197 \text{ А};$$

$$I_6 = J_{2к} - J_{3к} = 0,197 + 5,22 = 5,418 \text{ А}.$$

Согласно второму закону Кирхгофа,

$$U_J - I_5 \cdot R_5 + I_1 \cdot 0 = E_1.$$

Отсюда

$$U_J = I_5 \cdot R_5 + E_1 = 2,197 \cdot 12 + 100 = 126,364 \text{ В}.$$

6. Определим токи в ветвях схемы методом узловых потенциалов. Между узлами **a** и **b** включена ветвь с идеальным источником ЭДС без

сопротивления. Поэтому в качестве базисного ($\varphi = 0$) удобно принять узел **a**, тогда

$$\varphi_a = 0; \varphi_b = E_1 = 100 \text{ В.}$$

Для узлов **c** и **d** составляем узловые уравнения:

$$\begin{cases} \varphi_c \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \right) - \varphi_d \cdot \frac{1}{R_2} - \varphi_b \cdot \frac{1}{R_4} = \frac{E_2}{R_2} \\ -\varphi_c \cdot \frac{1}{R_2} + \varphi_d \cdot \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_2} \right) = -J - \frac{E_2}{R_2} \end{cases}$$

Перенеся слагаемое $\varphi_b \cdot \frac{1}{R_4}$ в правую часть уравнения и подставив

известные числовые значения, получаем:

$$\begin{cases} \varphi_c \cdot \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{4} \right) - \varphi_d \cdot \frac{1}{10} = \frac{50}{10} + 100 \cdot \frac{1}{15} \\ -\varphi_c \cdot \frac{1}{10} + \varphi_d \cdot \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{10} \right) = -2 - \frac{50}{10} \end{cases}$$

В матричной форме уравнения будут иметь вид:

$$\begin{pmatrix} 0,4166 & -0,1 \\ -0,1 & 0,1833 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \varphi_c \\ \varphi_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11,666 \\ -7 \end{pmatrix}$$

После расчета получим:

$$\varphi_c = 21,676 \text{ В}; \varphi_d = -26,363 \text{ В.}$$

Токи в ветвях схемы определяются по обобщенному закону Ома:

$$I_2 = \frac{\varphi_d - \varphi_c + E_2}{R_2} = \frac{-26,363 - 21,676 + 50}{10} = 0,196 \text{ А}$$

$$I_4 = \frac{\varphi_b - \varphi_c}{R_4} = \frac{100 - 21,676}{15} = 5,22 \text{ А}$$

$$I_5 = -\frac{\varphi_d}{R_5} = \frac{26,363}{12} = 2,196 \text{ А}$$

$$I_6 = \frac{\varphi_c}{R_6} = \frac{21,676}{4} = 5,419 \text{ А}$$

$$U_J = \varphi_b - \varphi_d = 100 + 26,363 = 126,363 \text{ В}$$

Ветвь **ab** содержит только одну ЭДС E_1 и проводимость этой ветви равна ∞ , следовательно, ток I_1 невозможно определить через потенциалы узлов. Поэтому для узла “а” составим уравнение по первому закону Кирхгофа:

$$I_1 = I_6 - I_5 = 5,419 - 2,196 = 3,223 \text{ А.}$$

7. Составляем уравнение баланса мощности.

Мощность источников:

$$P_u = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 + U_J \cdot J = 100 \cdot 3,323 + 50 \cdot 0,196 + 126,363 \cdot 2 = 584,826 \text{ Вт}$$

Мощность потребителей:

$$\begin{aligned} P_n &= I_2^2 \cdot R_2 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = \\ &= 0,196^2 \cdot 10 + 5,22^2 \cdot 15 + 2,196^2 \cdot 12 + 5,429^2 \cdot 4 = 584,44 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Погрешность расчета (небаланс) составила

$$\delta = \left| \frac{P_u - P_n}{P_u} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{584,826 - 584,44}{584,826} \right| \cdot 100\% = 0,066\% .$$

Таким образом, небаланс в пределах допуска ($\delta \leq 1\%$).

8. Определим ток I_4 методом эквивалентного генератора.

Изобразим схему относительно ветви **bc** в виде эквивалентного генератора в режиме холостого хода (рис. 5).

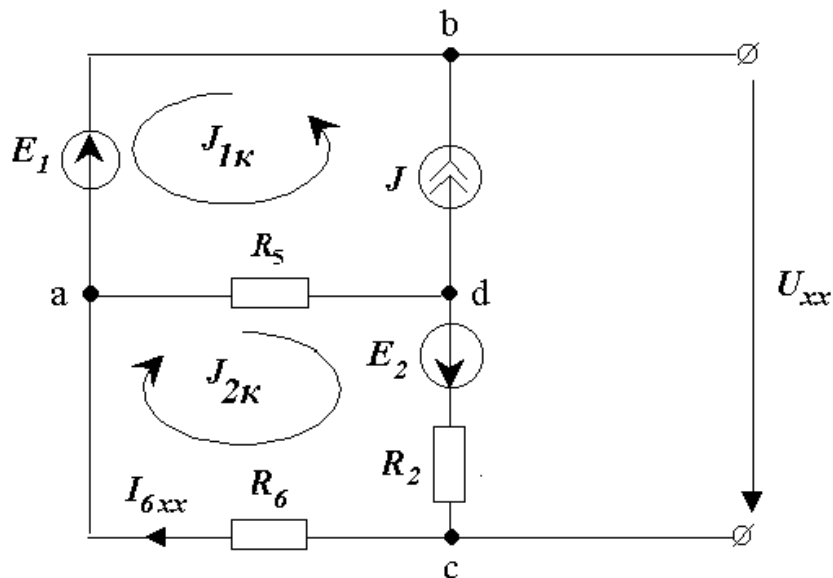


Рис. 5. Эквивалентный генератор в режиме холостого хода

Из схемы рис. 5 определим ЭДС эквивалентного генератора

$$E_{\Gamma} = U_{xx}$$

Согласно второму закону Кирхгофа,

$$U_{xx} + I_{6xx} \cdot R_6 = E_1, \text{ откуда } E_{\Gamma} = U_{xx} = E_1 - I_{6xx} \cdot R_6.$$

Для определения тока I_{6xx} воспользуемся методом контурных токов.

$$\begin{aligned} J_{2k} \cdot (R_2 + R_5 + R_6) &= E_2 - J \cdot R_5 & J_{2k} \cdot (10 + 12 + 4) &= 50 - 2 \cdot 12 = 26 \\ J_{1k} = J &= 2 \text{ А} & I_{6xx} = J_{2k} &= 1 \text{ А.} & E_{\Gamma} = U_{xx} &= 100 - 1 \cdot 4 = 96 \text{ В.} \end{aligned}$$

Для определения сопротивления эквивалентного генератора R_{Γ} изобразим вспомогательную схему, в которой источники электрической энергии замещены их внутренними сопротивлениями: $R_E = 0$; $R_J = \infty$ (рис. 6).

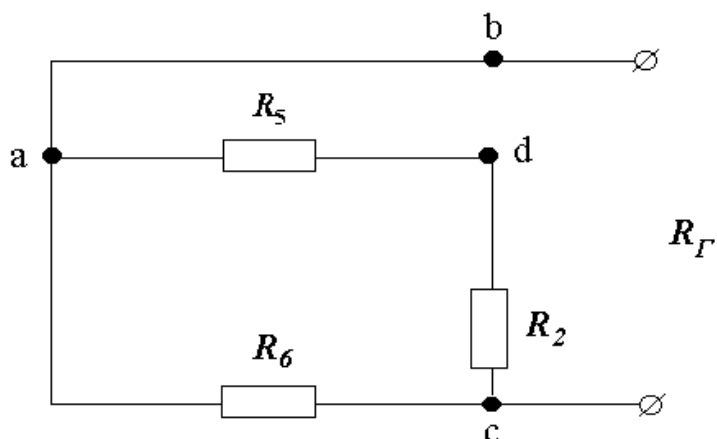


Рис. 6. К определению сопротивления эквивалентного генератора

Сопротивление эквивалентного генератора

$$R_{\Gamma} = \frac{R_6 \cdot (R_5 + R_2)}{R_6 + R_5 + R_2} = \frac{4 \cdot (12 + 10)}{4 + 12 + 10} = 3,384 \text{ Ом}$$

По формуле Тевенена-Гельмгольца определяем ток в нагрузке

$$I_4 = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + R_4} = \frac{96}{3,384 + 15} = 5,22 \text{ А.}$$

Напряжение на сопротивлении R_4 по закону Ома составит

$$U_4 = I_4 \cdot R_4 = 5,22 \cdot 15 = 78,3 \text{ В.}$$

Ток короткого замыкания эквивалентного генератора $I_{\text{кз}}$ определится

как
$$I_{\text{кз}} = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma}} = \frac{96}{3,384} = 28,4 \text{ А.}$$

Определим ток I_4 графически. Для этого построим в одних осях внешнюю характеристику эквивалентного генератора и вольтамперную характеристику нагрузки (сопротивления R_4). Внешняя характеристика является линейной и пересекает оси координат в точках $U_{\text{хх}}$ и $I_{\text{кз}}$, а вольтамперная характеристика нагрузки также линейна и строится по закону Ома – $U_4 = I_4 \cdot R_4$. При этом достаточно задать два значения тока, например $I_4 = 0$ и $I_4 = 1 \text{ А}$. Точка пересечения характеристик будет рабочей точкой генератора, нагруженного на сопротивление R_4 , а ее проекция на оси координат – искомыми током и напряжением (рис. 7). Получаем графические значения $U_4 \approx 78 \text{ В}$, $I_4 \approx 5,2 \text{ А}$.

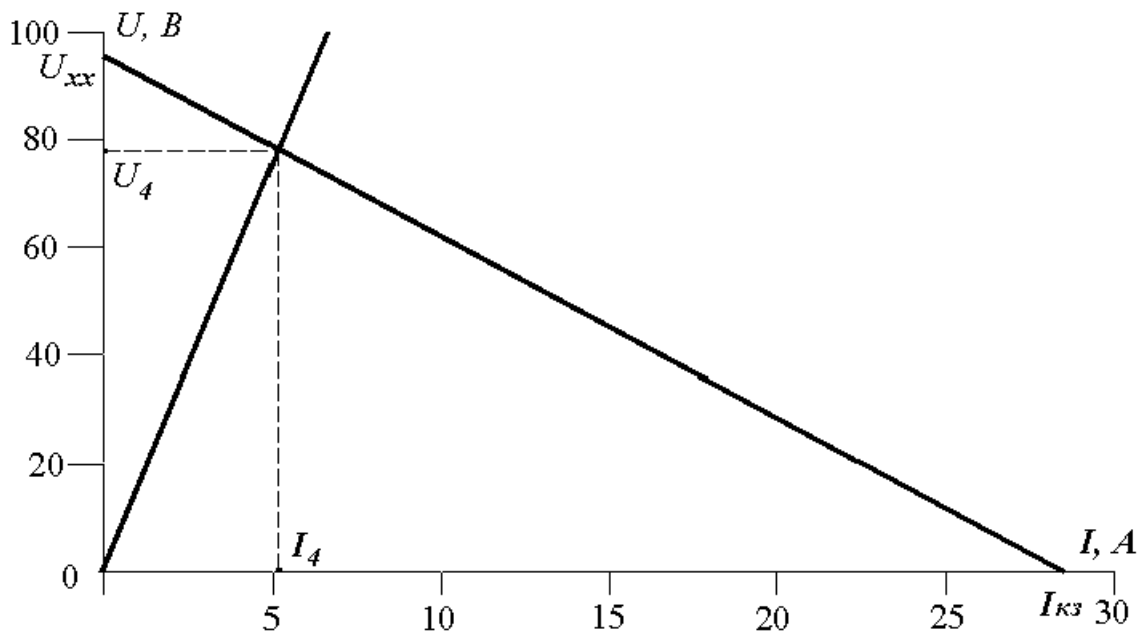


Рис. 7. Графическое определение тока I_4 и напряжения на сопротивлении R_4

Построим потенциальную диаграмму для контура **add'c** (рис. 3), не содержащего источника тока.

Принимаем $\varphi_a = 0$

Тогда $\varphi_d = \varphi_a - I_5 \cdot R_5 = 0 - 2,197 \cdot 12 = -26,364$ (В)

$$\varphi_{d'} = \varphi_d + E_2 = -26,364 + 50 = 23,636$$
 (В)

$$\varphi_c = \varphi_{d'} - I_2 \cdot R_2 = 23,636 - 0,197 \cdot 10 = 21,666$$
 (В)

$$\varphi_a = \varphi_c - I_6 \cdot R_6 = 21,666 - 5,418 \cdot 4 \approx 0.$$

Диаграмма приведена на рис. 8.

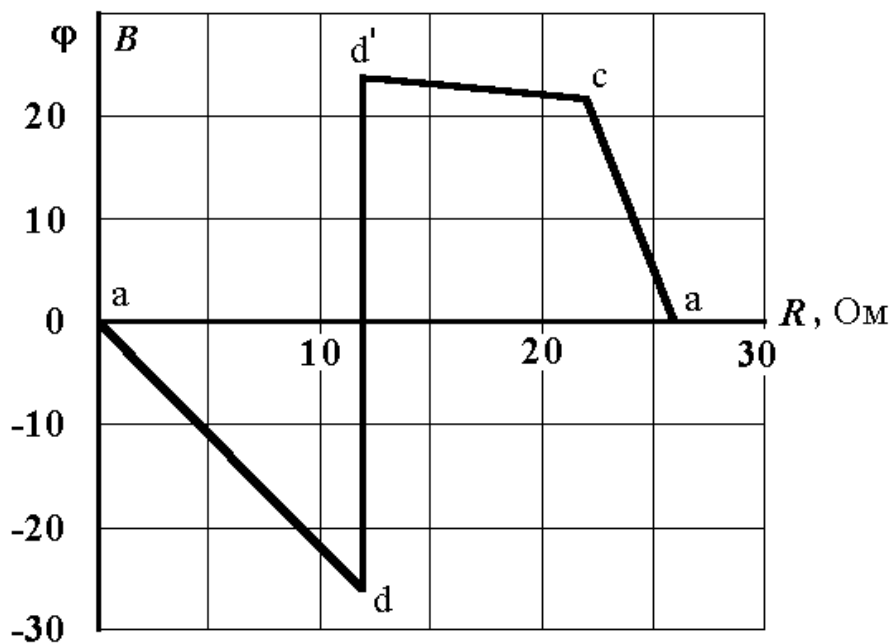


Рис. 8. Потенциальная диаграмма для контура **add'ca**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ 1.2

1. Изобразим схему электрической цепи для условного варианта, рассмотренного в методических указаниях к задаче 1.1 (рис. 9).

2. В общем (буквенном) виде составляем полную систему уравнений состояния цепи по законам Кирхгофа для расчета токов всех ветвей и напряжения на источнике тока.

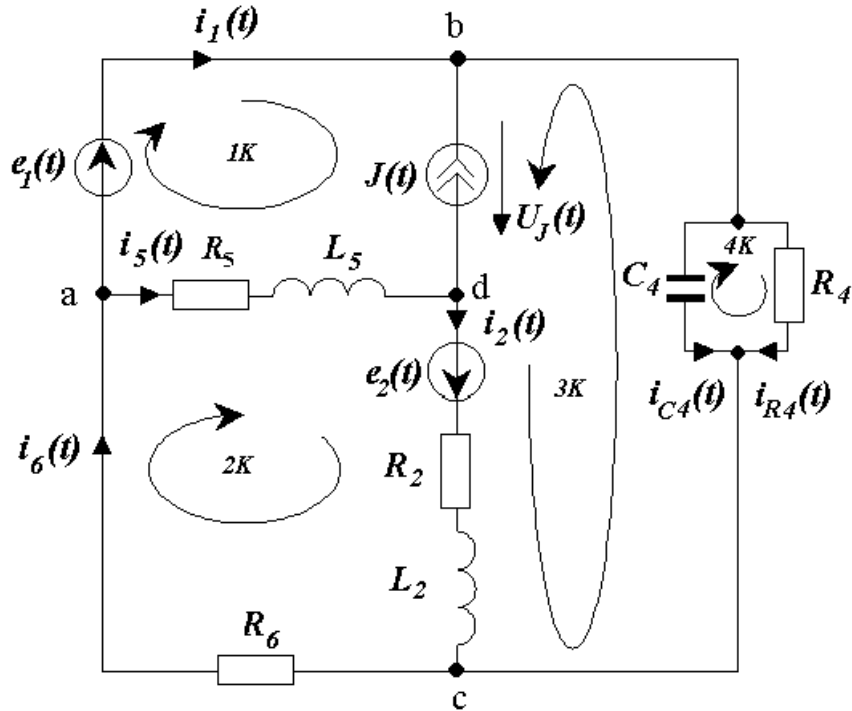


Рис. 9. Схема электрической цепи переменного тока

Схема содержит $Y = 4$ узла и $B = 7$ ветвей. Следовательно, по первому закону Кирхгофа можно составить $Y - 1 = 4 - 1 = 3$ независимых уравнения, а по второму закону Кирхгофа $B - Y + 1 = 7 - 4 + 1 = 4$ независимых уравнения.

$$\text{Узел а:} \quad i_6 - i_1 - i_5 = 0$$

$$\text{Узел б:} \quad i_1 - i_{R4} - i_{C4} = -J$$

$$\text{Узел д:} \quad i_5 - i_2 = J$$

$$\text{Контур 1:} \quad U_J - i_5 \cdot R_5 - L_5 \frac{di_5}{dt} = e_1$$

$$\text{Контур 2:} \quad i_5 \cdot R_5 + L_5 \frac{di_5}{dt} + i_2 \cdot R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + i_6 \cdot R_6 = e_2$$

$$\text{Контур 3:} \quad i_2 \cdot R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - i_{R4} \cdot R_4 + u_J = e_2$$

$$\text{Контур 4:} \quad \frac{1}{C} \cdot \int i_{C4} \cdot dt - i_{R4} \cdot R_4 = 0$$

Определим реактивные сопротивления индуктивностей и емкости:

$$x_{L_2} = \omega \cdot L_2 = 314,159 \cdot 0,0319 = 10 \text{ Ом}$$

$$x_{L_5} = \omega \cdot L_5 = 314,159 \cdot 0,051 = 16 \text{ Ом}$$

$$x_{C_4} = \frac{1}{\omega \cdot C_4} = \frac{1}{314,159 \cdot 212,3 \cdot 10^{-6}} = 15 \text{ Ом}$$

Здесь и далее $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot 3,14159 \cdot 50 = 314,159$ рад/с – круговая частота источников ЭДС и тока.

$$\underline{Z}_2 = R_2 + j \cdot x_{L_2} = 10 + j \cdot 10 = 14,1 \cdot e^{j \cdot 45^\circ} \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_4 = \frac{R_4 \cdot (-j \cdot x_{C_4})}{R_4 - j \cdot x_{C_4}} = \frac{15 \cdot (-j \cdot 15)}{15 - j \cdot 15} = 7,5 - j \cdot 7,5 = 10,575 \cdot e^{-j \cdot 45^\circ} \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_5 = R_5 + j \cdot x_{L_5} = 12 + j \cdot 16 = 20 \cdot e^{j \cdot 53,13^\circ} \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_6 = R_6 = 4 \text{ Ом}$$

Комплексы действующих значений ЭДС и тока источников:

$$\underline{E}_1 = 100 \cdot e^{j \cdot 90^\circ} = (0 + j \cdot 100) \text{ В}$$

$$\underline{E}_2 = 50 \cdot e^{-j \cdot 45^\circ} = (35,46 - j \cdot 35,46) \text{ В}; \quad \underline{J} = 2 \cdot e^{j \cdot 30^\circ} = (1,73 + j \cdot 1) \text{ А}$$

Расчетная схема с комплексными источниками ЭДС и тока и комплексными сопротивлениями ветвей показана на рис.10.

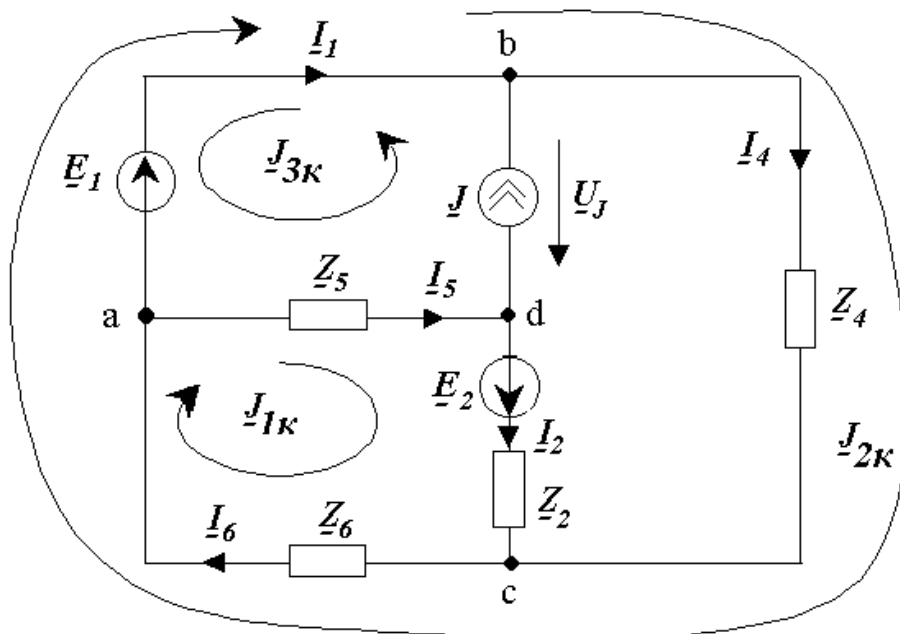


Рис. 10. Расчетная комплексная схема замещения электрической цепи

Токи в ветвях схемы определим методом контурных токов. Через ветвь с источником тока проходит контурный ток $\underline{J}_{3к}$, поэтому $\underline{J}_{3к} = \underline{J} = 2 \cdot e^{j \cdot 30^\circ}$ А. Для контурных токов $\underline{J}_{1к}$ и $\underline{J}_{2к}$ составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \underline{J}_{1к} \cdot (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_5 + \underline{Z}_6) + \underline{J}_{2к} \cdot \underline{Z}_6 = \underline{E}_2 - \underline{J} \cdot \underline{Z}_5 \\ \underline{J}_{1к} \cdot \underline{Z}_6 + \underline{J}_{2к} \cdot (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_6) = \underline{E}_1 \end{cases}$$

Или, численно:

$$\begin{cases} \underline{J}_{1к} \cdot (26 + j \cdot 26) + \underline{J}_{2к} \cdot (4 + j \cdot 0) = 30,675 - j \cdot 75,172 \\ \underline{J}_{1к} \cdot (4 + j \cdot 0) + \underline{J}_{2к} \cdot (11,4 - j \cdot 7,5) = 0 + j \cdot 100 \end{cases}$$

Решив систему, получим:

$$\underline{J}_{к} = -1,066 - j \cdot 2,9 = 3,09 \cdot e^{j \cdot 250^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{J}_{2к} = -4,23 + j \cdot 7,0 = 8,18 \cdot e^{j \cdot 121,14^\circ} \text{ А}.$$

Токи в ветвях схемы определяются как

$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \underline{J}_{2к} - \underline{J}_{3к} = \\ &= -4,23 + j \cdot 7,0 - 1,73 - j \cdot 1,0 = -5,96 + j \cdot 6,0 = 8,46 \cdot e^{j \cdot 134,8^\circ} \text{ А}; \end{aligned}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{J}_{1к} = -1,066 - j \cdot 2,9 = 3,09 \cdot e^{j \cdot 250^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_4 = \underline{J}_{2к} = -4,23 + j \cdot 7,0 = 8,18 \cdot e^{j \cdot 121,14^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_5 = \underline{J}_{1к} + \underline{J}_{3к} =$$

$$= -1,066 - j \cdot 2,9 + 1,73 + j \cdot 1,0 = 0,66 - j \cdot 1,9 = 2,01 \cdot e^{-j \cdot 70,8^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{I}_6 = \underline{J}_{1к} + \underline{J}_{2к} =$$

$$= -1,066 - j \cdot 2,9 - 4,23 + j \cdot 7,0 = -5,3 + j \cdot 4,1 = 6,7 \cdot e^{j \cdot 142,2^\circ} \text{ А}.$$

Согласно второму закону Кирхгофа,

$$\underline{U}_J - \underline{I}_5 \cdot \underline{Z}_5 = \underline{E}_1.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \underline{U}_J &= \underline{I}_5 \cdot \underline{Z}_5 + \underline{E}_1 = j \cdot 100 + 2,01 \cdot e^{-j \cdot 70,8^\circ} \cdot 20 \cdot e^{j \cdot 53,13^\circ} = \\ &= j \cdot 100 + 38,3 - j \cdot 87,8 = 38,3 + j \cdot 87,8 = 95,79 \cdot e^{j \cdot 66,43^\circ} \text{ В}. \end{aligned}$$

4. Составим баланс активной и реактивной мощностей.

Полная мощность источников составит:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{и} &= P_{и} + j \cdot Q_{и} = \underline{E}_1 \cdot \underline{\hat{I}}_1 + \underline{E}_2 \cdot \underline{\hat{I}}_2 + \underline{U}_J \cdot \underline{\hat{I}}_J = \\ &= 100 \cdot e^{j \cdot 90^\circ} \cdot 8,46 \cdot e^{-j \cdot 134,8^\circ} + 50 \cdot e^{-j \cdot 45^\circ} \cdot 3,09 \cdot e^{-j \cdot 250^\circ} + \\ &+ 95,79 \cdot e^{j \cdot 66,43^\circ} \cdot 2 \cdot e^{-j \cdot 30^\circ} = \\ &600,3 - j \cdot 596,12 + 65,3 + j \cdot 140 + 154,14 + j \cdot 113,76 = 819,73 - j \cdot 342,3 \text{ ВА} \end{aligned}$$

Здесь $\underline{\hat{I}}$ – сопряженный комплекс тока

Таким образом, активная мощность источников энергии составит $P_{и} = 819,73$ Вт; реактивная мощность – $Q_{и} = -342,3$ ВАр.

Активная мощность потребителей

$$\begin{aligned} P_{п} &= I_2^2 \cdot R_2 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = \\ &= 3,09^2 \cdot 10 + 8,18^2 \cdot 7,5 + 2,01^2 \cdot 12 + 6,7^2 \cdot 4 = 825,36 \text{ Вт} \end{aligned}$$

Реактивная мощность потребителей

$$Q_{\Pi} = I_2^2 \cdot x_2 - I_4^2 \cdot x_4 + I_5^2 \cdot x_5 =$$

$$= 3,09^2 \cdot 10 - 8,18^2 \cdot 7,5 + 2,01^2 \cdot 16 = -341,7 \text{ вар}$$

Погрешность расчета (небаланс) составила:
по активной мощности

$$\delta_P = \left| \frac{P_{\Pi} - P_{\text{и}}}{P_{\text{и}}} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{819,73 - 825,36}{819,73} \right| \cdot 100\% = 0,68\%$$

по реактивной мощности

$$\delta_Q = \left| \frac{Q_{\Pi} - Q_{\text{и}}}{Q_{\text{и}}} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{-342,3 + 341,7}{-342,3} \right| \cdot 100\% = 0,17\%$$

Таким образом, небаланс как по активной, так и по реактивной мощности в пределах допуска ($\delta \leq 1\%$).

5. Изобразим схему включения ваттметра для измерения активной мощности в ветви, содержащей сопротивление \underline{Z}_5 . Очевидно, что для измерения мощности, потребляемой сопротивлением \underline{Z}_5 , необходимо, чтобы обмотка напряжения ваттметра была включена параллельно, а токовая обмотка – последовательно с сопротивлением \underline{Z}_5 (рис. 11).

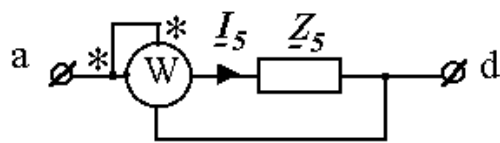


Рис. 11. Схема включения ваттметра

Напряжение на обмотке ваттметра:

$$\underline{U}_W = \varphi_a - \varphi_d = \underline{I}_5 \cdot \underline{Z}_5 = 2,01 \cdot e^{-j70,8^\circ} \cdot 20 \cdot e^{j53,13^\circ} = 40,2 \cdot e^{-j17,67^\circ} \text{ В.}$$

Ток, протекающий через токовую обмотку ваттметра, равен:

$$\underline{I}_W = \underline{I}_5 = 2,01 \cdot e^{-j70,8^\circ} \text{ А;}$$

Показание ваттметра

$$P_W = U_W \cdot I_W \cdot \cos(\varphi_u - \varphi_i) = 40,2 \cdot 2,01 \cdot \cos(-17,67^\circ + 70,8^\circ) = 48,48 \text{ Вт.}$$

6. Построим топографическую векторную диаграмму напряжений, и лучевую векторную диаграмму токов, при этом потенциал узла **a** примем равным нулю. Для этого изобразим комплексную схему замещения цепи с указанными на ней направлениями векторов напряжений (рис. 12).

На векторной диаграмме вектора напряжений направлены в точку высшего потенциала от которой течет ток, т.е. так, как показано на рис.12: \underline{U}_2 - направлено из точки **c** в точку **k**; \underline{U}_4 - направлено из точки **c** в точку **b**; \underline{U}_5 - направлено из точки **d** в точку **a**; \underline{U}_6 - направлено из точки **a** в точку **c**,

\underline{U}_J направлено из точки **d** в точку **b. \underline{E}_1 направлено из точки **a** в точку **b**, \underline{E}_2 - из точки **d** в точку **k**.**

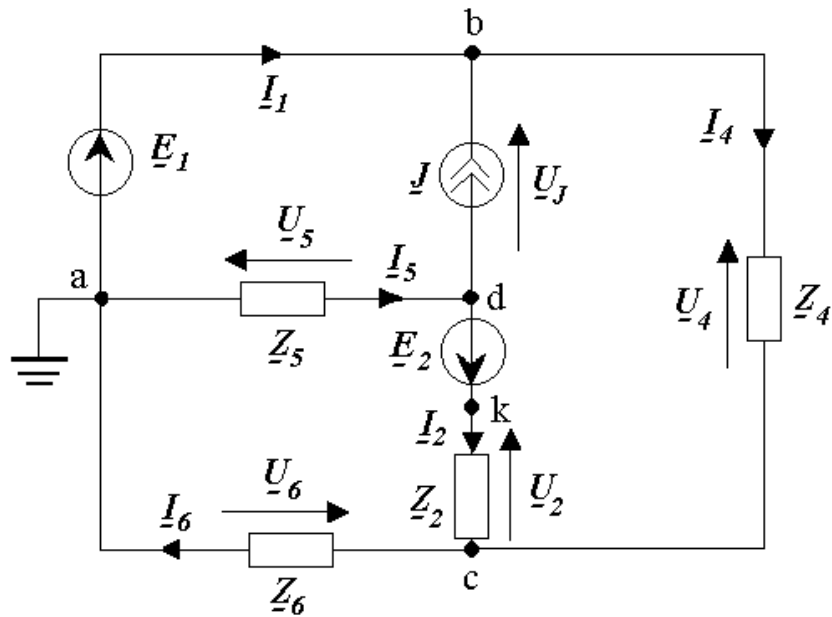


Рис.12. К построению векторных диаграмм

По закону Ома определим комплексные напряжения на сопротивлениях схемы:

$$\underline{U}_2 = \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 = 3,09 \cdot e^{j250^\circ} \cdot 14,1 \cdot e^{j45^\circ} = 43,57 \cdot e^{j295^\circ} \text{ В.}$$

$$\underline{U}_4 = \underline{I}_4 \cdot \underline{Z}_4 = 8,18 \cdot e^{j121.14^\circ} \cdot 10,575 \cdot e^{-j45^\circ} = 86,5 \cdot e^{j76.14^\circ} \text{ В.}$$

$$\underline{U}_5 = \underline{I}_5 \cdot \underline{Z}_5 = 2,01 \cdot e^{-j70.8^\circ} \cdot 20 \cdot e^{j53.13^\circ} = 40,2 \cdot e^{-j17.67^\circ} \text{ В.}$$

$$\underline{U}_6 = \underline{I}_6 \cdot \underline{Z}_6 = 6,7 \cdot e^{j142.2^\circ} \cdot 4 = 26,8 \cdot e^{j142.2^\circ} \text{ В.}$$

$$\underline{U}_J = 95,79 \cdot e^{j66.43^\circ} \text{ В.}$$

Векторная лучевая диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений показаны на рис.13.

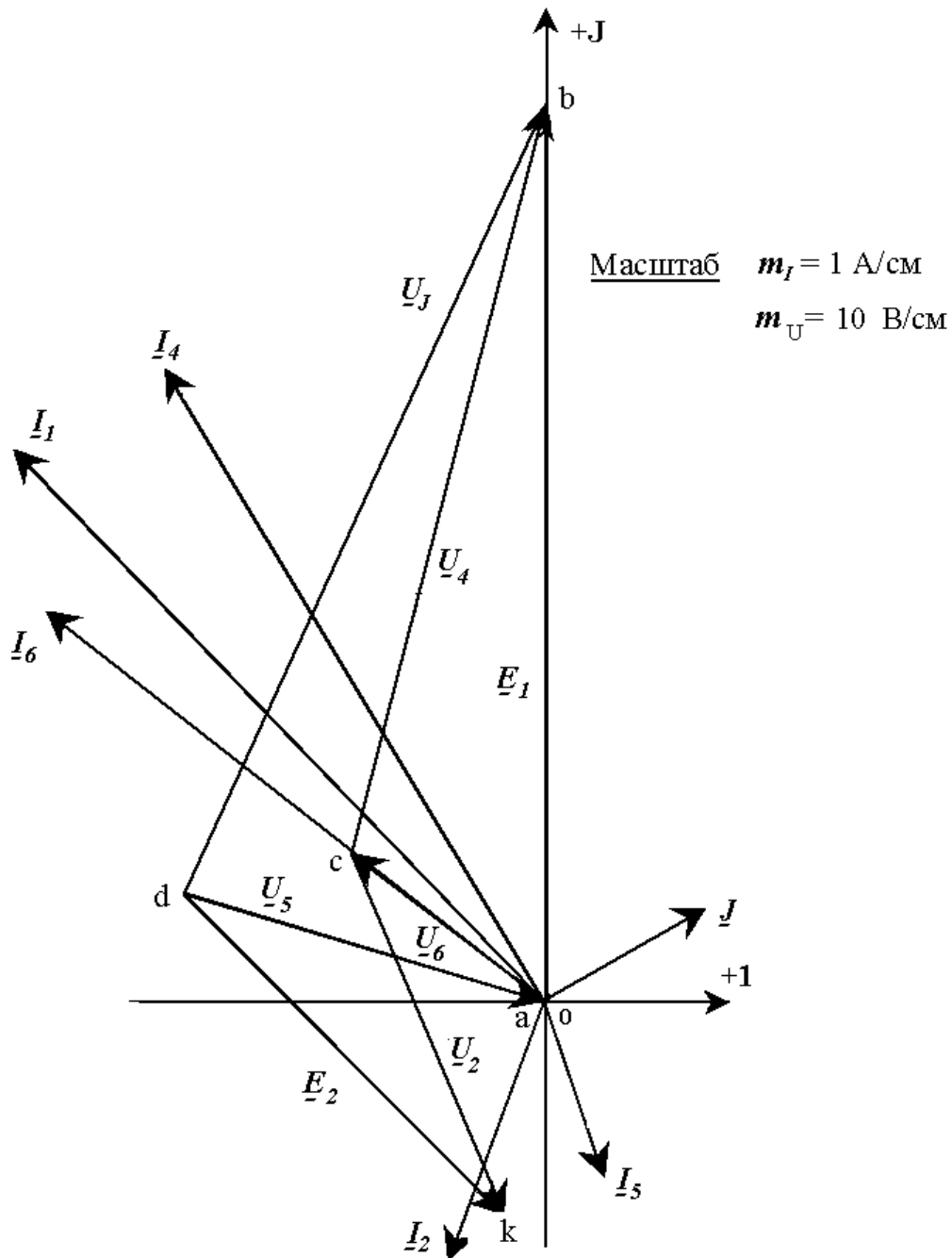


Рис.13. Векторные диаграммы токов и напряжений

4.3. Контрольная работа № 2

Работа состоит из трех задач:

- 2.1. Расчет трехфазной цепи;
- 2.2. Расчет цепи с несинусоидальными периодическими напряжениями и токами;
- 2.3. Определение параметров четырехполюсника.

ЗАДАЧА 2.1

На рис.14 приведена схема симметричной трехфазной цепи для нечетных вариантов; на рис.15 – для четных. Параметры схем приведены в табл. 4. Начальную фазу ЭДС \underline{E}_A в обеих схемах принять равной нулю.

Требуется: рассчитать все токи, определить мгновенное значение напряжения между точками a и b , построить топографическую векторную диаграмму напряжений, совмещенную с лучевой векторной диаграммой токов, рассчитать активную мощность трехфазной цепи.

Указание: Нагрузку, соединенную треугольником, при расчете преобразовать в эквивалентную звезду.

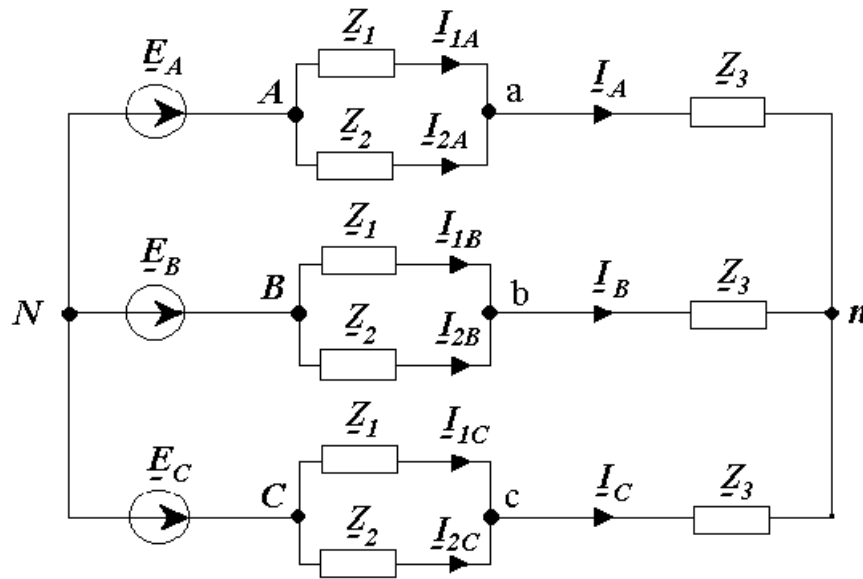


Рис. 14. Схема трехфазной цепи (нечетные варианты)

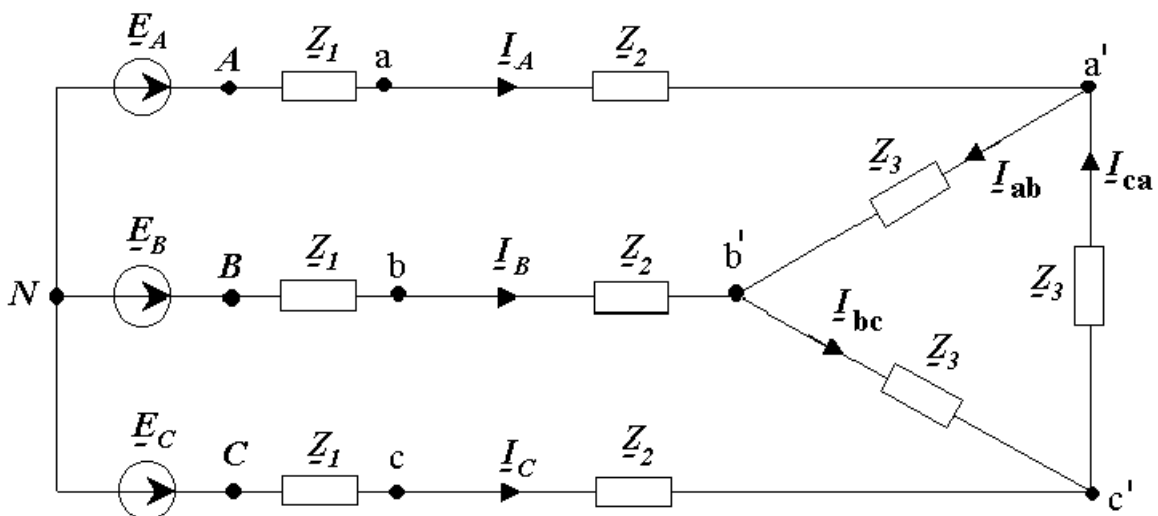


Рис. 15. Схема трехфазной цепи (четные варианты)

Параметры схемы трехфазной цепи

| № вар. | \underline{E}_A | \underline{Z}_1 | \underline{Z}_2 | \underline{Z}_3 |
|--------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1 | 150 | 100 | $j100$ | $-j100$ |
| 2 | 250 | 100 | $-j100$ | $j100$ |
| 3 | 250 | 50 | $j50$ | $-j50$ |
| 4 | 200 | 50 | $-j50$ | $j50$ |
| 5 | 450 | $j200$ | 200 | $-j200$ |
| 6 | 250 | $-j200$ | 200 | $j200$ |
| 7 | 350 | 150 | $j150$ | $-j150$ |
| 8 | 200 | 150 | $-j150$ | $j150$ |
| 9 | 250 | 60 | $j60$ | $-j70$ |
| 10 | 150 | 60 | $-j60$ | $j70$ |
| 11 | 200 | 80 | $j80$ | $-j70$ |
| 12 | 400 | 80 | $-j80$ | $j70$ |
| 13 | 250 | 120 | $j120$ | $-j140$ |

| № вар. | \underline{E}_A | \underline{Z}_1 | \underline{Z}_2 | \underline{Z}_3 |
|--------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 14 | 350 | 120 | $-j120$ | $j140$ |
| 15 | 450 | 160 | $j160$ | $-j140$ |
| 16 | 500 | 160 | $-j160$ | $j140$ |
| 17 | 400 | $j100$ | $-j50$ | 100 |
| 18 | 450 | $j200$ | $-j100$ | 200 |
| 19 | 250 | $-j100$ | $j50$ | 100 |
| 20 | 450 | $-j200$ | $j100$ | 200 |
| 21 | 950 | $j300$ | $-j150$ | 300 |
| 22 | 1450 | $-j300$ | $j150$ | 300 |
| 23 | 1000 | $j300$ | $-j150$ | 400 |
| 24 | 1250 | $-j300$ | $j150$ | 400 |
| 25 | 850 | $j400$ | $-j200$ | 300 |

ЗАДАЧА 2.2

На рис.16 изображены схемы, на вход которых воздействует одно из периодических напряжений $u_1(t)$. Графики напряжений приведены на рис.17. Схемы нагружены на активное сопротивление нагрузки R_n . Численные значения амплитуды напряжения U_m , периода T , параметров схемы L , C и величины сопротивления нагрузки приведены в табл.5. Требуется:

1. Разложить напряжение $u_1(t)$ в ряд Фурье до пятой гармоники включительно, используя табличные разложения, приведенные в учебниках, и пояснения, которые даны в указаниях к данной задаче.

2. Обозначив сопротивления элементов схемы в общем виде как R_n , jx_L , $-jx_C$, вывести формулу для напряжения на нагрузке \underline{U}_{2m} через комплексную амплитуду входного напряжения \underline{U}_{1m} . Полученное выражение пригодно для каждой гармоники, следует лишь учитывать, что $x_L = k \cdot \omega \cdot L$; $x_C = \frac{1}{k \cdot \omega \cdot C}$, где k – номер гармоники.

3. Используя формулу п. 2, определить комплексную амплитуду напряжения на выходе (на нагрузке) для 0, 1-й и 3-й гармоник ряда Фурье в схемах рис.16 в, г; для 1-й, 3-й и 5-й гармоник в схемах рис.16 а, б.

4. Записать мгновенное значение напряжения на нагрузке в виде ряда Фурье.

5. Построить друг под другом линейчатые спектры входного (U_1) и выходного (U_2) напряжений.

Таблица 5

Исходные данные к задаче 2.2

| № вар. | L , мГн | C , мкФ | T , мс | U_m , В | R_n , Ом | Схема, рис. 16 | График, рис. 17 |
|--------|-----------|-----------|----------|-----------|------------|----------------|-----------------|
| 1 | 1,44 | 0,8 | 0,48 | 12 | 50 | б). | е). |
| 2 | 11 | 4 | 2 | 100 | 80 | в). | д). |
| 3 | 0,5 | 0,4 | 0,167 | 50 | 20 | г). | г). |
| 4 | 0,4 | 0,5 | 0,159 | 50 | 50 | а). | б). |
| 5 | 0,7 | 0,24 | 0,134 | 45 | 30 | б). | в). |
| 6 | 5 | 1 | 0,625 | 25 | 60 | в). | е). |
| 7 | 5,6 | 2,28 | 1,20 | 48,5 | 30 | г). | д). |
| 8 | 2,52 | 1,4 | 0,63 | 17 | 40 | а). | д). |
| 9 | 4,2 | 1,44 | 0,8 | 40 | 50 | б). | г). |
| 10 | 20 | 1 | 1,67 | 80 | 150 | в). | в). |
| 11 | 1 | 1 | 0,314 | 100 | 50 | г). | е). |
| 12 | 20 | 8 | 5,88 | 30 | 40 | а). | е). |
| 13 | 1,5 | 0,3 | 0,354 | 33,4 | 80 | б). | а). |
| 14 | 2,58 | 1,43 | 0,484 | 75 | 30 | в). | з). |
| 15 | 3 | 0,9 | 0,565 | 40 | 20 | г). | а). |
| 16 | 5,4 | 3 | 1,34 | 12,78 | 40 | а). | ж). |
| 17 | 6,25 | 12,4 | 3,13 | 40 | 10 | б). | б). |
| 18 | 6,25 | 10 | 2,5 | 70 | 60 | в). | в). |
| 19 | 0,5 | 0,4 | 0,167 | 110 | 50 | г). | е). |
| 20 | 0,7 | 0,875 | 0,277 | 70 | 20 | а). | г). |
| 21 | 1,6 | 0,89 | 0,536 | 18,85 | 50 | б). | б). |
| 22 | 9,57 | 3,48 | 1,74 | 104,6 | 80 | в). | а). |
| 23 | 0,55 | 0,44 | 0,184 | 33,4 | 10 | г). | а). |
| 24 | 0,357 | 0,447 | 0,142 | 150 | 50 | а). | г). |
| 25 | 0,62 | 0,212 | 0,118 | 15 | 20 | б). | а). |

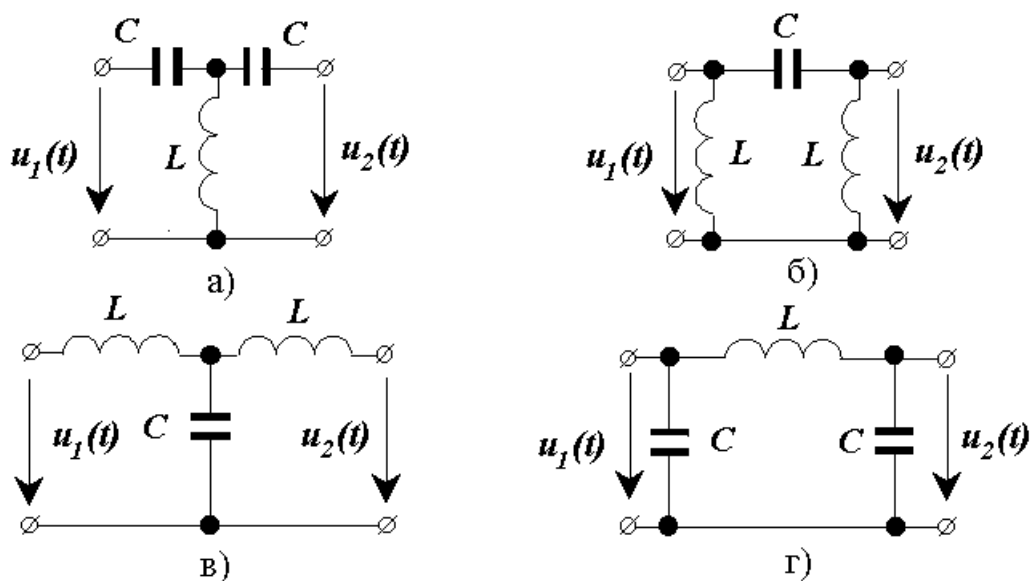


Рис. 16. Схемы к задаче 2.2

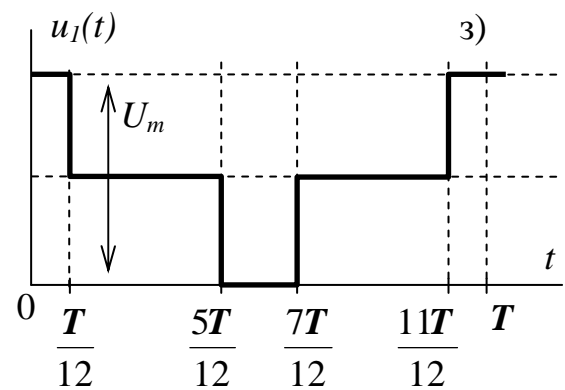
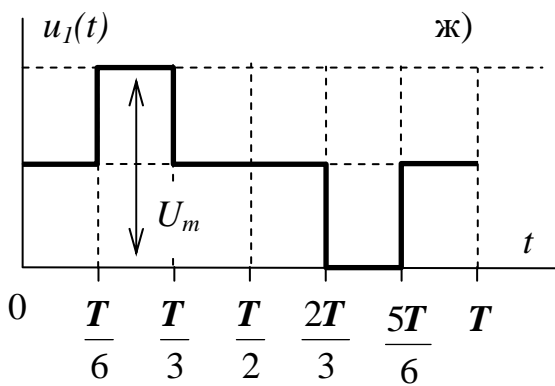
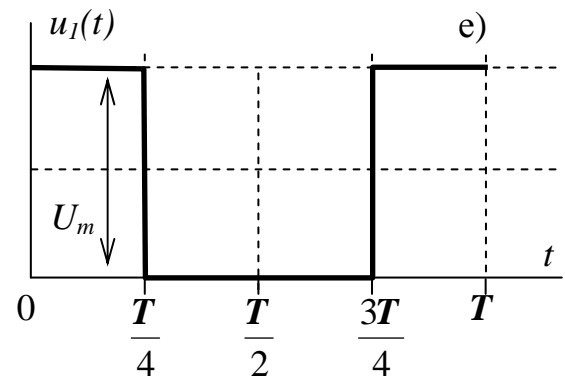
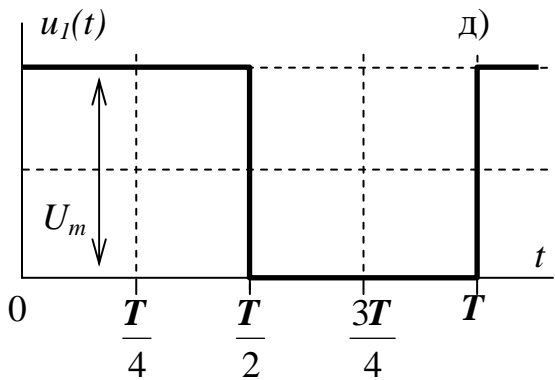
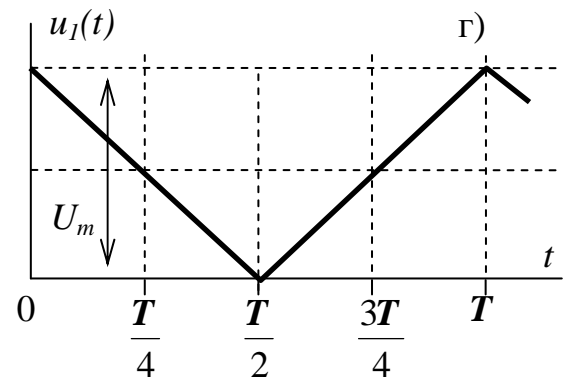
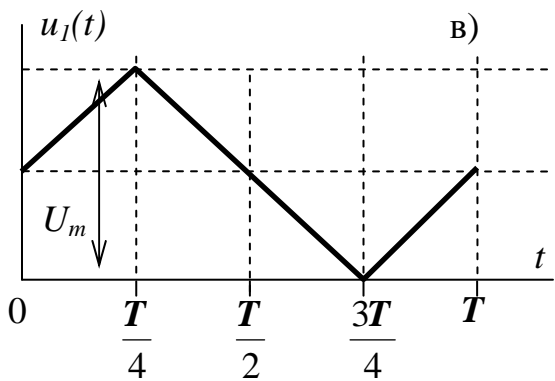
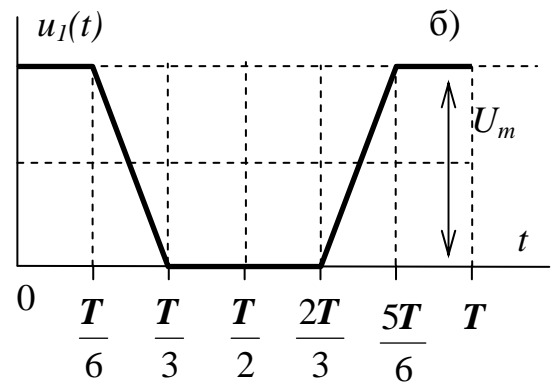
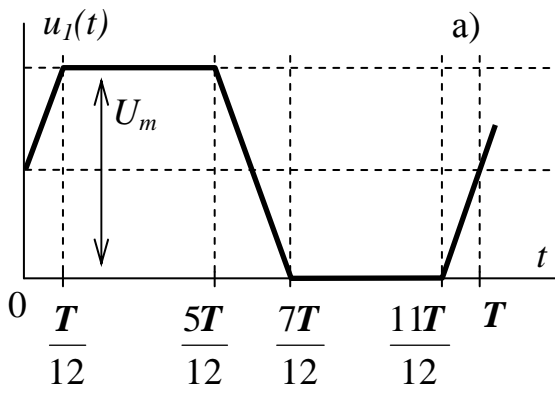


Рис. 17. К задаче 2.2. Графики периодических напряжений $u_1(t)$.

ЗАДАЧА 2.3

1. Используя схему и ее параметры из задачи 2.2, составить уравнения четырехполюсника в одной из матричных форм записи (A, Z, Y, G, H). Требуемая форма записи для каждого варианта приведена в табл. 6. Записать формулы для определения элементов матриц сначала в общем (буквенном), а затем в числовом виде.

2. Используя уравнения связи, проверить правильность определения коэффициентов. Определить меру передачи Г, коэффициенты затухания a и фазы b, характеристическое сопротивление Z_c.

3. Для сопротивления R_H из условия задачи 2.2 определить ток I₂ в нагрузке, приняв напряжение на нагрузке U₂ = 100 В. Подставив U₂, I₂ в основные уравнения четырехполюсника, определить входные напряжения и ток U₁, I₁.

Таблица 6

Формы записи уравнений четырехполюсника (к задаче 2.3)

| | | | | | |
|---------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Последняя цифра номера варианта | 1, 6 | 2, 7 | 3, 8 | 4, 9 | 5, 0 |
| Форма записи уравнений | <u>A</u> | <u>Y</u> | <u>G</u> | <u>Z</u> | <u>H</u> |

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ 2.1

Трехфазная цепь и примеры ее расчета подробно рассмотрены в [1], глава 10. Симметричной трехфазной системой ЭДС называют систему из трех гармонических ЭДС одинаковой амплитуды и частоты, начальные фазы которых различаются на 120°. Если при этом такая система нагружена на три одинаковых комплексных сопротивления, то вся цепь будет симметричной.

Условия симметрии трехфазной цепи:

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z};$$

$$e_A(t) = \sqrt{2} \cdot E \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha);$$

$$e_B(t) = \sqrt{2} \cdot E \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha - 120^\circ);$$

$$e_C(t) = \sqrt{2} \cdot E \cdot \sin(\omega \cdot t + \alpha + 120^\circ)$$

В комплексной форме:

$$\underline{E}_A = E \cdot e^{j \cdot \alpha};$$

$$\underline{E}_B = \underline{a}^2 \cdot \underline{E}_A = E \cdot e^{j \cdot (\alpha - 120^\circ)};$$

$$\underline{E}_C = \underline{a} \cdot \underline{E}_A = E \cdot e^{j \cdot (\alpha + 120^\circ)};$$

Здесь $\underline{a} = e^{j \cdot 120^\circ}$ – фазовый оператор.

Расчет симметричной трехфазной цепи производится на одну фазу, например, фазу А.

Для схемы рис.14 необходимо определить эквивалентное сопротивление фазы:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

Далее определяются линейные токи:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}}; \underline{I}_B = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_A; \underline{I}_C = \underline{a} \cdot \underline{I}_A$$

По правилу разброса (определение токов в параллельных ветвях) получаем:

$$\underline{I}_{1A} = \underline{I}_A \cdot \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}; \underline{I}_{2A} = \underline{I}_A \cdot \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$$

Токи в фазах А, В и С симметричны, поэтому

$$\underline{I}_{1B} = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_{1A}; \underline{I}_{2B} = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_{2A};$$

$$\underline{I}_{1C} = \underline{a} \cdot \underline{I}_{1A}; \underline{I}_{2C} = \underline{a} \cdot \underline{I}_{2A}$$

При расчете схемы рис.15 необходимо преобразовать треугольник сопротивлений в эквивалентную звезду. Поскольку нагрузка симметрична,

$$\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \frac{\underline{Z}_3}{3}$$

$$\text{Сопротивления фаз } \underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_3}{3} = \underline{Z}$$

После определения линейных токов

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}}; \underline{I}_B = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_A; \underline{I}_C = \underline{a} \cdot \underline{I}_A$$

определяем фазные токи в нагрузке:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{I}_A}{\sqrt{3}} \cdot e^{j \cdot 30^\circ}; \underline{I}_{bc} = \underline{a}^2 \cdot \underline{I}_{ab}; \underline{I}_{ca} = \underline{a} \cdot \underline{I}_{ab}$$

Напряжение между заданными точками **a** и **b** определяется по второму закону Кирхгофа. Например, для схемы рис.14

$$\underline{U}_{ab} = \underline{I}_A \cdot \underline{Z}_3 - \underline{I}_B \cdot \underline{Z}_3 = (\underline{I}_A - \underline{I}_B) \cdot \underline{Z}_3.$$

Активная мощность, вырабатываемая в трехфазной цепи

$$P = E_A \cdot I_A \cdot \cos \varphi_A + E_B \cdot I_B \cdot \cos \varphi_B + E_C \cdot I_C \cdot \cos \varphi_C.$$

Если трехфазная цепь симметрична, то

$P = 3 \cdot E_A \cdot I_A \cdot \cos \varphi_A$, где φ_A – угол сдвига между фазным током и напряжением.

Пример построения векторной диаграммы для симметричной трехфазной цепи приведен в [1], пример 10.1. Лучевую векторную диаграмму токов строят на комплексной плоскости из начала координат. Для построения топографической векторной диаграммы напряжений удобно в начало координат поместить точку *N* нейтрали генератора. Из точки *N* строятся векторы фазных ЭДС генератора. Векторы падений напряжения на сопротивлениях нагрузки направлены на диаграмме в сторону повышения

потенциала (если смотреть по схеме, то навстречу току). Приведем пример построения векторной диаграммы для схемы рис.14.

Линейные напряжения:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{E}_A \cdot \sqrt{3} \cdot e^{j30^\circ} = 173 \cdot e^{j120^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{a}^2 \cdot \underline{U}_{AB} = 173 \cdot e^{j0^\circ} \text{ В};$$

$$\underline{U}_{CA} = \underline{a} \cdot \underline{U}_{AB} = 173 \cdot e^{j240^\circ} \text{ В}.$$

Падения напряжений и ток в фазе А:

$$\underline{E}_A = 100 \cdot e^{j90^\circ} \text{ В}; \quad \underline{I}_A = 10 \cdot e^{j60^\circ} \text{ А}; \quad \underline{U}_a = \underline{I}_A \cdot \underline{Z}_3 = 86,6 \cdot e^{j60^\circ} \text{ В}$$

$$\underline{U}_{1A} = \underline{U}_{2A} = \underline{I}_{1A} \cdot \underline{Z}_1 = \underline{I}_{2A} \cdot \underline{Z}_2 = 50 \cdot e^{j150^\circ} \text{ В};$$

Напряжения и токи в фазах В и С сдвинуты относительно напряжений и тока в фазе А на $\mp 120^\circ$.

Диаграмма приведена на рис.18. Следует отметить, что в данной схеме вследствие ее симметрии нейтральные точки генератора N и нагрузки n имеют одинаковый потенциал и на диаграмме совпадают.

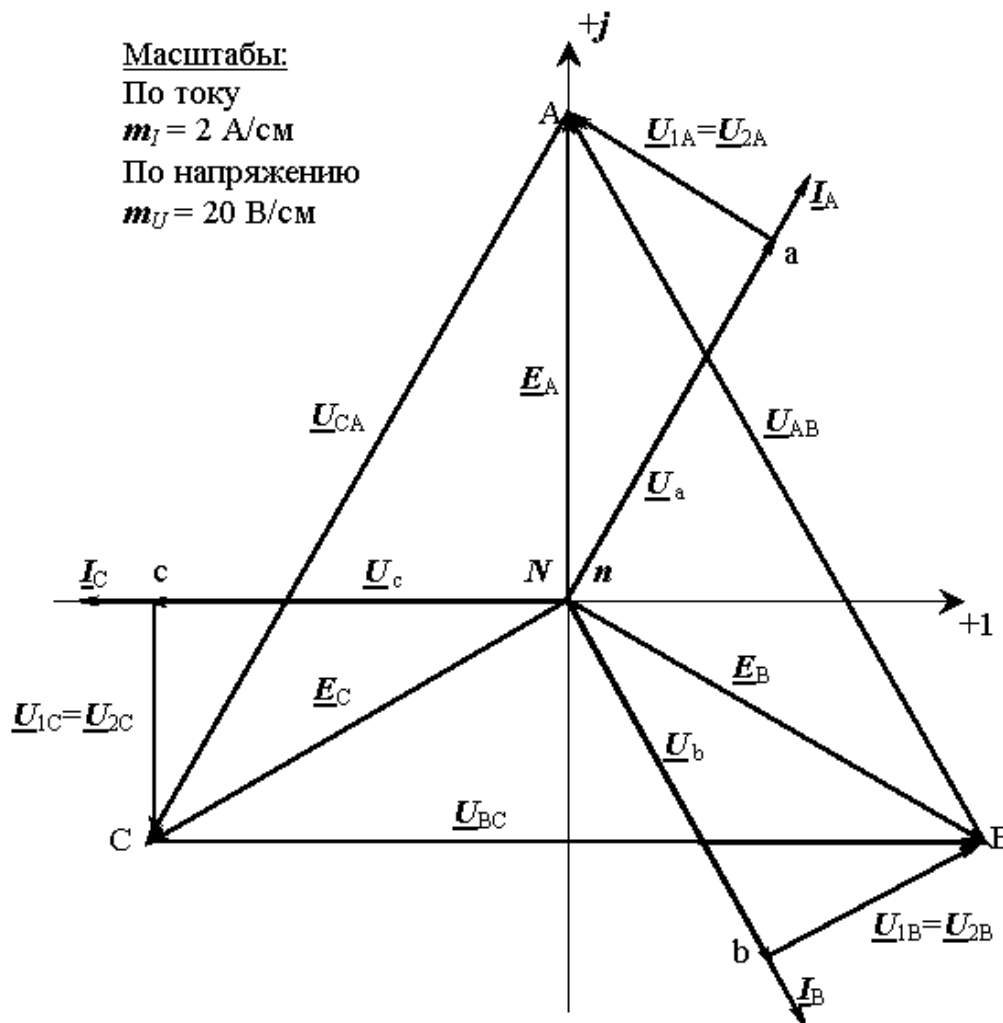


Рис.18. Векторные диаграммы токов и напряжений для схемы рис.14.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ 2.2

Разложение несинусоидальных функций в ряд Фурье подробно описано в [5], гл. 4.4. Например, для кривой рис.17з с учетом постоянной составляющей $\frac{U_m}{2}$ получим:

$$u_1(t) = \frac{U_m}{2} + \frac{2 \cdot U_m}{\pi} \cdot \left(\sin \frac{\omega T}{12} \cdot \cos \omega t + \frac{1}{3} \cdot \sin \frac{3\omega T}{12} \cdot \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cdot \sin \frac{5\omega T}{12} \cdot \cos 5\omega t \right)$$

здесь $\frac{\omega T}{12} = \alpha = 30^\circ$ – начальная фаза кривой, поэтому $\frac{3\omega T}{12} = 90^\circ$; $\frac{5\omega T}{12} = 150^\circ$. В результате получаем формулу для разложения $u_1(t)$ до пятой гармоники включительно:

$$u_1(t) = \frac{U_m}{2} + \frac{2 \cdot U_m}{\pi} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \cos \omega t + \frac{1}{3} \cdot \cos 3\omega t + \frac{1}{2 \cdot 5} \cdot \cos 5\omega t \right)$$

Кривая рис.17ж запаздывает относительно кривой рис.17з на время $\frac{T}{4}$, поэтому для нее разложение будет выглядеть следующим образом:

$$u_1(t) = \frac{U_m}{2} + \frac{2 \cdot U_m}{\pi} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \cos \omega \left(t - \frac{T}{4} \right) + \frac{1}{3} \cdot \cos 3\omega \left(t - \frac{T}{4} \right) + \frac{1}{10} \cdot \cos 5\omega \left(t - \frac{T}{4} \right) \right] =$$

$$= \frac{U_m}{2} + \frac{2 \cdot U_m}{\pi} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \sin \omega t - \frac{1}{3} \cdot \sin 3\omega t + \frac{1}{10} \cdot \sin 5\omega t \right)$$

Вывод формулы напряжения на выходе схемы \underline{U}_{2m} через параметры схемы и напряжение на ее входе \underline{U}_{1m} покажем на примере схемы рис.19:

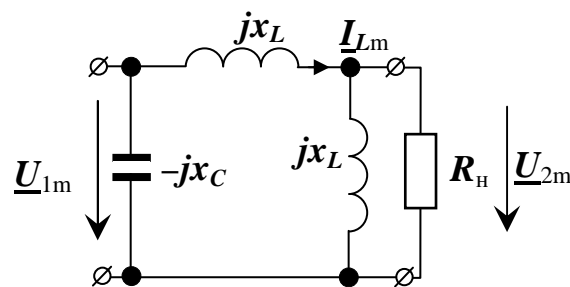


Рис. 19. Схема для расчета комплексных амплитуд гармоник напряжения \underline{U}_{2m}

Согласно второму закону Кирхгофа,

$$\underline{U}_{1m} = \underline{U}_{2m} + \underline{I}_{Lm} \cdot jx_L;$$

С другой стороны, $\underline{I}_{Lm} = \frac{\underline{U}_{1m}}{\underline{Z}_{\text{ЭКВ}}}$, где

$$\underline{Z}_{\text{экв}} = j \cdot x_L + \frac{j \cdot x_L \cdot R_H}{j \cdot x_L + R_H} = \frac{2 \cdot j \cdot x_L \cdot R_H - x_L^2}{j \cdot x_L + R_H}.$$

Тогда $\underline{I}_L = \underline{U}_{1m} \cdot \frac{j \cdot x_L + R_H}{2 \cdot j \cdot x_L \cdot R_H - x_L^2}$. Подставляя это выражение в

уравнения для \underline{U}_{2m} , получим:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{2m} &= \underline{U}_{1m} \cdot \left[1 - \frac{(j \cdot x_L + R_H) \cdot j \cdot x_L}{2 \cdot j \cdot x_L \cdot R_H - x_L^2} \right] = \underline{U}_{1m} \cdot \frac{j \cdot R_H}{2 \cdot j \cdot R_H - x_L} = \\ &= \underline{U}_{1m} \cdot \frac{2 \cdot R_H^2 + j \cdot R_H \cdot x_L}{4 \cdot R_H^2 + x_L^2} \end{aligned}$$

Выведенная формула справедлива только для гармоник, начиная с первой. Ее нельзя применить для расчета постоянной составляющей выходного напряжения, поскольку при ее выводе производилось деление на x_L , которое для постоянной составляющей равно 0.

При выводе формулы можно использовать любые известные методы расчета, например, метод контурных токов.

При определении комплексных амплитуд гармонических составляющих необходимо учитывать, что

$$x_L^{(k)} = k \cdot \omega \cdot L = k \cdot x_L^{(1)};$$

$$x_C^{(k)} = \frac{1}{k \cdot \omega \cdot C} = \frac{x_C^{(1)}}{k},$$

где k – номер гармоники; $x_L^{(1)}$, $x_C^{(1)}$, $x_L^{(k)}$, $x_C^{(k)}$ – реактивные сопротивления индуктивности и емкости для первой и k -й гармоник соответственно.

Допустим, что на схему рис. 19, элементы которой имеют параметры: $C = 10,61$ мкФ; $L = 159$ мГн, $R_H = 100$ Ом, действует напряжение, записываемое рядом Фурье ($\omega = 314$ с⁻¹):

$$u_1(t) = 40 + 30 \cdot \cos \omega t + 20 \cdot \cos 3\omega t + 10 \cdot \cos 5\omega t$$

Тогда:

$$U_{1m}^{(0)} = 40 \text{ В}, \quad U_{1m}^{(1)} = 30 \cdot e^{j90^\circ} \text{ В}, \quad U_{1m}^{(3)} = 20 \cdot e^{j90^\circ} \text{ В}, \quad U_{1m}^{(5)} = 10 \cdot e^{j90^\circ} \text{ В}.$$

Определим реактивные сопротивления для отдельных гармоник: при $k = 0$ (для постоянной составляющей) получаем $x_L^{(0)} = 0$, $x_C^{(0)} = \infty$,

поэтому в данной схеме $U_{2m}^{(0)} = 0$;

$$x_L^{(1)} = 1 \cdot 314 \cdot 0,159 \approx 50 \text{ Ом}, \quad x_C^{(1)} = \frac{1}{1 \cdot 314 \cdot 10,61 \cdot 10^{-6}} \approx 300 \text{ Ом};$$

$$x_L^{(3)} = 3 \cdot x_L^{(1)} = 150 \text{ Ом}, x_C^{(3)} = \frac{x_C^{(1)}}{3} = 100 \text{ Ом};$$

$$x_L^{(5)} = 5 \cdot x_L^{(1)} = 250 \text{ Ом}, x_C^{(5)} = \frac{x_C^{(1)}}{5} = 60 \text{ Ом}.$$

Определим гармонический состав выходного напряжения. Как уже указывалось выше, постоянной составляющей на выходе схемы не будет: $\underline{U}_{2m}^{(0)} = 0$.

Комплексные амплитуды гармоник, начиная с первой, определяются как:

$$\underline{U}_{2m}^{(1)} = \underline{U}_{1m}^{(1)} \cdot \frac{2 \cdot R_H^2 + j \cdot R_H \cdot x_L^{(1)}}{4 \cdot R_H^2 + x_L^{(1)2}} = 14,55 \cdot e^{j76^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_{2m}^{(3)} = \underline{U}_{1m}^{(3)} \cdot \frac{2 \cdot R_H^2 + j \cdot R_H \cdot x_L^{(3)}}{4 \cdot R_H^2 + x_L^{(3)2}} = 8,00 \cdot e^{j53^\circ} \text{ В},$$

$$\underline{U}_{2m}^{(5)} = \underline{U}_{1m}^{(5)} \cdot \frac{2 \cdot R_H^2 + j \cdot R_H \cdot x_L^{(5)}}{4 \cdot R_H^2 + x_L^{(5)2}} = 3,12 \cdot e^{j39^\circ} \text{ В},$$

Примечание. Емкостное сопротивление для расчета данной конкретной схемы не понадобилось, что вовсе не означает, что оно не понадобится для расчета схем другой конфигурации. Поэтому в примере приведена методика расчета такого сопротивления для всех гармоник воздействующего напряжения.

Итак, мгновенное значение напряжения на нагрузке запишется в виде

$$u_2(t) = 14,55 \cdot \sin(\omega \cdot t + 76^\circ) + 8,00 \cdot \sin(3 \cdot \omega \cdot t + 53^\circ) + 3,12 \cdot \sin(5 \cdot \omega \cdot t + 39^\circ) \text{ В}$$

Линейчатые амплитудно-частотные спектры входного и выходного напряжений приведены на рис. 20.

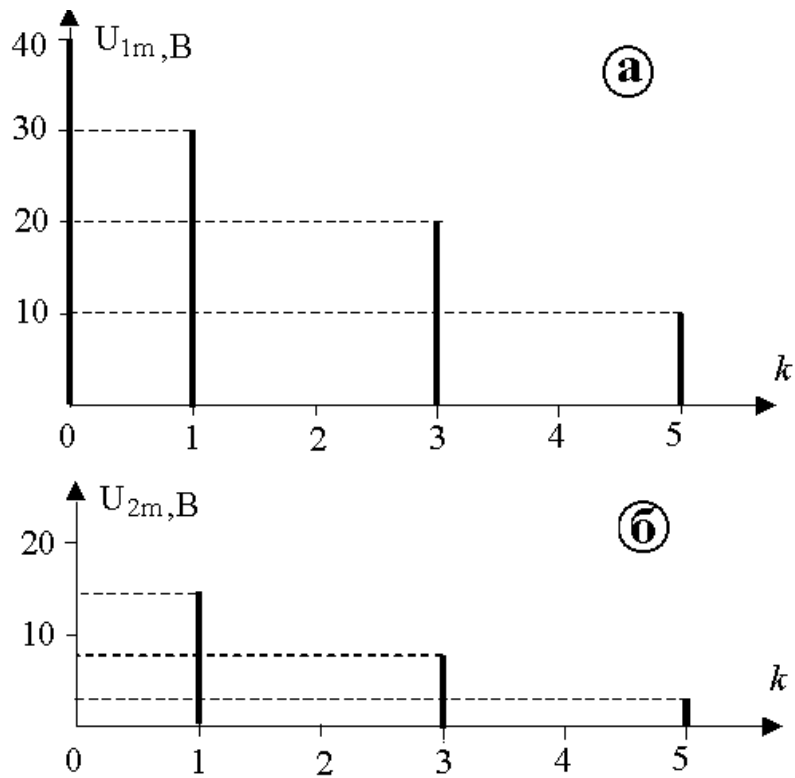


Рис. 20. Линейчатый амплитудно-частотный спектр входного (а) и выходного (б) напряжений

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ЗАДАЧЕ 2.3

Уравнения четырехполюсника в матричной форме и примеры определения элементов матриц приведены в [2], §§ 6.1 – 6.4 и в [4], задачи 4.1, 4.2, 4.8, 4.11, 4.13, 4.15.

Независимо от ориентации токов относительно выходных зажимов, основные уравнения четырехполюсника в матричной форме имеют вид:

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} - \underline{A}\text{-форма};$$

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} - \underline{Y}\text{-форма};$$

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} - \underline{Z}\text{-форма};$$

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{H}_{11} & \underline{H}_{12} \\ \underline{H}_{21} & \underline{H}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} - \underline{H}\text{-форма};$$

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{G}_{11} & \underline{G}_{12} \\ \underline{G}_{21} & \underline{G}_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} - \underline{G}\text{-форма};$$

Для обратимых четырехполюсников справедливы уравнения связи:

$$\underline{A}_{11} \cdot \underline{A}_{22} - \underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21} = 1; \quad \underline{Y}_{21} = \underline{Y}_{12}; \quad \underline{Z}_{21} = \underline{Z}_{12}; \quad \underline{H}_{21} = -\underline{H}_{12}; \quad \underline{G}_{21} = -\underline{G}_{12}.$$

Матричные коэффициенты могут быть найдены при расчете схемы замещения четырехполюсника. Любой сколь угодно сложный по внутреннему строению четырехполюсник может быть представлен Т- или П-схемой замещения (рис. 21).

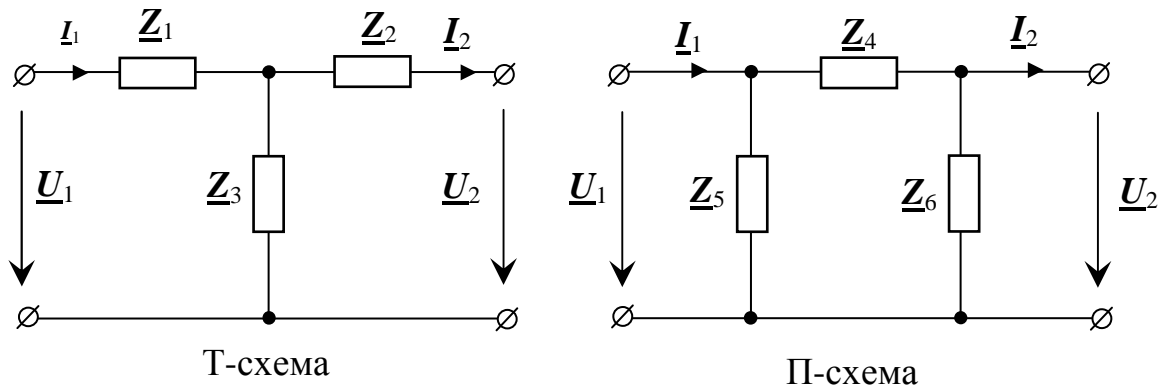


Рис. 21. Т- и П-схемы замещения четырехполюсника

Например, для Т-схемы по законам Кирхгофа можно записать:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \frac{\underline{U}_2 + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3} = \underline{U}_2 \cdot \frac{1}{\underline{Z}_3} + \underline{I}_2 \cdot \left(1 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}\right)$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = \underline{U}_2 \cdot \left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3}\right) + \underline{I}_2 \cdot \left(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}\right)$$

Отсюда получаем выражения для коэффициентов A-формы:

$$\underline{A}_{11} = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3}; \quad \underline{A}_{12} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}; \quad \underline{A}_{21} = \frac{1}{\underline{Z}_3}; \quad \underline{A}_{22} = 1 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}$$

Аналогичные выражения можно получить и для П-схемы:

$$\underline{A}_{11} = 1 + \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_6}; \quad \underline{A}_{12} = \underline{Z}_4; \quad \underline{A}_{21} = \frac{\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 + \underline{Z}_6}{\underline{Z}_5 \cdot \underline{Z}_6}; \quad \underline{A}_{22} = 1 + \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_5}$$

Из коэффициентов A-формы можно получить коэффициенты всех остальных форм записи уравнений четырехполюсника:

$$\underline{Y}_{11} = \frac{\underline{A}_{22}}{\underline{A}_{12}}; \quad \underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21} = -\frac{1}{\underline{A}_{12}}; \quad \underline{Y}_{22} = \frac{\underline{A}_{11}}{\underline{A}_{12}};$$

$$\underline{Z}_{11} = \frac{\underline{A}_{11}}{\underline{A}_{21}}; \quad \underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = \frac{1}{\underline{A}_{21}}; \quad \underline{Z}_{22} = \frac{\underline{A}_{22}}{\underline{A}_{21}};$$

$$\underline{H}_{11} = \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{22}}; \quad \underline{H}_{12} = \frac{1}{\underline{A}_{22}}; \quad \underline{H}_{21} = -\frac{1}{\underline{A}_{22}}; \quad \underline{H}_{22} = \frac{\underline{A}_{21}}{\underline{A}_{22}};$$

$$\underline{G}_{11} = \frac{\underline{A}_{21}}{\underline{A}_{11}}; \quad \underline{G}_{12} = -\frac{1}{\underline{A}_{11}}; \quad \underline{G}_{21} = \frac{1}{\underline{A}_{11}}; \quad \underline{G}_{22} = \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{11}};$$

Для симметричного четырехполюсника в режиме согласованной нагрузки, когда $\underline{Z}_{1\text{вх}} = \underline{Z}_{2\text{вх}} = \underline{Z}_c$, можно определить характеристическое сопротивление $\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{21}}}$ и меру передачи:

$$\underline{\Gamma} = \ln(\underline{A}_{11} + \sqrt{\underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21}}) = \underline{a} + j \cdot \underline{b},$$

здесь \underline{a} [Нп] – коэффициент затухания;

\underline{b} [рад] – коэффициент фазы.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Литература обязательная

1. Основы теории цепей / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин и др. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 526 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Высшая школа, 1996. – 559 с.
3. Р.Н.Сметанина, Г.В.Носов, Ю.Н.Исаев Теоретические основы электротехники. Часть 1. – Томск: Изд. ТПУ, 2005.– 107 с.
4. Сборник задач и упражнений по ТОЭ/ Под. ред. П.А. Ионкина. – М.: Энергоатомиздат, 1982. – 768 с.
5. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1986. – 544 с.

5.2. Учебно-методические пособия

6. Руководство к лабораторным работам по теоретическим основам электротехники/ В.Д. Эськов, Г.В.Носов, Ю.Н.Исаев – Томск: Изд. ТПУ, 2001.– 52 с.

