

Лабораторная работа 2

Решение нелинейных уравнений

1. Цель работы: показать умения находить решения различных нелинейных уравнений, анализировать их и выбирать необходимую точность решения.

2. Задачи работы:

- освоить методы решения нелинейных уравнений различной степени сложности;
- уметь проанализировать результаты решения нелинейных уравнений методами *Mathcad*;
- научиться выбирать оптимальное для поставленной задачи значение точности решения.

3. Общее описание задания

При выполнении лабораторной работы необходимо провести все вычислительные операции с целью получения ответа на те вопросы, которые были поставлены перед студентом в каждом конкретном случае (в соответствии с вариантом задания).

Исходные данные представлены в виде нелинейных уравнений.

По исходным данным необходимо:

Часть 1

1.1. Вычислить корни алгебраического уравнения n -ой степени

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$$

с точностью: а) 0, 1; б) 0, 01; в) 0, 001.

1.2. Проанализировать, как влияет точность вычислений на значения корней. Сделать вывод о целесообразности дальнейшего увеличения точности.

Часть 2

2.1. Найти корни нелинейного уравнения вида $f(x) = 0$.

2.2. Найти корни нелинейных уравнений $f(x - a) = 0$, $f(x + a) = 0$, $f^2(x) = 0$, $f(x) + a = 0$.

2.3. Проанализировать, как изменяются корни уравнения при изменении аргумента функции.

4. Варианты задания.

Вариант 2.1

Часть 1

1.1. $101x^8 + 37x^7 + 95x^6 - 36x^5 - 56x^4 - 75x^3 + 102x^2 + 39x - 421 = 0.$

Часть 2

2.1. $\sin^2 x \cdot 3^{5x} - x^3 \cdot 4^{2x-6} + 81 = 0; a = 48.$

Вариант 2.2

Часть 1

1.1. $641x^7 - 195x^6 + 321x^5 - 1256x^4 - 725x^3 + 14x^2 + 784x - 5512 = 0.$

Часть 2

2.1. $\sin^2 x \cdot \log_8(x+5) - x^3 \cos 81x = 0; a = 8.$

Вариант 2.3

Часть 1

1.1. $231x^8 + 137x^7 + 55x^6 - 123x^5 - 44x^4 - 175x^3 + 230x^2 + 14x - 21 = 0.$

Часть 2

2.1. $\cos^2 x \cdot 2^{5x} - x^3 \cdot 3^{2x-6} + 35 = 0; a = 12.$

Вариант 2.4

Часть 1

1.1. $351x^7 - 147x^6 + 212x^5 - 788x^4 - 863x^3 + 131x^2 + 561x - 347 = 0.$

Часть 2

2.1. $\cos^2 x \cdot \log_2(x-3) - x^2 \lg(15x+3) = 0; a = 3.$

Вариант 2.5

Часть 1

1.1. $233x^8 + 317x^7 + 5x^6 - 6x^5 - 506x^4 - 175x^3 + 16x^2 + 419x - 1 = 0.$

Часть 2.

2.1. $(x + 4)^{-6} \cdot e^{4x} - x^3 \cdot 12^{2x-6} + 15 = 0; a = 4.$

Вариант 2.6

Часть 1

1.1. $61x^7 + 95x^6 - 2|51x^5 - 256x^4 + 725x^3 - 149x^2 + 784x - 512 = 0.$

Часть 2

2.1. $\sin^2 x \cdot \log_7(x - 5) - x^3 \cos 56x = 0; a = 4.$

Вариант 2.7

Часть 1

1.1. $75x^8 + 54x^7 + 48x^6 - 214x^5 - 46x^4 + 175x^3 + 102x^2 + 39x - 421 = 0.$

Часть 2

2.1. $\sin^2 x \cdot 7^{3x} - x^2 \cdot 2^{4x-6} - 9 = 0; a = 28.$

Вариант 2.8

Часть 1

1.1. $641x^7 + 195x^6 + 321x^5 + 256x^4 - 725x^3 - 14x^2 - 484x - 552 = 0.$

Часть 2

2.1. $\sin^3 x \cdot \log_9(x + 15) - (x - 5)^3 \cos 8x = 0; a = 8.$

Вариант 2.9

Часть 1

1.1. $91x^8 + 67x^7 + 55x^6 - 36x^5 - 156x^4 - 75x^3 + 12x^2 + 39x - 42 = 0.$

Часть 2

2.1. $\sin^5 x \cdot 3^{5x+4} - x^4 \cdot 4^{x-16} + 181 = 0; a = 48.$

Вариант 2.10

Часть 1

1.1. $123x^7 - 15x^6 + 32x^5 - 126x^4 - 425x^3 + 114x^2 + 384x - 551 = 0$.

Часть 2

2.1. $\sin^2 x \cdot \log_8(x - 6) - x^3 \cos 24x = 0$; $a = 52$

Вариант 2.11

Часть 1

1.1. $88x^8 + 37x^7 + 99x^6 - 36x^5 - 56x^4 - 75x^3 + 82x^2 + 59x - 433 = 0$.

Часть 2

2.1. $\sin^2 x \cdot 3^{5x} - x^3 \cdot 8^{2x-6} + 67 = 0$; $a = 25$.

Вариант 2.12

Часть 1

1.1. $341x^7 + 5x^6 + 321x^5 - 16x^4 - 525x^3 + 154x^2 + 584x - 412 = 0$.

Часть 2

2.1. $\sin^2 x \cdot \log_6(x + 5) - x^3 \cos(8x + 12.5\pi) = 0$; $a = 33$.

Вариант 2.13

Часть 1

1.1. $85x^9 + 7x^8 - 125x^6 + 156x^4 - 75x^3 + 215x^2 + 397x - 543 = 0$.

Часть 2

2.1. $\sin^2 2x \cdot e^{4x-1} - x^3 \cdot 5^{2x-6} + 22 = 0$; $a = 34$.

Вариант 2.14

Часть 1

1.1. $41x^9 - 195x^7 + 321x^5 - 1256x^4 - 725x^3 + 14x^2 + 784x - 512 = 0$.

Часть 2

2.1. $\sin^2 6x \cdot \log_{6x}(x + 4) - x^3 \cos 7x = 0$; $a = 30$.

Вариант 2.15

Часть 1

1.1. $85x^8 + 17x^7 - 125x^6 + 156x^4 - 75x^3 + 215x^2 + 397x - 543 = 0$.

Часть 2

2.1. $\sin^2 2x \cdot 6^{4x-1} - x^3 \cdot 5^{2x-6} + 333 = 0$; $a = 34$.

Вариант 2.16

Часть 1

1.1. $51x^8 - 195x^6 + 321x^5 - 1256x^4 - 725x^3 + 14x^2 + 884x - 445 = 0$.

Часть 2

2.1. $\sin^2 2x \cdot \log_{4x}(x - 6) - x^3 \cos 3x = 0$; $a = 40$.

5. Контрольные вопросы

1. Что называется алгебраическим уравнением?
2. Какие типы алгебраических уравнений Вам известны?
3. Что называется корнем уравнения?
4. Из чего состоит множество решений уравнения?
5. Какие уравнения называются линейными?
6. Какие уравнения являются эквивалентными?
7. Какие преобразования уравнений можно делать, не изменяя корней уравнений?
8. Какие уравнения называются уравнениями с параметрами?
9. Для каких степеней алгебраических уравнений известны общие формулы их решения?
10. Сколько корней имеет алгебраическое уравнение n -ой степени?
11. Сколько комплексных корней может иметь уравнение нечетной степени?
12. Сколько комплексных корней может иметь уравнение четной степени?
13. Сколько действительных корней может иметь уравнение нечетной степени?
14. Сколько действительных корней может иметь уравнение четной степени?

15. Какие средства *Mathcad* позволяют определять корни нелинейных уравнений?
16. Как задать точность определения корней при отыскании их средствами *Mathcad*?
17. Какие приближённые методы нахождения корней нелинейных уравнений Вам известны?
18. На каком свойстве функций основаны приближенные методы нахождения корней уравнений?
19. Что такое абсолютная погрешность вычислений?
20. Что называется относительной погрешностью вычислений?
21. Можно ли построить линейное пространство на множестве уравнений n -ой степени?