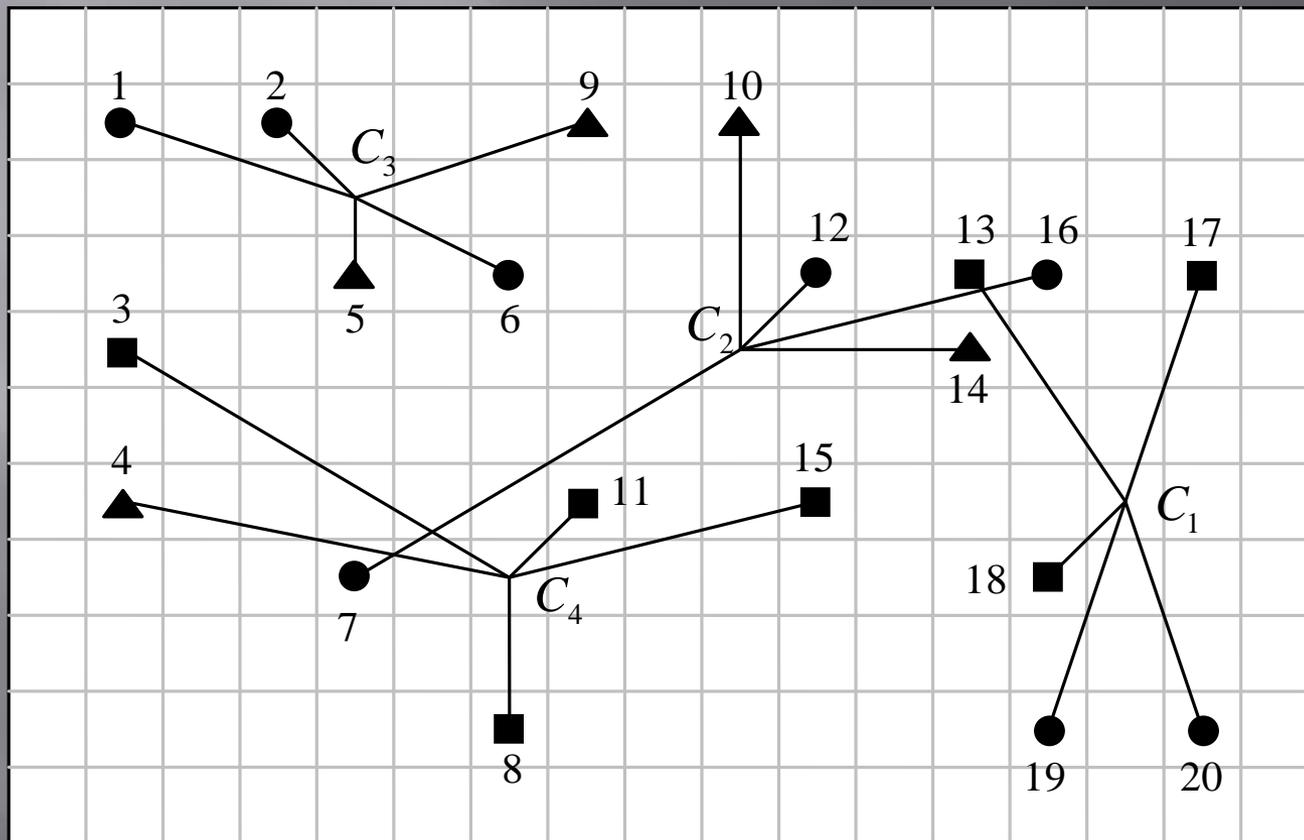


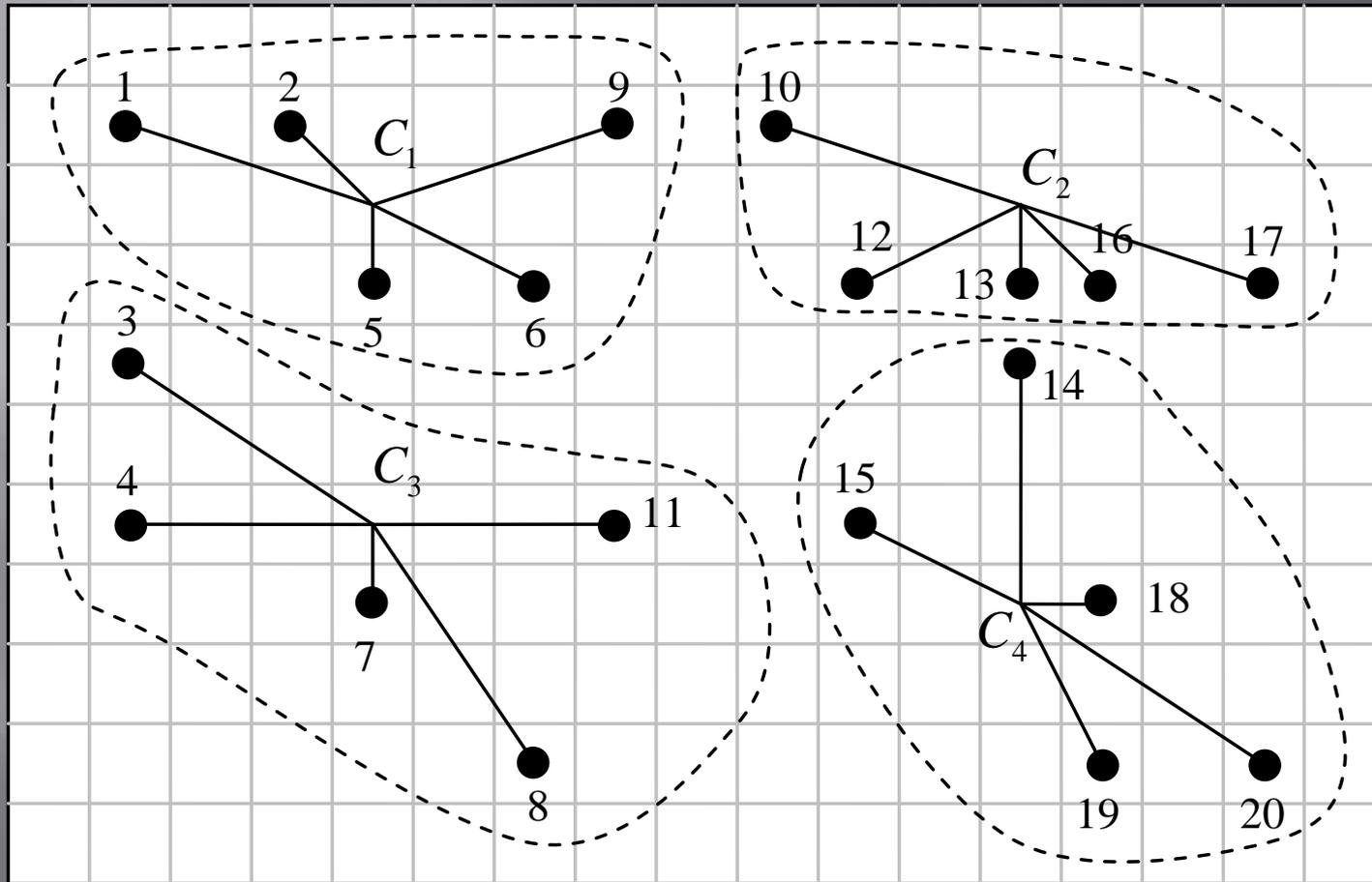
# РАЗМЕЩЕНИЕ СТАНЦИЙ НА ТОПОЛОГИЧЕСКОМ ПОЛЕ И ПОДКЛЮЧЕНИЕ ТЕРМИНАЛЬНЫХ ТОЧЕК

Погребной А.В.

# Пример задачи размещения станций



# Вариант разрезания топологического графа



# Алгоритм $\alpha_1$

1. Первым полюсом  $q_{i1}$  принимается точка  $q_i \in Q$ , которая максимально удалена, от всех других точек множества  $Q$ . Точка  $q_{i1}$  выбирается согласно выражению:

$$\forall q_i \in Q \left[ \sum_{q_j \in Q \setminus q_i} d_{ij} = \max \right] \Rightarrow (q_i = q_{i1}). \quad (4.2)$$

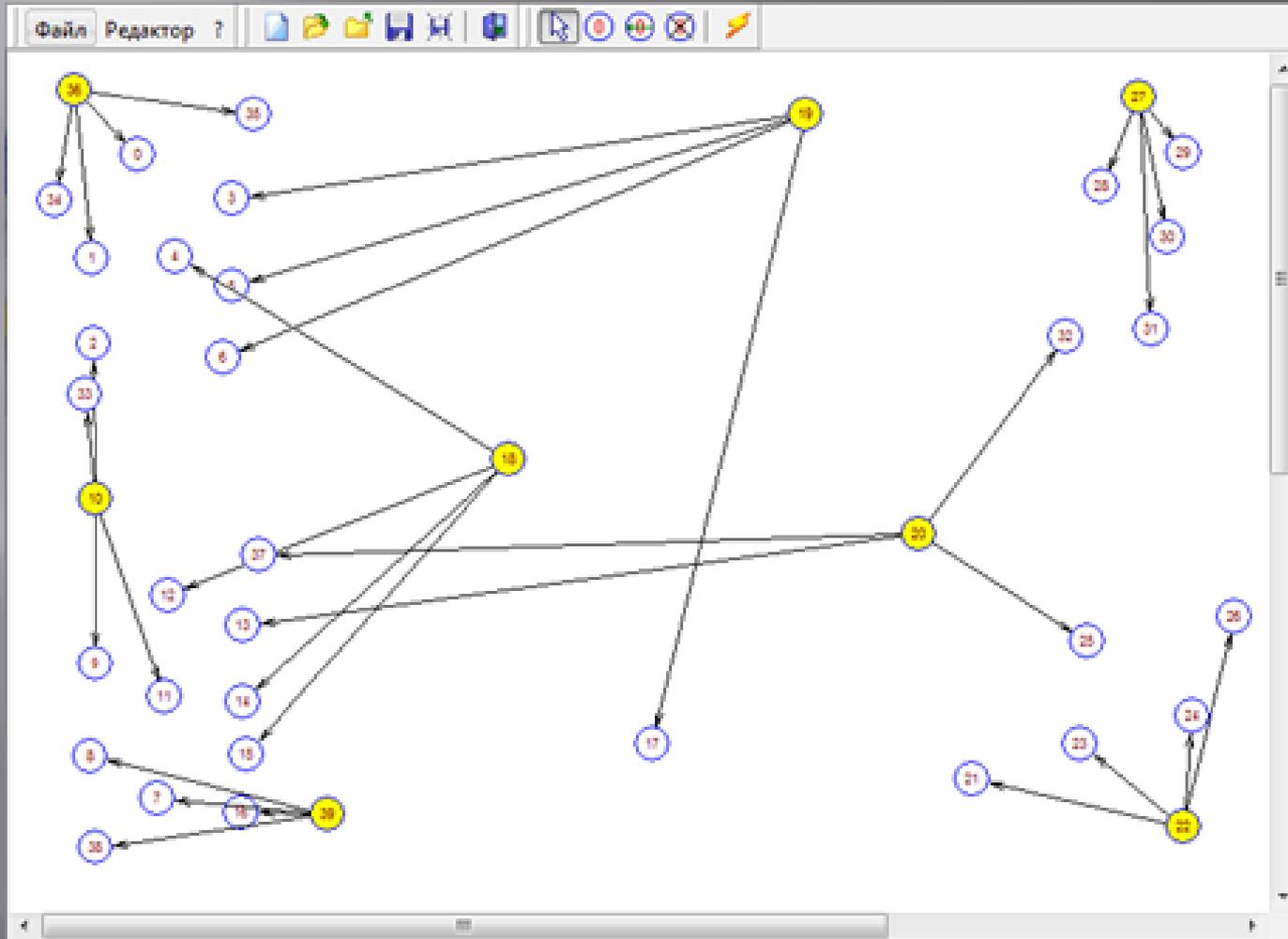
Здесь  $d_{ij}$  – расстояние между точками  $q_i$  и  $q_j$ . Точка  $q_{i1}$  заносится в множество полюсов  $Q_p$ .

2. Для каждой точки  $q_i \in Q \setminus Q_p$  определяются расстояния  $d_{ip}$  от точки  $q_i$  до полюсов  $q_{ip} \in Q_p$ . Среди этих расстояний выбирается минимальное  $d_{ip}^*$  и запоминается. Таким образом, каждой точке  $q_i \in Q \setminus Q_p$  соответствует величина  $d_{ip}^*$ .

3. Среди множества величин  $\{d_{ip}^*\}$  выбирается максимальное значение, а соответствующая точка  $q_i \in Q \setminus Q_p$  принимается в качестве очередного  $p$ -го полюса  $q_{ip}$  и включается в множество  $Q_p$ .

Операции 2 и 3 повторяются до тех пор пока число полюсов в множестве  $Q_p$  не достигнет величины  $P = |Q_p|$ , т.е.станет равным числу размещаемых станций.

*Пример выбора полюсов по алгоритму  $\alpha_1$*

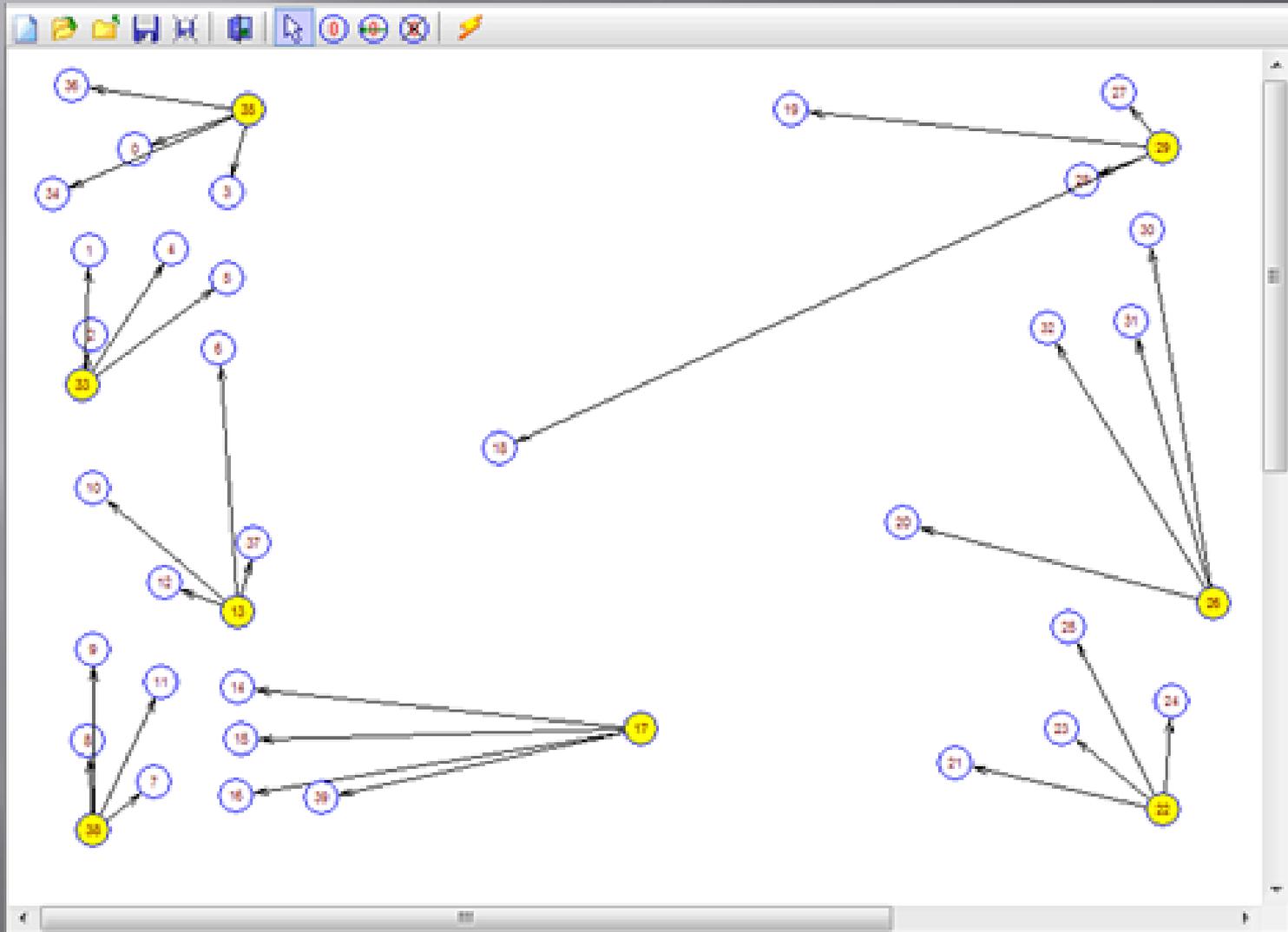


- ▣ Основным свойством алгоритма является равномерность расположения полюсов по площади поля. Это свойство можно отнести к достоинству по отношению к полюсам с регулярной плотностью расположения точек и недостатку по отношению к нерегулярному расположению точек. Так, из рис. видно, что полюса в центре вынуждены подключать точки с окраин. Основная идея решающего правила, реализованного в алгоритме, исходит из представления о том, что в отношении более удаленных точек имеет место более высокая неопределенность по вхождению в конкретные подмножества, т.е. удаленные друг от друга точки имеют большую «свободу выбора» подмножеств, в которые они могут войти. Более подробно это положение здесь не рассматривается.

## Алгоритм $\alpha_3$

Отличие алгоритма  $\alpha_3$  от  $\alpha_1$  заключается в том, что после выбора по выражению первого полюса выполняется подключение к нему ближайших точек, согласно числу точек, подключаемых к станции, и полученное подмножество точек исключается из дальнейшего рассмотрения. Для выбора второго полюса на оставшемся множестве точек повторно выполняется операция выбора первого полюса по выражению. Определяется подмножество ближайших точек для станции  $S_2$  и исключается из рассмотрения. Выбор последующих полюсов и исключение подмножеств производится аналогично.

# Результат работы алгоритма $\alpha_3$



# Задача подключения точек к станциям

$$\sum_{s=1}^S \sum_{i=1}^n d_{si} x_{si} \Rightarrow \min; \quad (4.4)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{si} = a_s, \quad s = 1, 2, \dots, S; \quad (4.5)$$

$$\sum_{s=1}^S x_{si} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4.6)$$

Критерий (4.4) минимизирует суммарные расстояния от станций до подключаемых к ним точек. Уравнения (4.5) обеспечивают подключение к каждой станции  $C_s$  ровно  $a_s$  точек. Уравнения (4.6) обеспечивают подключение каждой точки  $q_i$  только к одной станции.

$i=$	1	2	3	4	5	$a_s$
$s=1$	20	15	8	13	2	1
2	2	7	14	9	20	2
3	9	4	3	10	9	2

*Рис. 4.6. Матрица расстояний*

# Задача подключения точек запишется в виде:

$$20x_{1,1} + 15x_{1,2} + 8x_{1,3} + 13x_{1,4} + 2x_{1,5} + 2x_{2,1} + 7x_{2,2} + 14x_{2,3} + 9x_{2,4} + 20x_{2,5} + 9x_{3,1} + 4x_{3,2} + 3x_{3,3} + 10x_{3,4} + 9x_{3,5} \Rightarrow \min;$$

$$x_{1,1} + x_{1,2} + x_{1,3} + x_{1,4} + x_{1,5} = 1;$$

$$x_{2,1} + x_{2,2} + x_{2,3} + x_{2,4} + x_{2,5} = 2;$$

$$x_{3,1} + x_{3,2} + x_{3,3} + x_{3,4} + x_{3,5} = 2;$$

$$x_{1,1} + x_{2,1} + x_{3,1} = 1;$$

$$x_{1,2} + x_{2,2} + x_{3,2} = 1;$$

$$x_{1,3} + x_{2,3} + x_{3,3} = 1;$$

$$x_{1,4} + x_{2,4} + x_{3,4} = 1;$$

$$x_{1,5} + x_{2,5} + x_{3,5} = 1.$$

# Размещение станций на основе компактных разбиений

$$\sum_{s=1}^S \sum_{q_i, q_j \in Q_s} d_{ij} \Rightarrow \min; \quad (4.7)$$

$$\bigcup_s Q_s = Q, Q_s \cap Q_t = \emptyset, s, t = 1, 2, \dots, S; \quad (4.8)$$

$$|Q_s| = \mu_s, \sum_{s=1}^S \mu_s = n, n = |Q|. \quad (4.9)$$

$$\sum_{s=1}^S \sum_{q_i \in Q_s} d_{si} \Rightarrow \min. \quad (4.10)$$

$$\min R = \sum_{s=1}^S \sum_{i=1}^n d_{si} x_{si}; \quad (4.11)$$

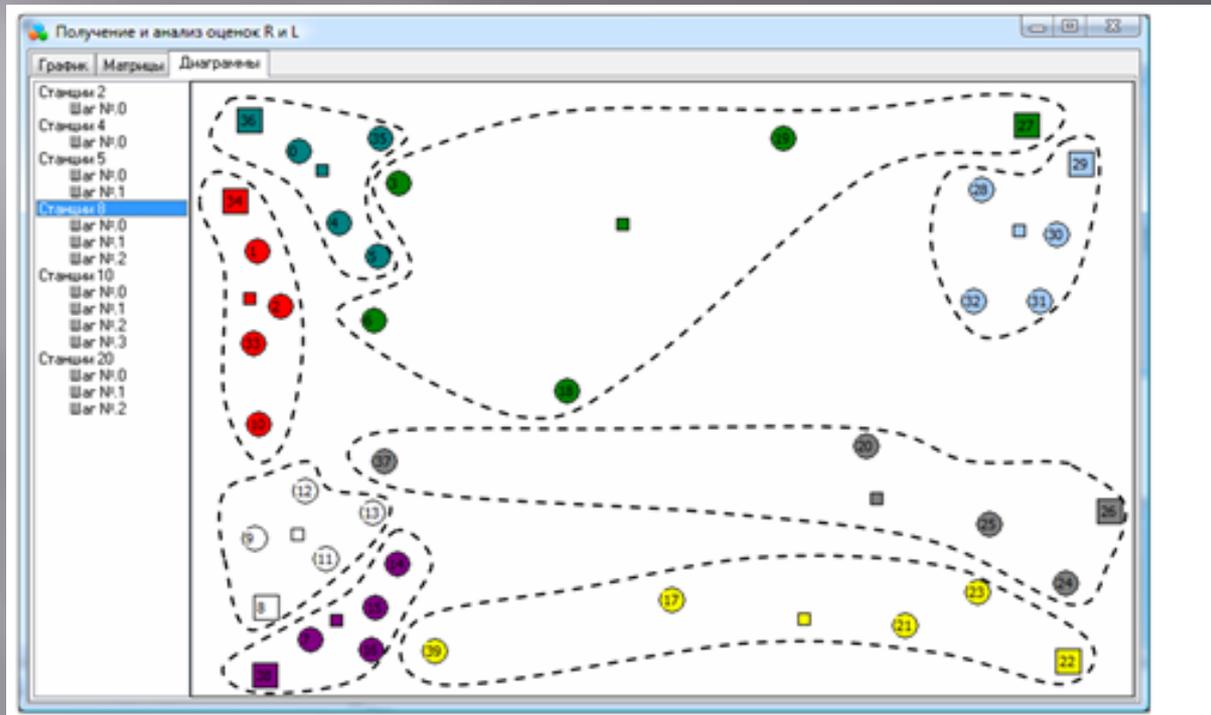
$$\sum_{i=1}^n x_{si} = \mu_s, s = 1, 2, \dots, S; \quad (4.12)$$

$$\sum_{s=1}^S x_{si} = 1, i = 1, 2, \dots, n. \quad (4.13)$$

# Алгоритм получения ЛК-разбиения

- Задаётся топологическое поле и на нём визуально фиксируется расположение вершин множества  $Q$ . Координаты вершин формируются автоматически по месту фиксации вершин. Нумерация вершин производится в соответствии с последовательностью их фиксации. Вычисляются расстояния  $d_{ij}$  между вершинами  $q_i$  и  $q_j$  и формируется матрица расстояний  $D$ .
- В множестве  $Q$  по алгоритму или выделяется совокупность полюсов, которые принимаются в качестве исходных центров и относительно них формируется матрица расстояний для решения задачи  $TN$ . При необходимости совокупность полюсов может назначаться пользователем.
- Относительно полюсов решается задача  $TN$  и определяются множества  $Q_s$  исходного разбиения.
- Для каждого множества  $Q_s$  по выражению (4.1) определяются координаты центров  $q_s$  и формируется новая матрица расстояний для решения задачи  $TN$ .
- Относительно центров, полученных в п. 4, решается задача  $TN$  и формируется новое разбиение.
- Анализируется результат решения задачи  $TN$ . Если новое разбиение отличается от исходного, то новое разбиение принимается в качестве исходного и выполняются п. 4 и 5. Если новое и исходное разбиения совпадают, то это означает, что получено ЛК-разбиение.

# Пример решения задачи разбиения

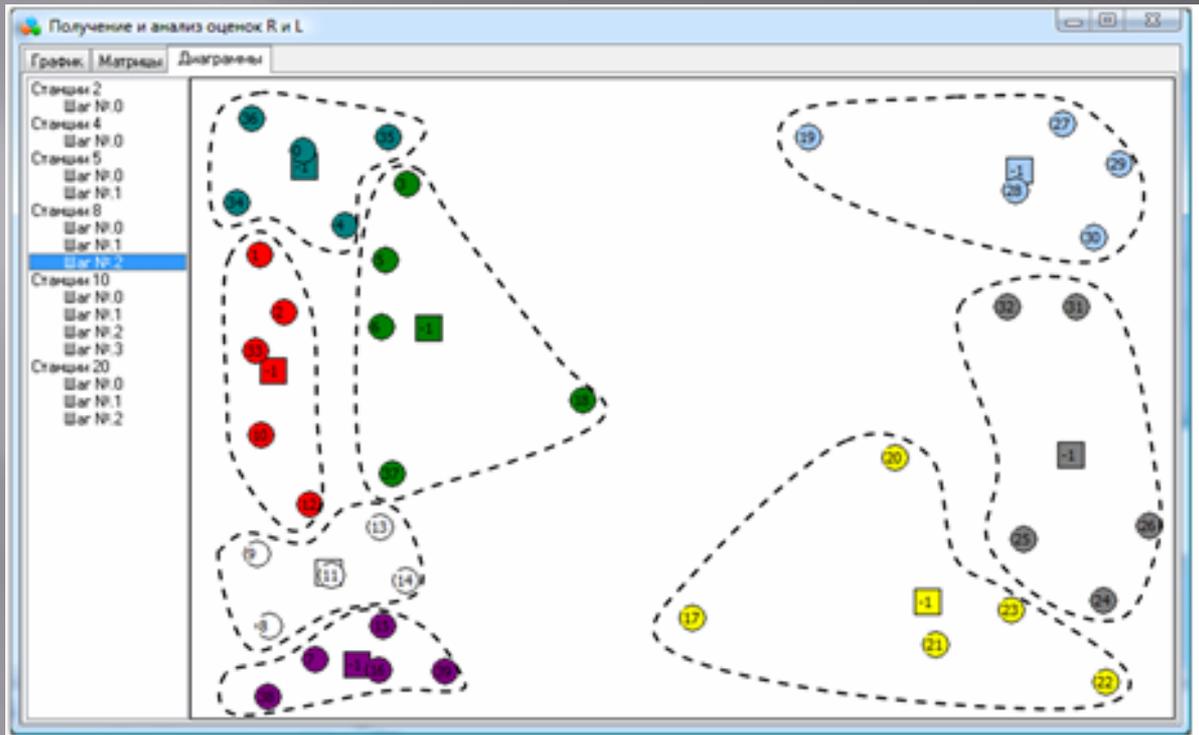


Получение и анализ оценок R и L

График | Матрицы | Диаграммы

	0	1	2	3	4	5	6	7	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	23	24	25	28	30	31	32	33	35	37	39		
Станция 2 Шаг №0	8								55	60	96	110																						
Станция 4 Шаг №0	22																310				129	88											489	
Станция 5 Шаг №0	26																				195		66	94									561	
Станция 5 Шаг №1	27				487		526											411	188															
Станция 8 Шаг №0	29																								80	58	112	136						
Станция 8 Шаг №1	34	43	89							175																						112		
Станция 8 Шаг №2	36	45			106	145																											102	
Станция 10 Шаг №0	38							45						134	100	84																		
Станция 20 Шаг №0																																		
Станция 20 Шаг №1																																		
Станция 20 Шаг №2																																		

Пример исходного варианта разбиения



Получение и анализ оценок R и L

График Матрица Диаграмма

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39									
Станция 2 Шаг №0	40								59	55		3		51	57																																		
Станция 4 Шаг №0	41																174				111	33	145	62																									
Станция 5 Шаг №0	42																									112	72	79			111	121																	
Станция 5 Шаг №1	43				109		60	35												126																													
Станция 6 Шаг №0	44																				150																								112				
Станция 6 Шаг №1	45	88	45									49	104																																				
Станция 6 Шаг №2	46	12				53																																											
Станция 10 Шаг №0	47								31								35	16																															
Станция 20 Шаг №0																																																	
Станция 20 Шаг №1																																																	
Станция 20 Шаг №2																																																	

*Пример устойчивого расположения центров*

# Зависимость оценок $L$ и $R$ от параметра $m$

