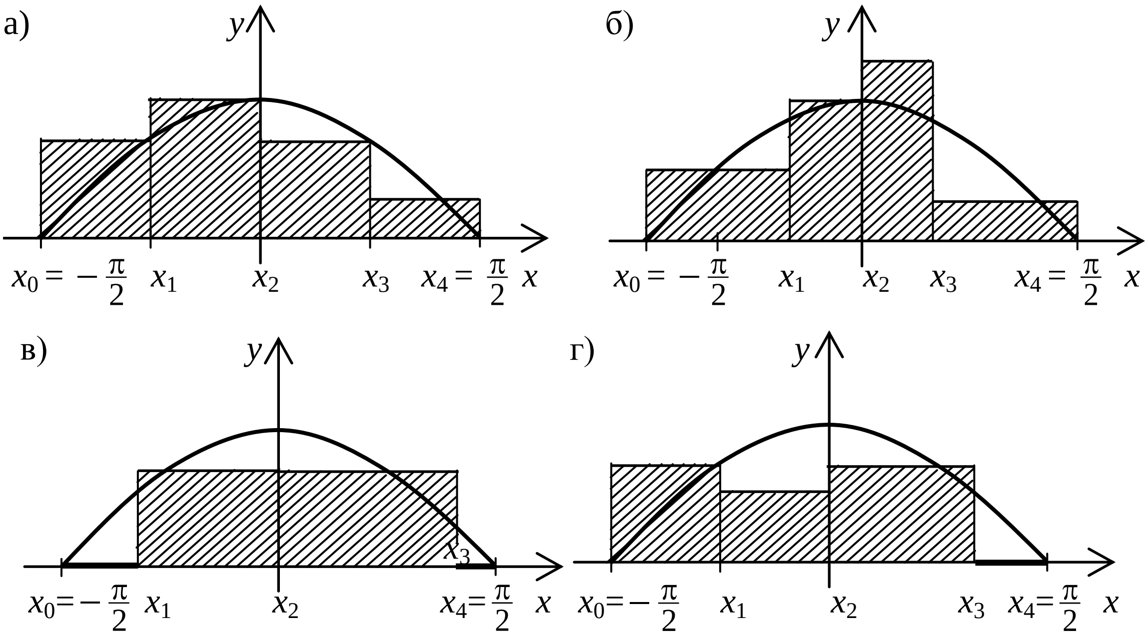
Вариант №1

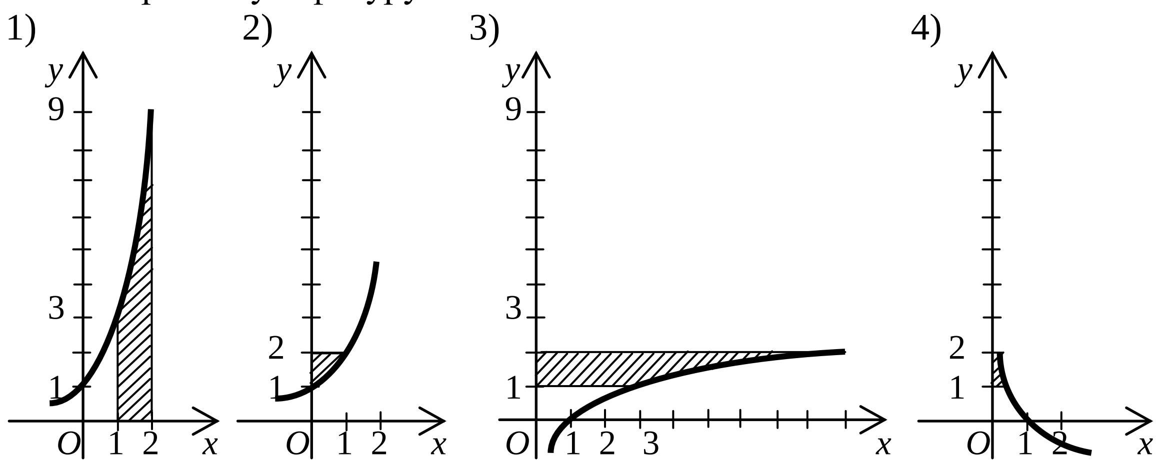
Часть 1

А1 На каком из чертежей изображена интегральная сумма Римана для функции $f(x)=\cos x,\ x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, соответствующая разбиению отрезка $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ на четыре части?



1) а; 2) а, б; 3) а, в; 4) а, б, г.

А2 Интеграл $\int_1^2 3^9\,dy$ определяет площадь. Укажите соответствующую геометрическую фигуру.



А3 Интеграл $\int_0^{10}(6x+5)dx$ определяет массу неоднородного стержня длиной 10 см. Чему равна линейная плотность стержня в его середине?

1) 325; 2) 35; 3) 32,5; 4) 6.

A4 Найдите $\int\limits_{1}^{3} \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}$.

1) $\frac{\pi}{6}$; 2) $2\ln\frac{3}{2}$; 3) $-\frac{3}{2}$; 4) 2.

A5 Найдите $\int\limits_{0}^{1} \frac{xdx}{\sqrt{4+5x}}$.

1) $\frac{2}{5}$; 2) $-\frac{22}{75}$; 3) $-\frac{14}{75}$; 4) $\frac{14}{75}$.

A6 Сравните значения интегралов $I_1 = \int\limits_{1/2}^{1} \ln x dx$ и $I_2 = \int\limits_{1/2}^{1} \ln^2 x dx$, не вычисляя их.

1) $I_1 > I_2$; 2) $I_1 = I_2$; 3) $I_1 < I_2$;
4) интегралы невозможно сравнить, не вычисляя их.

A7 Заполните пропуск в высказывании: «Условия:
1) $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$;
2) $\varphi(t)$ и $\varphi'(t)$ непрерывны на $[\alpha,\beta]$ причем $a \le \varphi(t) \le b$, $\varphi(\alpha) = a, \varphi(\beta) = b$

являются … для выполнения равенства $\int\limits_{a}^{b} f(x)dx = \int\limits_{\alpha}^{\beta} f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt$».

1) необходимыми;
2) достаточными;
3) необходимыми и достаточными;
4) перечисленные условия никак не связаны с указанным равенством.

A8 Исследуйте сходимость несобственного интеграла $\int\limits_{0}^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}}$. Если интеграл сходится, то укажите его значение.

1) 0; 2) $\frac{\pi}{2}$; 3) $-\frac{\pi}{2}$; 4) Интеграл расходится.

Часть 2

B1 Найдите объем V тела вращения, полученного от вращения фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 2x$ и $y = 0$ вокруг оси OY. В качестве ответа укажите число $\frac{6V}{\pi}$.

B2 Укажите число точек максимума функции $\Phi(x) = \int\limits_0^x \frac{\sin t}{t}\,dt$ на интервале $(-4\pi; 4\pi)$.

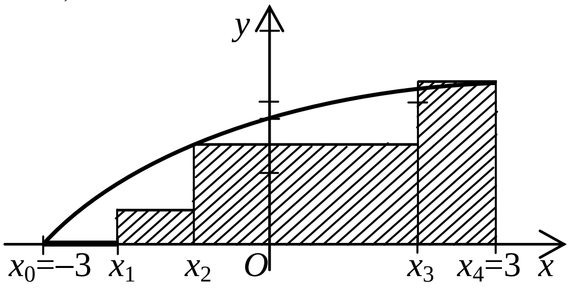
B3 Вычислите определенный интеграл $\frac{4}{e-1}\int\limits_0^2 e^{\sqrt{\frac{2-x}{2+x}}} \frac{dx}{(2+x)\sqrt{4-x^2}}$.

Вариант №2

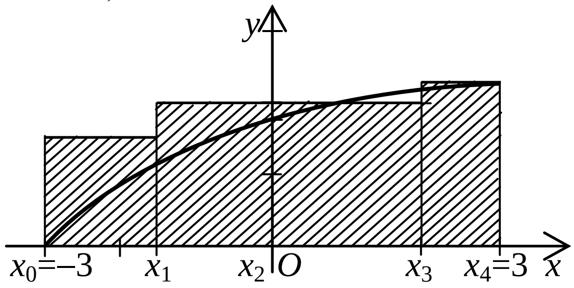
Часть 1

A1 На каком из чертежей изображена интегральная сумма Римана для функции $f(x) = \sqrt{x+3}$, $x \in [-3; 3]$, соответствующая разбиению отрезка $[-3; 3]$ на четыре части?

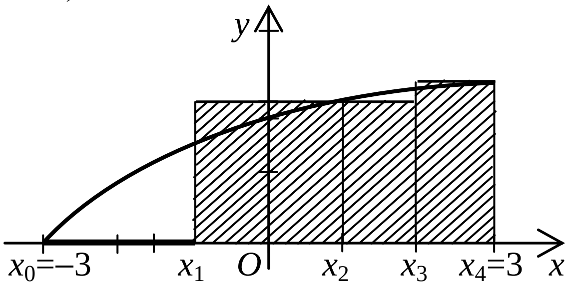
а)



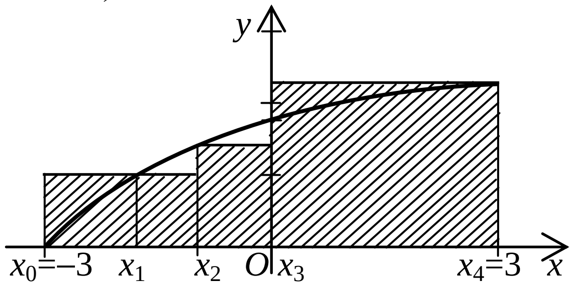
б)



в)

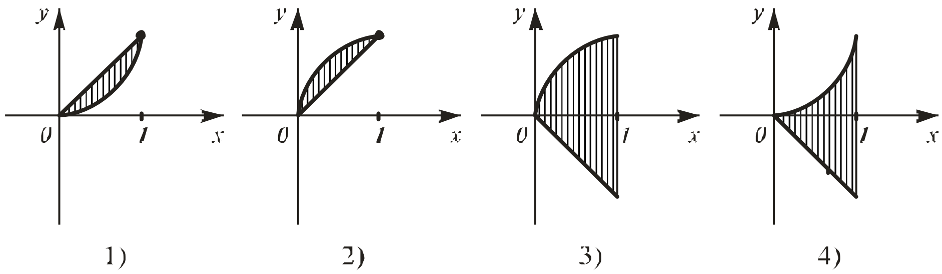


г)



1) а, б; 2) в, г; 3) а, в;
4) б, г.

A2 Интеграл $\int\limits_0^1 \left(\sqrt[3]{x}+x\right)dx$ определяет площадь фигуры, ограниченной двумя линиями. Выберите соответствующую ему геометрическую фигуру.



A3 Интеграл $eE\int\limits_{1/4}^{1}\frac{dx}{x^2}$ определяет работу, которую производит заряд E, помещенный в начало координат, по отталкиванию заряда e из точки $\left(\frac{1}{4},0\right)$ в точку (1,0). Чему равна сила отталкивания в точке $\left(\frac{1}{2},0\right)$?

1) $-\frac{eE}{2}$; 2) $\frac{eE}{4}$; 3) $4eE$; 4) $\frac{eE}{16}$.

A4 Найдите $\int\limits_{\pi/6}^{\pi/2}\frac{\sin 2x}{2-\sin^2 x}dx$.

1) $\ln\frac{7}{4}$; 2) $-\ln\frac{7}{4}$; 3) $\ln\frac{9}{4}$; 4) $-\ln\frac{9}{4}$.

A5 Найдите $\int\limits_0^{\pi/4}\frac{xdx}{\cos^2 x}$.

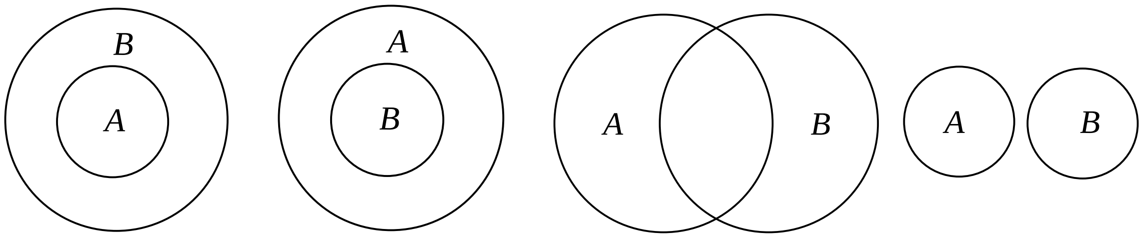
1) $-\frac{\pi}{4}+\ln\frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $-\frac{\pi}{4}-\ln\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\frac{\pi}{4}-\ln\frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) $\frac{\pi}{4}+\ln\frac{\sqrt{2}}{2}$.

A6 Сравните значения интегралов $I_1=\int\limits_{-1}^{1}e^{-x}dx$ и $I_2=\int\limits_{-1}^{1}e^{-x^2}dx$, не вычисляя их.

1) $I_1>I_2$; 2) $I_1<I_2$;

3) $I_1=I_2$; 4) Без вычисления сравнение невозможно.

A7 Выберите диаграмму взаимного расположения множеств функции: A – все функции, интегрируемые на $[a,b]$ по Риману, B – все функции, имеющие точки разрыва на $[a,b]$.



1) 2) 3) 4)

A8 При каких значениях p несобственный интеграл $\int\limits_1^2 \frac{dx}{x\ln^p x}$ сходится?

1) $p = 1$; 2) $p < 1$; 3) $p \geq 1$; 4) $p \leq 1$.

Часть 2

B1 Найдите объем V тела, полученного от вращения фигуры, ограниченной линиями $x = y^2 - 2y$ и осью Oy вокруг оси OX. В качестве ответа укажите число $\frac{9V}{\pi}$.

B2 Найдите $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\frac{2}{\pi}\int\limits_0^x \operatorname{arctg} t\,dt}{\sqrt{1+x^2}}$.

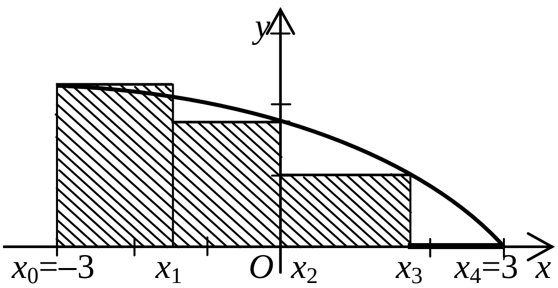
B3 Вычислите интеграл $\frac{4}{\sin 1}\int\limits_0^2 \cos\sqrt{\frac{2-x}{2+x}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}(2+x)}$

Вариант №3

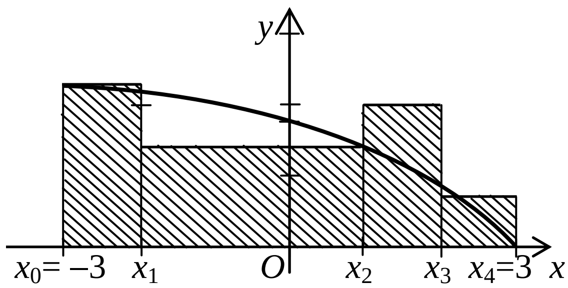
Часть 1

A1 На каком из чертежей изображена интегральная сумма Римана для функции $y = \sqrt{3-x}$, на отрезке $[-3; 3]$, соответствующая разбиению отрезка на четыре части?

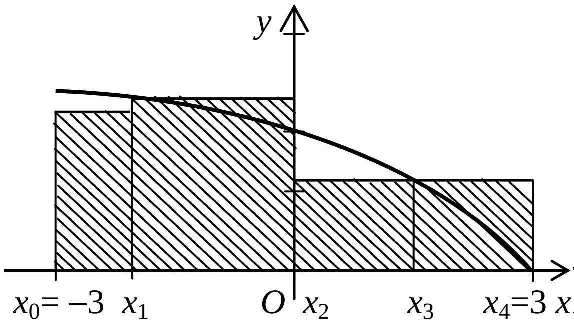
а) б)

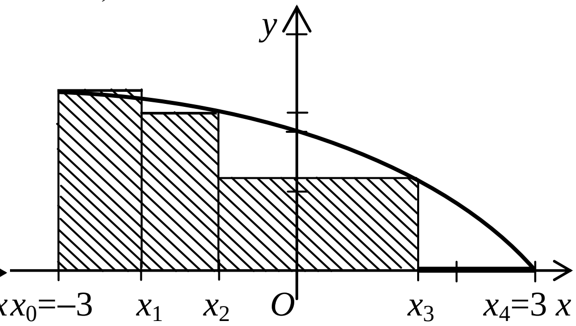


в)



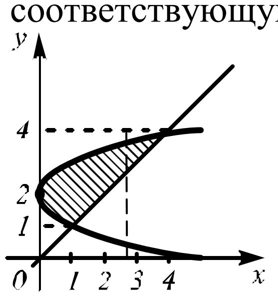
г)



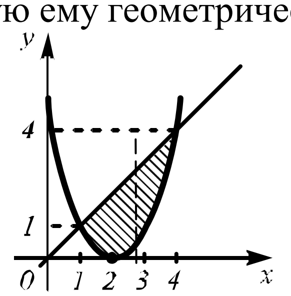


1) б, в; 2) в, г; 3) а, в; 4) а, г.

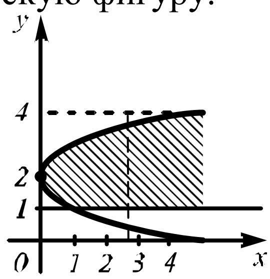
A2 Интеграл $\int_1^4 \left(y-(y-2)^2\right)dy$ определяет площадь. Выберите соответствующую ему геометрическую фигуру.



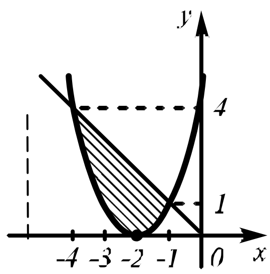
1)



2)



3)



4)

A3 Интеграл $\pi\int_0^{10} \sin\frac{\pi t}{10}\,dt$ определяет количество электричества, протекшего по проводнику за время $0 \le t \le 10(c)$. Найдите значение силы тока в конце пятой секунды.

1) 20; 2) 10; 3) π; 4) 0.

A4 Вычислите интеграл $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{x+\frac{1}{x}}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$.

1) $1+\frac{1}{2}\ln\frac{2}{3}$; 2) $1+\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$; 3) $1-\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{8}}+\frac{\pi}{6}$; 4) $1-\arcsin\frac{1}{\sqrt{8}}+\arcsin\frac{1}{3}$.

A5 Вычислите $\int_0^3 x^2\sqrt{9-x^2}dx$.

1) $\frac{243}{8}$; 2) $\frac{81}{8}$; 3) 0 ; 4) $\frac{81\pi}{16}$.

A6 Сравните значения интегралов $I_1=\int_0^1 x^2\sin^2 xdx$ и $I_2=\int_0^1 x\sin^2 xdx$, не вычисляя их.

1) $I_1>I_2$; 2) $I_1=I_2$;
3) $I_1<I_2$; 4) интегралы невозможно сравнить, не вычисляя их.

A7 Заполните пропущенные слова в высказывании: «Интегрируемость функции $f(x)$ на отрезке $[a,b]$ есть … условие непрерывности функции $\varPhi(x)=\int_a^x f(t)dt$ на этом отрезке».

1) необходимое;
2) достаточное;
3) необходимое и достаточное;
4) интегрируемость функции $f(x)$ на отрезке $[a,b]$ никак не связана с непрерывностью функции $\varPhi(x)=\int_a^x f(t)dt$ на этом отрезке.

A8 Вычислите несобственный интеграл $I=\int_0^2\frac{dx}{\sqrt{x^2-4x+4}}$ или докажите его расходимость.

1) Интеграл сходится. $I=-\frac{1}{2}\ln\left|-2+\sqrt{5}\right|$;
2) Интеграл расходится;
3) Интеграл сходится. $I=\arcsin(-2)$;
4) Интеграл сходится. $I=-\frac{1}{2}\ln 3$.

Часть 2

B1 Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $l_1:\begin{cases}x=8\sqrt{2}\cos^3 t;\\ y=\sqrt{2}\sin^3 t\end{cases}$ и $l_2: x=4,\ (x\geq 4)$. Ответ округлите до ближайшего целого числа.

В2 Найдите абсциссу точки минимума функции

$$\Phi(x)=\int\limits_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}(1-t^2)\,dt\,.$$

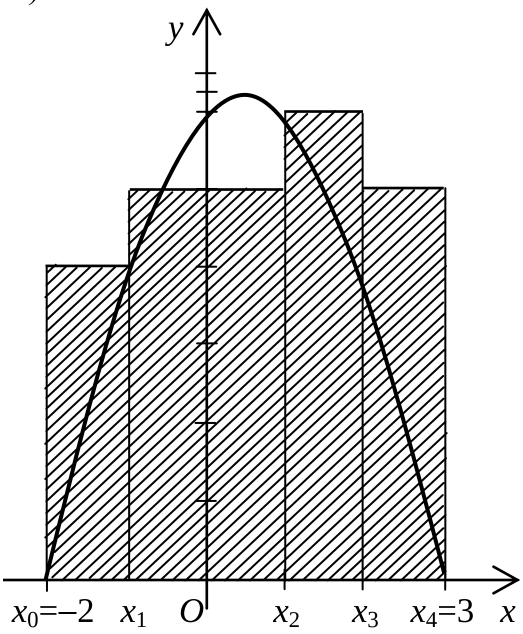
В3 Вычислите интеграл $\displaystyle\int\limits_{-14/15}^{-7/8}\frac{12\sqrt{x+2}}{(x+2)^2\sqrt{x+1}}\,dx.$

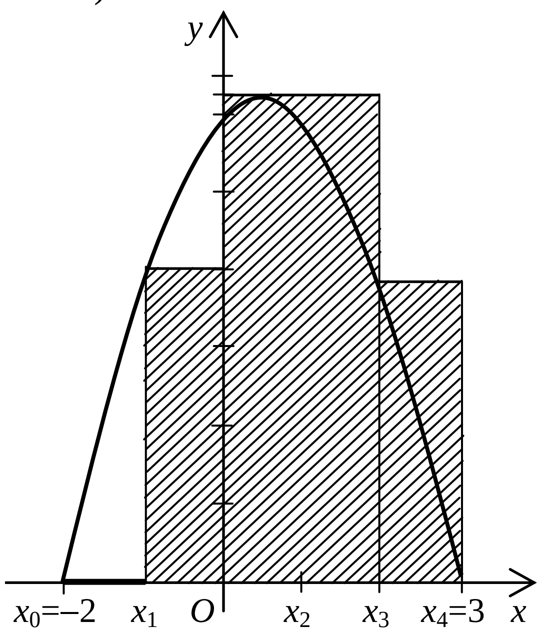
Вариант №4

Часть 1

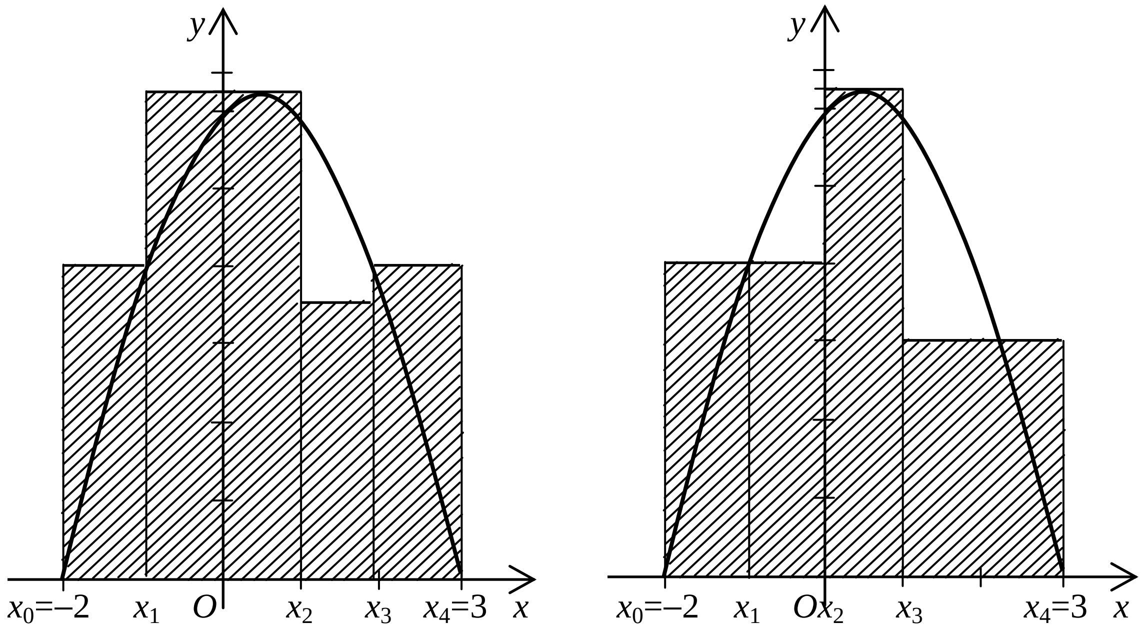
А1 На каком из чертежей изображена интегральная сумма Римана для функции $f(x)=-x^2+x+6$ на отрезке [–2, 3], соответствующая разбиению отрезка на четыре части?

а) б)



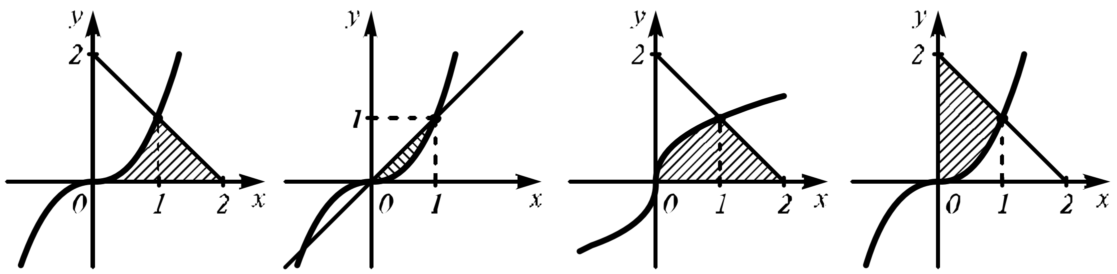


в) г)



1) а, в; 2) б, в; 3) б, г; 4) а, г.

A2 Интеграл $\int_0^1 \left((2-x)-x^3\right)dx$ определяет площадь. Выберите соответствующую геометрическую фигуру.



1) 2) 3) 4)

A3 Интеграл $\int_0^{10}\left(3t+t^2\right)dt$ определяет путь (S), пройденный телом за 10с. Чему равна скорость тела в конце пятой секунды?

1) 26; 2) 40; 3) 130; 4) $\frac{475}{6}$.

A4 Вычислите интеграл $\int_0^{1/2}\frac{8x-\operatorname{arctg}2x}{1+4x^2}\,dx$.

1) $\ln 2-\frac{\pi}{4}$; 2) $\ln 2-\frac{\pi^2}{64}$; 3) $\ln 2-\frac{1}{4}$; 4) $\ln 2-\frac{\operatorname{arctg}2}{4}$.

A5 Вычислите интеграл $\int\limits_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{2+\cos x}$.

1) $2\operatorname{arctg}\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}$; 2) $\ln\frac{2}{3}$; 3) $\frac{\pi}{4}-1$; 4) $\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$.

A6 Найдите среднее значение функции $f(x) = \sin^2 x$ на отрезке $[0, 2\pi]$.

1) π; 2) $\frac{\pi}{2}$; 3) 0; 4) $\frac{1}{2}$.

A7 Выберите верное утверждение:

a) Если функция $f(x)$ интегрируема на отрезке $[a,b]$, то она ограничена на этом отрезке.

b) Если функция $f(x)$ не интегрируема на отрезке $[a,b]$, то она не ограничена на этом отрезке.

c) Если функция $f(x)$ ограничена на отрезке $[a,b]$, то она интегрируема на этом отрезке.

d) Если функция $f(x)$ не ограничена на отрезке $[a,b]$, то она не интегрируема на этом отрезке.

1) *a*, *c*; 2) *a*, *b*; 3) *a*, *d*; 4) *b*, *c*.

A8 При каких значениях параметра *p* сходятся интегралы: $I_1 = \int\limits_a^{\infty} e^{-px}dx$ и $I_2 = \int\limits_{-\infty}^{b} e^{px}dx$?

1) Интеграл I_1 сходится при $p < 0$, интеграл I_2 сходится при $p > 0$;
2) Оба интеграла сходятся при $p < 0$;
3) Оба интеграла сходятся при $p > 0$;
4) Интеграл I_1 сходится при $p < 0$, интеграл I_2 сходится при $p < 0$.

Часть 2

B1 Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $l_1: \begin{cases} x = 2\cos t; \\ y = 6\sin t \end{cases}$ и $l_2: y = 3, \ (y \geq 3)$. Ответ округлите до ближайшего целого числа.

B2 Найдите абсциссу точки перегиба графика функции

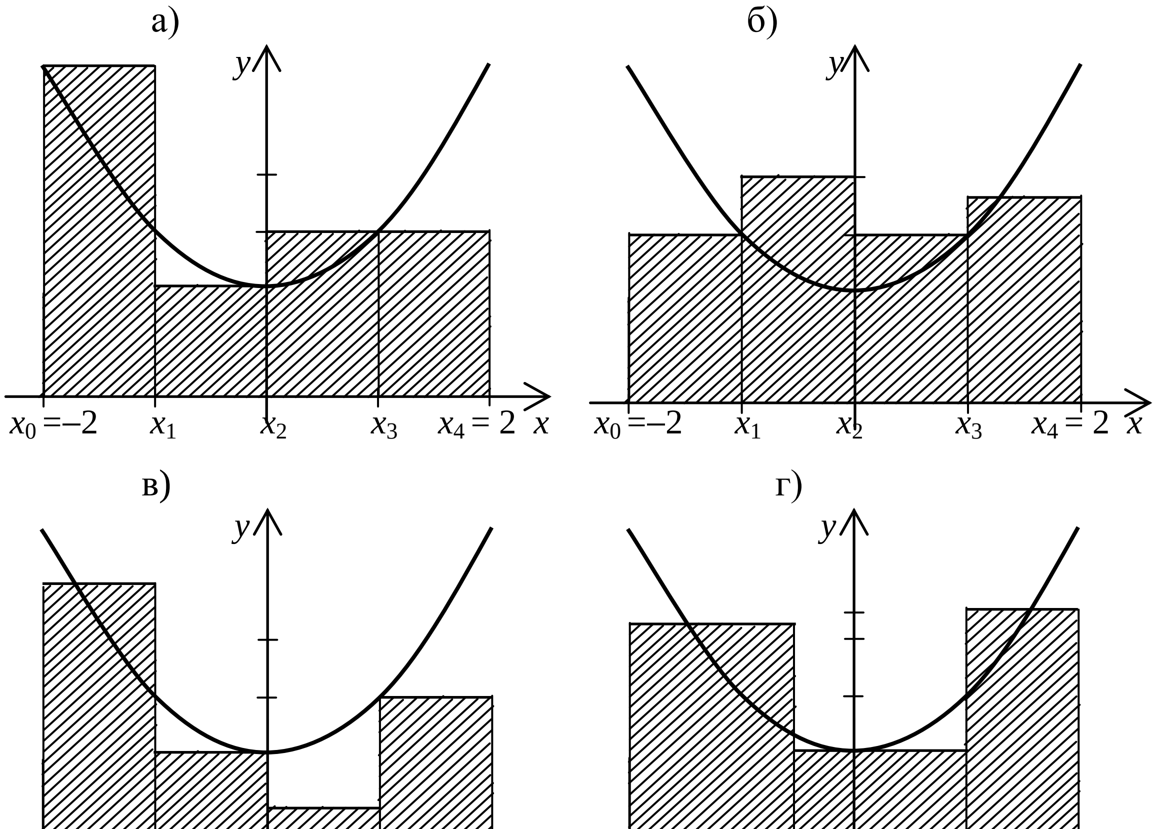
$$F(x)=\int_0^x \sqrt{1-t^4}\,dt.$$

B3 Вычислите интеграл $\dfrac{16}{\ln 5}\displaystyle\int_0^1 \frac{4\sqrt{1-x}-\sqrt{3x+1}}{\left(\sqrt{3x+1}+4\sqrt{1-x}\right)(3x+1)^2}\,dx$.

Вариант №5

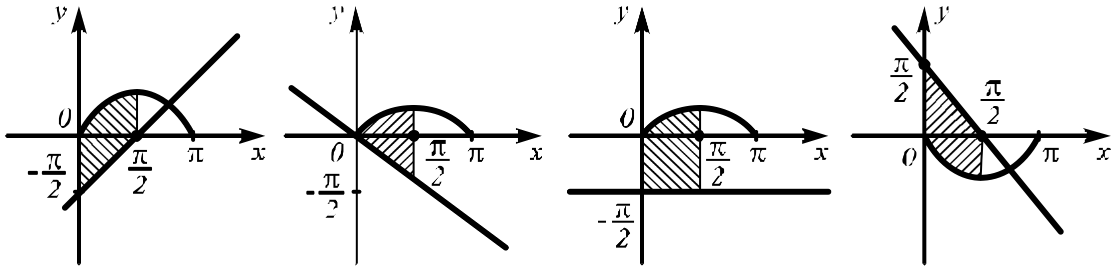
Часть 1

A1 На каком из чертежей изображена интегральная сумма Римана для функции $f(x)=\dfrac{x^2}{2}+1$ на отрезке $[-2;2]$, соответствующая разбиению этого отрезка на четыре части?



1) а, б; 2) а, в; 3) а, г;
4) б, г.

A2 Интеграл $\int_0^{\pi/2}\left(\sin x-\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\right)dx$ определяет площадь. Выберите соответствующую геометрическую фигуру.



1) 2) 3) 4)

A3 Интеграл $\int_0^t \frac{A}{a-bt}dt, (a-bt>0)$ определяет скорость ракеты, поднимающейся вертикально вверх. Найдите ускорение ракеты в момент времени $t = t_1$.

1) $-\frac{A}{b}\ln|a-bt_1|$; 2) $\frac{A}{a-bt_1}$; 3) $\frac{Ab}{(a-bt_1)^2}$; 4) $-\frac{A}{b}\ln\left|\frac{a-bt_1}{a}\right|$.

A4 Найдите $\int_0^{\pi/4}\frac{2\cos x+3\sin x}{(2\sin x-3\cos x)^3}dx$.

1) $-\frac{17}{18}$; 2) $\frac{17}{18}$; 3) $-\frac{19}{18}$; 4) $\frac{19}{18}$.

A5 Найдите $\int_0^1 \ln(1+x)dx$.

1) 2ln2 + 1; 2) 1; 3) –1; 4) 2ln2 – 1.

A6 Сравните значения интегралов $I_1 = \int_0^{\pi/2}\sin^{10} x dx$ и $I_1 = \int_0^{\pi/2}\sin^2 x dx$, не вычисляя их.

1) $I_1 > I_2$; 2) $I_1 = I_2$;
3) $I_1 < I_2$; 4) интегралы невозможно сравнить, не вычисляя их.

A7 Известно, что $\int_a^b f(x)dx \ge 0$. Следует ли отсюда, что $f(x) \ge 0,\ \forall x \in [a,b]$?

1) Да, следует, т. к. при $f(x) \ge 0, \forall x \in [a,b]$ интеграл $\int_a^b f(x)dx \ge 0$;

2) Да, следует, т. к. $\int_a^b f(x)dx$ представляет площадь криволинейной трапеции, поэтому $f(x) \ge 0, \forall x \in [a,b]$;

3) Нет, т. к. неравенство $\int_a^b f(x)dx \ge 0$ есть только необходимое условие для выполнения соотношения $f(x) \ge 0$;

4) Нет, т. к. неравенство $\int_a^b f(x)dx \ge 0$ есть только достаточное условие для выполнения соотношения $f(x) \ge 0$.

A8 Вычислите интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$ или докажите его расходимость.

1) $\frac{\pi}{2}$; 2) $-\frac{\pi}{2}$; 3) π; 4) $-\pi$.

Часть 2

B1 Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $l_1 : \begin{cases} x = 2(t - \sin t); \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$ и $l_2 : y = 3 (0 < x < 4\pi, y \ge 3)$. В ответе укажите ближайшее целое число.

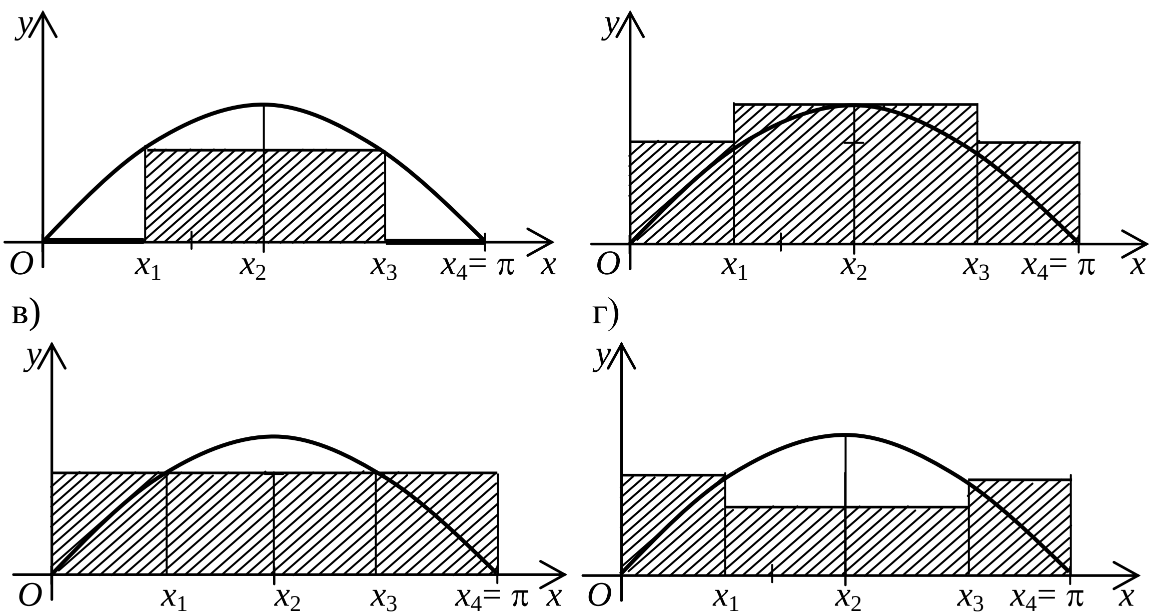
B2 Найдите $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{\left(\int_0^x e^{t^2} dt\right)^2}{\int_0^x e^{2t^2} dt}$.

B3 Вычислите интеграл. $\int_0^1 e^{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1-x^2}}$. Ответ округлите до ближайшего целого числа.

Вариант №6

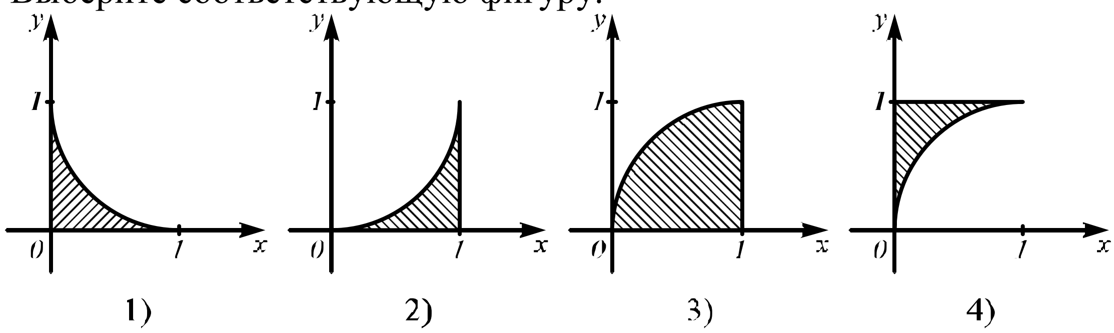
Часть 1

А1 На каком из чертежей изображена интегральная сумма Римана для функции $f(x) = \sin x$ на отрезке $[0; \pi]$ при $n = 4$?



1) только а; 2) только а, б; 3) а, б, в; 4) а, б, в, г.

А2 Интеграл $\int_0^1 \left(-\sqrt{y}+1\right)dy$ определяет площадь криволинейной трапеции. Выберите соответствующую фигуру.



А3 Скорость движения точки определяется формулой $\upsilon = \sqrt{1+t}$ м/с. Найдите путь, пройденный точкой за первые 8 с после начала движения.

1) $\frac{23}{3}$; 2) $\frac{52}{3}$; 3) 16; 4) 3.

А4 Вычислите определенный интеграл $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sin^3 x}\,dx$.

1) 0; 2) $-\frac{3}{2}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{3}{2}$.

A5 Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 x(1-x)^3 dx$.

1) $\frac{1}{5}$; 2) $\frac{1}{20}$; 3) $-\frac{1}{20}$; 4) $-\frac{1}{10}$.

A6 Оцените интеграл $I = \int_0^{\pi/2} e^{\sin^2 x} dx$.

1) $0 \le I \le 1$; 2) $1 \le I \le e$; 3) $0 \le I \le \frac{2\pi}{2}$; 4) $\frac{\pi}{2} \le I \le \frac{e\pi}{2}$.

A7 Вставьте пропущенные слова так, чтобы следующее предложение было истинным: «Для того, чтобы заданная на отрезке $[a,b]$ функция $f(x)$ была интегрируемой на этом отрезке … , чтобы она была непрерывной на $[a,b]$»

1) необходимо; 2) достаточно;
3) необходимо и достаточно; 4) ни необходимо, ни достаточно.

A8 Вычислите несобственный интеграл $\int_2^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{(x^2-3)^3}}$ или установите его расходимость.

1) –1; 2) –2; 3)1; 4) интеграл расходится.

Часть 2

B1 Вычислите площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 0{,}25x^2$ и $y = 3x - 0{,}5x^2$.

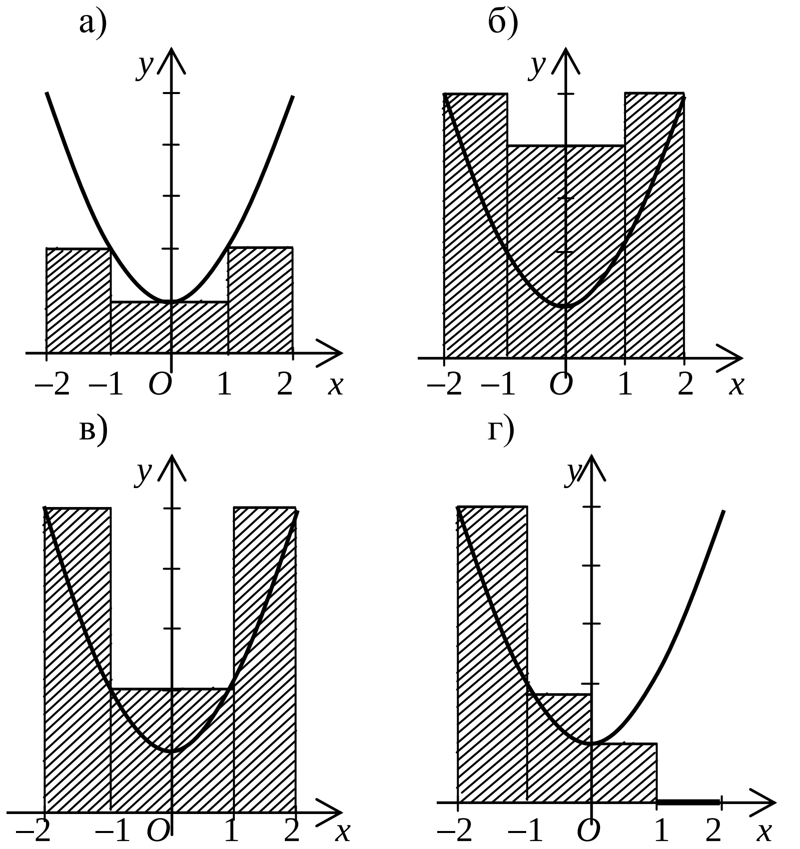
B2 Вычислите предел $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\int_0^x \cos t^2 dx}{x}$.

B3 Вычислите интеграл $\int_1^8 \frac{40\sqrt{x+24}}{(x+24)^2\sqrt{x}} dx$.

Вариант №7

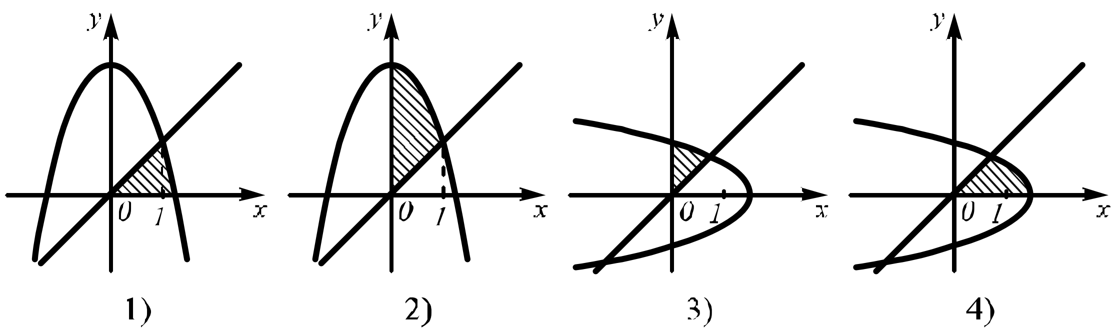
Часть 1

A1 На каком из чертежей изображена интегральная сумма Римана для функции $f(x) = x^2 + 1$ на отрезке $[-2; 2]$ при $n = 4$?



1) только в; 2) только а, в; 3) а, в, г; 4) а, б, в, г.

A2 Интеграл $\int_0^1 \left[\left(2 - x^2\right) - x\right] dx$ определяет площадь плоской фигуры. Выберите соответствующий чертёж.



A3 Переменная сила $f(x) = x^2 + 3x$ действует в направлении оси OX. Вычислите работу этой силы на отрезке $[0, 2]$.

1) $\frac{8}{3}$; 2) $\frac{52}{3}$; 3) 10; 4) $\frac{26}{3}$.

A4 Вычислите определенный интеграл $\int_1^2 \frac{e^{2/x}}{x^2}dx$.

1) $\frac{1}{2}\left(e^2-e\right)$; 2) e^2-e; 3) e^2-1; 4) $\frac{e-1}{2}$.

A5 Вычислите определенный интеграл $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2+\cos x}$.

1) $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$; 2) $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$; 3) $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$; 4) $\frac{2\pi}{\sqrt{3}}$.

A6 Оцените интеграл $I=\int_0^2 e^{-x^2}dx$.

1) $\frac{2}{e^4}\le I\le 2$; 2) $\frac{1}{e^4}\le I\le 1$; 3) $\frac{2}{e^2}\le I\le e^2$; 4) $0\le I\le 2e$.

A7 Вставьте пропущенное слово так, чтобы следующее предложение было истинным: «Для того, чтобы заданная на $[a,b]$ функция $f(x)$ была интегрируемой на этом отрезке …, чтобы она была кусочно-непрерывной на $[a,b]$.

1) необходимо; 2) достаточно;
3) необходимо и достаточно; 4) ни необходимо, ни достаточно.

A8 Исследуйте сходимость интегралов $I_1=\int_1^e \frac{dx}{x\ln x}$, $I_2=\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$ и, в случае сходимости, найдите его значение.

1) $I_1=2, I_2-$ расходится; 2) I_1- расходится, $I_2=2$;
3) $I_1=2,\ \ I_2=1$; 4) оба интеграла расходятся.

Часть 2

B1 Найдите всю длину кардиоиды $\rho=1+\cos\varphi$.

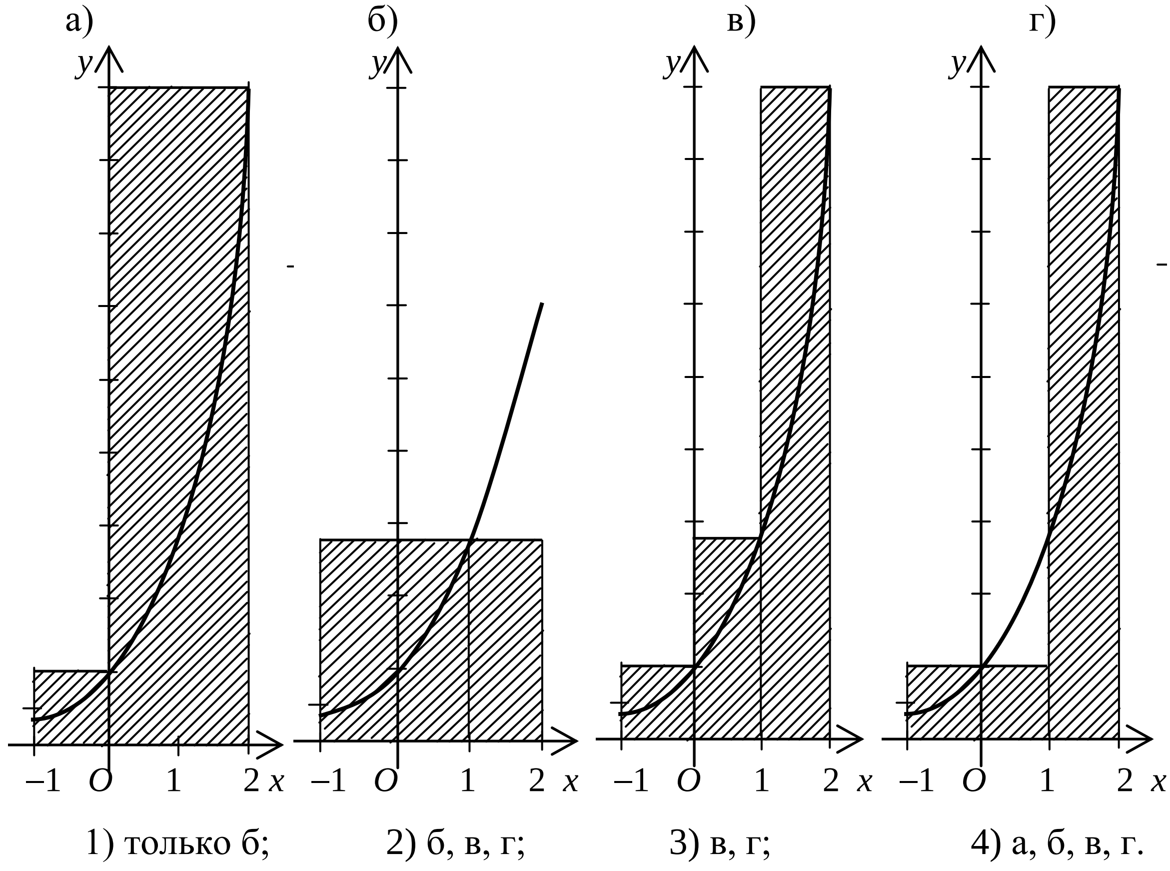
B2 Найдите $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{6\int\limits_0^x \sin t^2 dt}{x^3}$.

B3 Вычислите интеграл $I = \int\limits_0^2 \dfrac{\left(4\sqrt{2-x} - \sqrt{x+2}\right)dx}{\left(\sqrt{x+2} + 4\sqrt{2-x}\right)(x+2)^2}$. В качестве ответа укажите число, равное $\dfrac{32}{\ln 5} I$.

Вариант №8

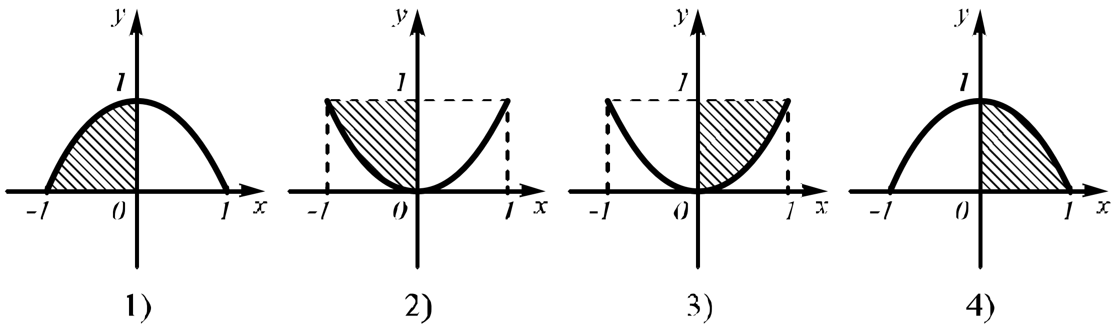
Часть 1

A1 На каком из чертежей изображена интегральная сумма Римана для функции $f(x) = e^x$ на отрезке $[-1; 2]$ при $n = 3$?



1) только б; 2) б, в, г; 3) в, г; 4) а, б, в, г.

A2 Интеграл $\int\limits_0^1 \left(-\sqrt{1-y}\right)dy$ определяет площадь криволинейной трапеции. Выберите соответствующую фигуру.



A3 Путь, пройденный материальной точкой за 20с от начала движения, определяется формулой $S = \int\limits_0^{20} \left(x^3 + 3x^2\right)dx$. Найдите скорость движения в конце третьей секунды.

1) $\frac{189}{4}$; 2) 54; 3) 27; 4) $\frac{27}{2}$.

A4 Вычислите определенный интеграл $\int\limits_0^{\pi/2} \sqrt{\cos x - \cos^3 x}dx$.

1) –1; 2) $-\frac{2}{3}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{1}{8}$.

A5 Вычислите определенный интеграл $\int\limits_0^{1/2} \arcsin x dx$.

1) $\frac{\sqrt{3}}{2}+1$; 2) $\frac{\pi}{12}-1$; 3) $\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{2}-1$; 4) $\frac{\sqrt{3}}{2}-1$.

A6 Вычислите среднее значение функции $f(x) = \sin^2 x$ на отрезке $[0, \pi]$.

1) 1; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{1}{4}$.

A7 Вставьте пропущенное слово так, чтобы следующее предложение было истинным: «Для интегрируемости функции $f(x)$ на отрезке $[a,b]$ условие ограниченности функции на этом отрезке является … 1) необходимым;
2) достаточным;
3) необходимым и достаточным;
4) ни необходимым, ни достаточным.

A8 Вычислите несобственный интеграл $\int\limits_{\sqrt{2}}^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$ или установите его расходимость.

1) $-\frac{\pi}{4}$; 2) $1-\frac{\pi}{4}$; 3) $\frac{\pi}{4}$; 4)интеграл расходится.

Часть 2

B1 Вычислите площадь между параболой $y=-x^2-2x+3$, касательной к ней в точке $M(2;-5)$ и осью OY. В качестве ответа укажите число, равное $3s$, где s – площадь области.

B2 Найдите $\lim\limits_{x\to 0} \frac{3\int\limits_0^x \left(e^{t^2}-1\right)dt}{x^3}$.

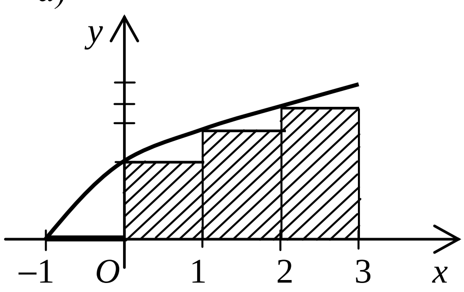
B3 Вычислите определенный интеграл $I=\int\limits_0^3 e^{\sqrt{\frac{3-x}{3+x}}} \cdot \frac{dx}{(3+x)\sqrt{9-x^2}}$. В качестве ответа укажите число, равное $\frac{9I}{e-1}$.

Вариант №9

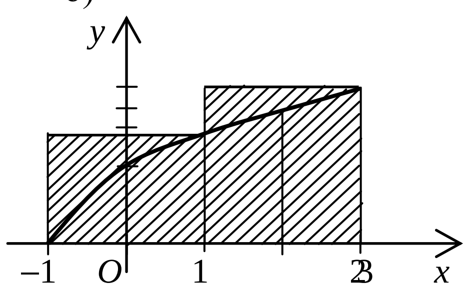
Часть 1

A1 На каком из чертежей изображена интегральная сумма Римана для функции $f(x)=\sqrt{x+1}$ на отрезке $[-1;3]$ при n = 4?

а)

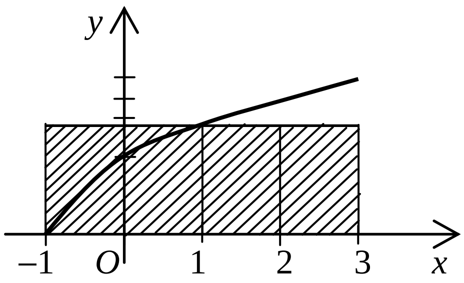


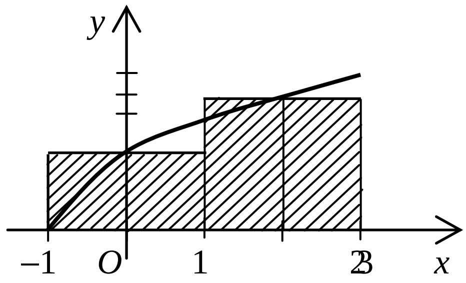
б)



в)

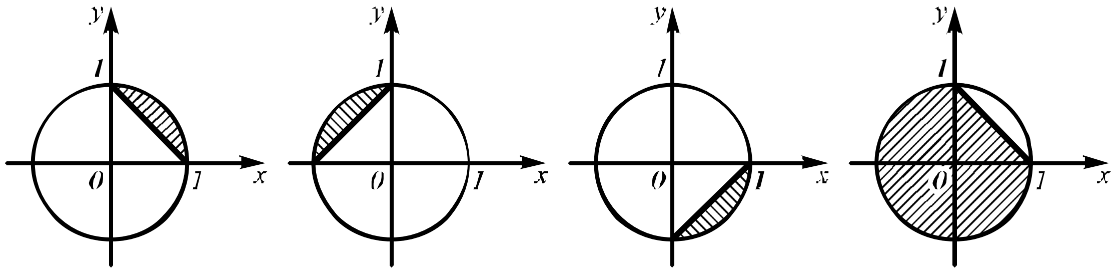
г)





1) только а; 2) а, б; 3) а, г; 4) а, б, в, г.

A2 Интеграл $\int_0^1 \left(\sqrt{1-x^2} - (1-x) \right) dx$ определяет площадь плоской фигуры. Выберите её.



1) 2) 3) 4)

A3 Скорость движения точки дается формулой $\upsilon = (x+2)^2$ м/с. Найдите путь, пройденный за 3с после начала движения.

1) $\frac{125}{3}$; 2) 125; 3) $\frac{110}{3}$; 4) $\frac{117}{3}$.

A4 Вычислите определенный интеграл $\int_{-0,5}^{1} \frac{dx}{\sqrt{8+2x-x^2}}$.

1) $\frac{\pi}{2}$; 2) $\frac{\pi}{6}$; 3) $-\frac{\pi}{6}$; 4) 1.

A5 Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 x \ln\left(1+x^2\right) dx$.

1) 0; 2) $\ln 2$; 3) $\ln 2 - \frac{1}{2}$; 4) $\ln 1{,}5$.

A6 Оцените интеграл $I = \int_1^2 \frac{xdx}{1+x^2}$.

1) $0 \le I \le 1$; 2) $\frac{4}{5} \le I \le 1$;3) $\frac{1}{4} \le I \le \frac{1}{2}$;   4) $\frac{2}{5} \le I \le \frac{1}{2}$.

A7 Известно, что необходимым условием интегрируемости функции $f(x)$ на отрезке $[a,b]$ является ограниченность $f(x)$ на отрезке $[a,b]$, а достаточным условием интегрируемости функции $f(x)$ на отрезке $[a,b]$ является непрерывность $f(x)$ на этом отрезке. Запишите эти высказывания в форме условного суждения «Если …, то …»

1) Если $f(x)$ интегрируема на $[a,b]$, то она ограничена на $[a,b]$;
Если $f(x)$ интегрируема на $[a,b]$, то она непрерывна на $[a,b]$;
2) Если $f(x)$ интегрируема на $[a,b]$, то она ограничена на $[a,b]$;
Если $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$, то она интегрируема на $[a,b]$;
3) Если $f(x)$ ограничена на $[a,b]$, то она интегрируема на $[a,b]$;
Если $f(x)$ интегрируема на $[a,b]$, то она непрерывна на $[a,b]$;
4) Если $f(x)$ ограничена на $[a,b]$, то она интегрируема на $[a,b]$;
Если $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$, то она интегрируема на $[a,b]$.

A8 Исследуйте сходимость несобственного интеграла $\int\limits_{-\infty}^{0} \frac{xdx}{x^4+1}$ и, в случае сходимости, найдите его значение.

1) $\frac{\pi^2}{16}$; 2) $\frac{\pi}{4}$; 3) $-\frac{\pi}{4}$; 4) интеграл расходится.

Часть 2

B1 Найдите длину одной арки циклоиды $\begin{cases} x = (t - \sin t); \\ y = (1 - \cos t). \end{cases}$

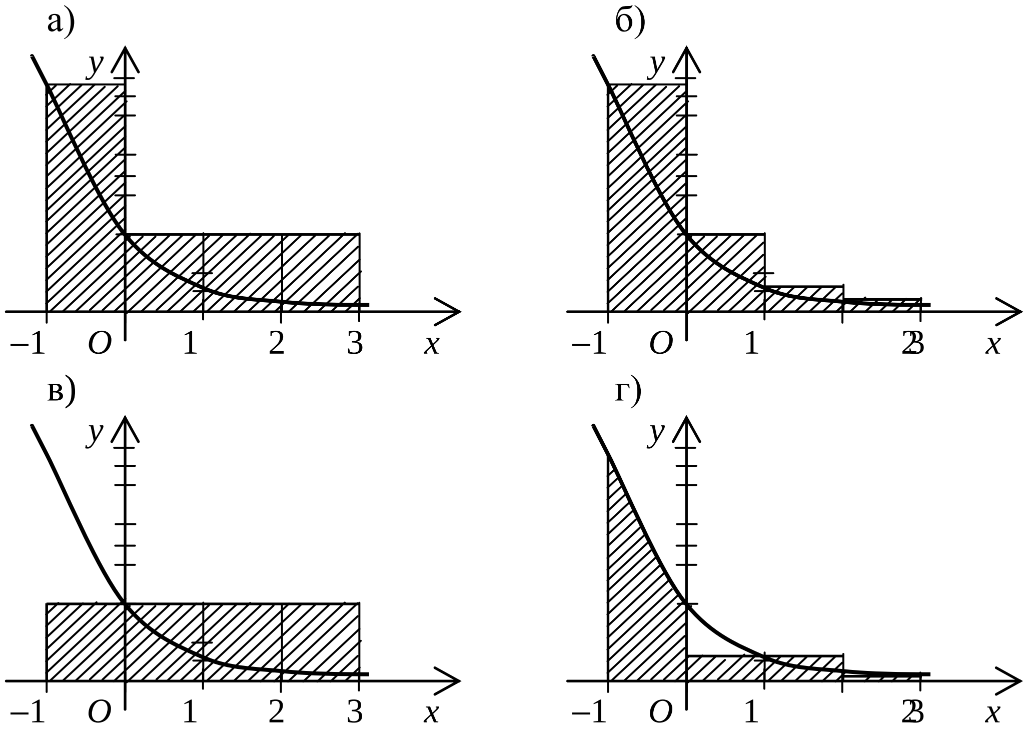
B2 Вычислите $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\int\limits_0^x \sqrt{\operatorname{tg} t}\, dt}{\sin t}$.

B3 Вычислите $I = \int\limits_0^1 \frac{\left(4\sqrt{1-x} - \sqrt{x+1}\right)dx}{\left(\sqrt{x+1} + 4\sqrt{1-x}\right)(x+1)^2}$. В качестве ответа укажите число, равное $\frac{24}{\ln 5} I$.

Вариант №10

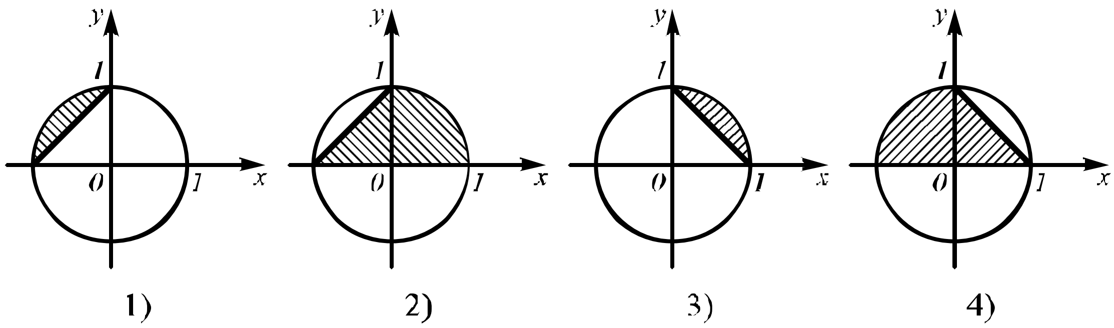
Часть 1

А1 На каком из чертежей изображена интегральная сумма Римана для функции $f(x) = e^{-x}$ на отрезке $[-1; 3]$ при $n = 4$?



1) только б; 2) б, в; 3) б, г; 4) а, б, в, г.

А2 Интеграл $\int_0^1 \left(\sqrt{1-y^2} - (y-1) \right) dy$ определяет площадь плоской фигуры. Выберите соответствующий чертёж.



А3 Линейная плотность тонкого неоднородного стержня *AB* длиной 5см определяется по формуле $f(x) = 10x + 2$, где x – длина стержня, отсчитываемая от точки *A*. Найдите массу стержня *AB*.

1) 135; 2) 52; 3) 125; 4) 115.

A4 Вычислите $\int\limits_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{dx}{\sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2}}$.

1) $\frac{1}{4}\left(\sqrt{3}-1\right)$; 2) $\frac{\sqrt{3}}{4}$; 3) $4\left(\sqrt{3}-1\right)$; 4) $4\left(1-\sqrt{3}\right)$.

A5 Вычислите $\int\limits_{1}^{3} \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt{x^3}}$.

1) $\frac{\pi}{3}$; 2) $\frac{\pi}{12}$; 3) 1 ; 4) $\frac{\pi}{6}$.

A6 Найдите среднее значение функции $f(x)=\sqrt{x}$ на отрезке $[0;100]$.

1) $\frac{20}{3}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{200}{3}$; 4) $\frac{3}{2}$.

A7 Вставьте пропущенное слово так, чтобы следующее предложение было истинным: «Для справедливости формулы Ньютона-Лейбница $\int\limits_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$ условие непрерывности функции $f(x)$ на отрезке $[a,b]$ является …»

1) необходимым;
2) достаточным;
3) необходимым и достаточным;
4) ни необходимым, ни достаточным.

A8 Исследуйте сходимость несобственного интеграла и, в случае его сходимости, найдите его значение $\int\limits_2^{\infty} \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$.

1) $2\sqrt{2}$; 2) $\ln 2$; 3) 0; 4) интеграл расходится.

Часть 2

B1 Найдите объем V тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной кривой $y = \cos x,\ x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ и осями координат. В качестве ответа укажите число, равное $\frac{2V}{\pi^2 - 2\pi}$.

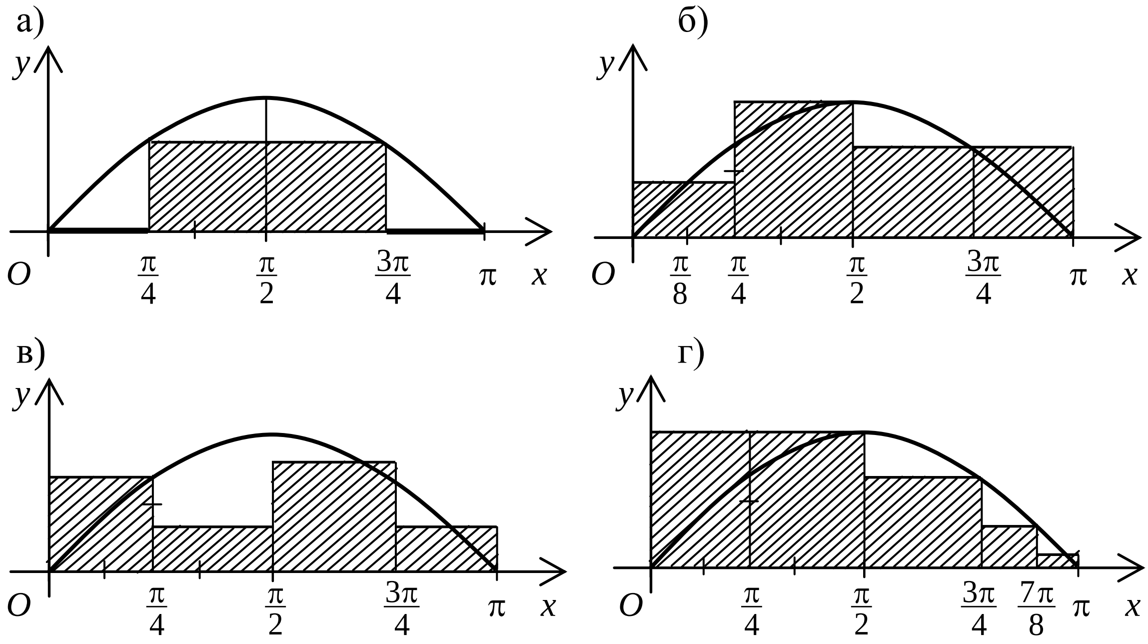
B2 Вычислите $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\int_0^x \sin 6t dt}{x^2}$.

B3 Вычислите $I = \int_1^2 \frac{x + \sqrt{3x-2} - 10}{\sqrt{3x-2} + 7} dx$. В качестве ответа укажите число, равное $27I$.

Вариант №11

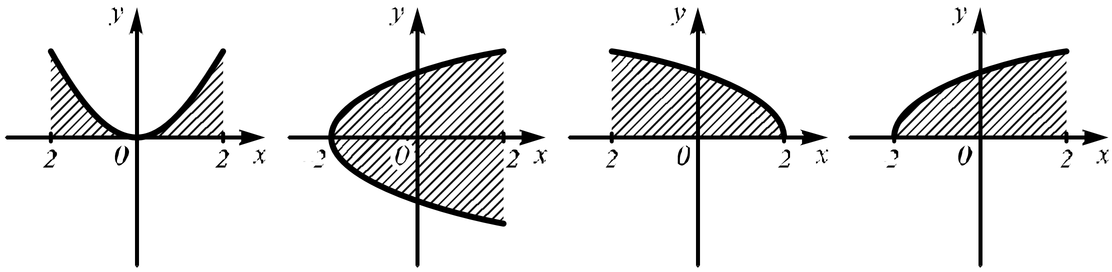
Часть 1

A1 На каком из чертежей изображена интегральная сумма Римана для функции $f(x) = \sin x$ на отрезке $[0; \pi]$ при $n = 4$.



1) а, б, г; 2) а, б, в; 3) только а, б; 4) только б, г.

A2 Интеграл $\int_{-2}^{2} \sqrt{2x+4} dx$ определяет площадь. Выберите соответствующую фигуру.



1) 2) 3) 4)

A3 Интеграл $\int_0^4 \left(t^2+2t\right)dt$ равен пути, пройденному некоторым телом. Найдите скорость движения в момент $t_0=3$.

1) $\frac{112}{3}$; 2) 15; 3) 8; 4) 18.

A4 Найдите $\int\left(\operatorname{ctg}^3 x+\operatorname{ctg}^5 x\right)dx$.

1) $-\frac{\operatorname{ctg}^4 x}{4}+c$; 2) $-\frac{\operatorname{ctg}^4 x}{4}-\frac{\operatorname{ctg}^6 x}{6}+c$;

3) $\frac{\operatorname{ctg}^4 x}{4}+c$; 4) $\frac{\operatorname{ctg}^4 x}{4}+\frac{\operatorname{ctg}^6 x}{6}+c$.

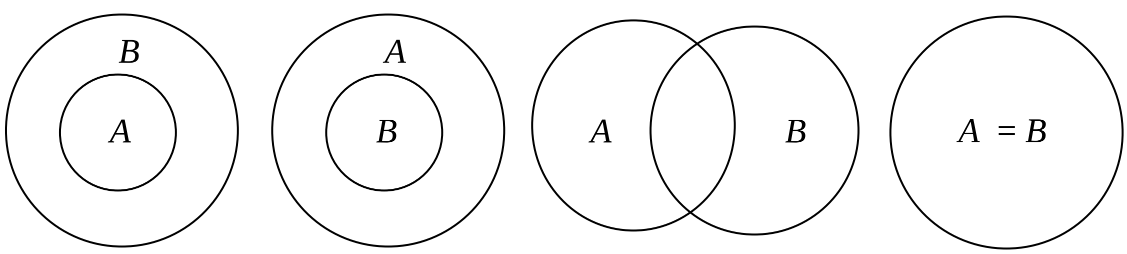
A5 Вычислите $\int_0^{e-1}\ln(x+1)dx$.

1) –1; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 1; 4) $-\frac{1}{2}$.

A6 Определите знаки интегралов $I_1=\int_4^5 \sin^{49} x dx$, $I_2=\int_2^3 (\cos x-2)^3 dx$, не вычисляя их:

1) $I_1>0, I_2>0$; 2) $I_1<0, I_2<0$; 3) $I_1>0, I_2<0$; 4) $I_1<0, I_2>0$.

A7 Выберите диаграмму взаимного расположения множества A неограниченных на $[a,b]$ функций и множества B функций, не интегрируемых по Риману на этом промежутке.



1) 2) 3) 4)

А8 Вычислите несобственные интегралы $I_1 = \int\limits_2^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx$, $I_2 = \int\limits_0^{1/e} \frac{dx}{x \ln^2 x}$ или установите их расходимость.

1) оба интеграла расходятся; 2) $I_1 = \frac{\ln^2 2}{2}$, I_2 – расходится;

3) I_1 – расходится, $I_2 = 1$; 4) $I_1 = \frac{\ln 2}{2}$, $I_2 = -1$.

Часть 2

В1 Вычислите объем V тела, полученного от вращения фигуры, ограниченной параболой $y = 2x - x^2$ и осью абсцисс, вокруг оси ординат. В качестве ответа укажите значение $\frac{3V}{\pi}$.

В2 При каком значении x функция $I(x) = \int\limits_0^x te^{-t^4} dt$ имеет экстремум?

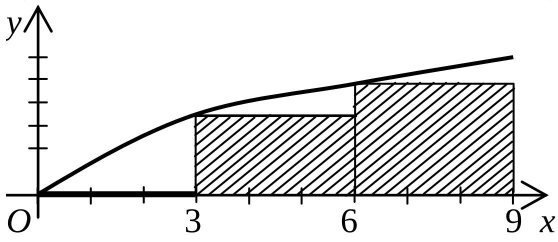
В3 Вычислите определенный интеграл $\int\limits_{-14/15}^{-7/8} \frac{6\sqrt{x+2}}{(x+2)^2 \sqrt{x+1}} dx$.

Вариант №12

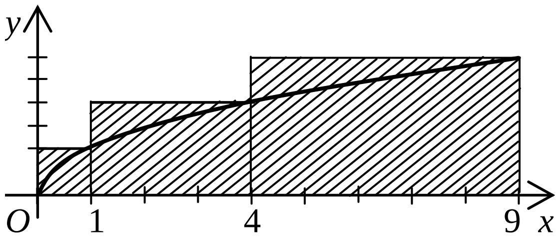
Часть 1

А1 На каком из чертежей изображена интегральная сумма Римана для функции $f(x) = \sqrt{x}$ на отрезке $[0; 9]$ при n = 3?

а)

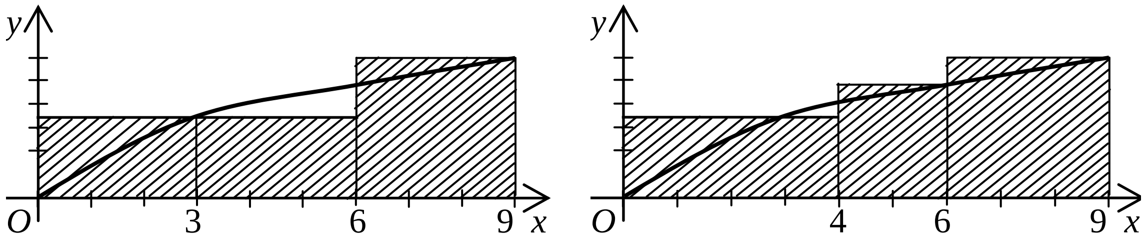


б)



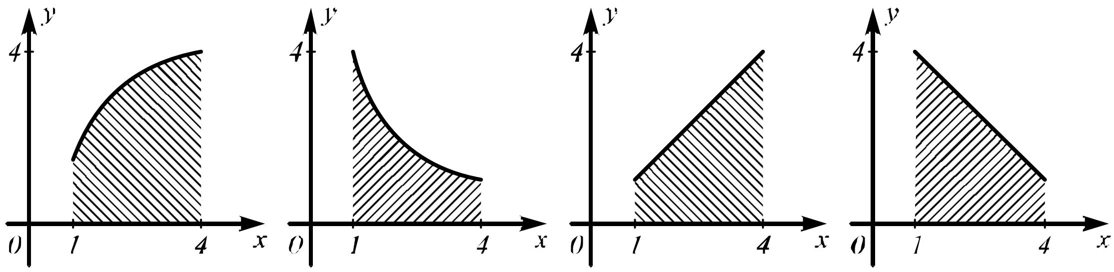
в)

г)



1) а, б, в, г; 2) только б, г; 3) только б, в; 4) только б.

A2 Интеграл $\int\limits_1^4 \frac{4dx}{x}$ определяет площадь. Выберите соответствующую фигуру.



1) 2) 3) 4)

A3 Интеграл $\int\limits_0^b t^2 dt$ определяет путь, пройденный некоторым телом. Найдите скорость движения в момент $t_0 = \frac{b}{2}$.

1) b^2; 2) $\frac{b^3}{24}$; 3) $\frac{b^3}{8}$; 4) $\frac{b^2}{4}$.

A4 Найдите $\int \frac{\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)}{\sqrt{1+x^2}}dx$.

1) $\sqrt{1+x^2}\cdot\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)+c$; 2) $x\ln x+\sqrt{1+x^2}+c$;

3) $\frac{1}{2}\ln^2\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)+c$; 4) интеграл неберущийся.

A5 Вычислите $\int\limits_1^e \sqrt{x}\ln^2 x dx$.

1) $\frac{1}{27}\left(10e^{3/2}-16\right)$; 2) $\frac{2}{9}e^{3/2}$; 3) $\frac{22}{27}e^{3/2}-\frac{8}{17}$; 4) $\frac{1}{27}\left(8-e^{3/2}\right)$.

A6 Оцените интеграл $I = \int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$.

1) $\frac{1}{4} < I < \frac{1}{2}$; 2) $2 < I < 16$; 3) $1 < I < 2$; 4) $2 < I < 8$.

A7 Вставьте пропущенные слова в формулировку следующего утверждения: «Для того, чтобы для интегрируемой функции $f(x)$ на $[a,b]$, $a<b$ выполнялось неравенство $\int_a^b f(x)dx \geq 0$ …, чтобы выполнялось неравенство $f(x) \geq 0, \forall x \in [a,b]$. »

1) необходимо;
2) достаточно;
3) необходимо и достаточно;
4) подстановка всех предыдущих слов не даст истинного высказывания.

A8 Вычислите несобственный интеграл $I = \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(1+x)}$ или установите его расходимость.

1) $\ln 2 - 1$; 2) $1 - \ln 2$; 3) 1; 4) интеграл расходится.

Часть 2

B1 Найдите площадь, ограниченную линиями

$$x = 4 - (y-1)^2,\ x = y^2 - 4y + 3.$$

B2 Найдите $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3\int_0^x \frac{e^t - 1}{t} dt}{\sin x}$.

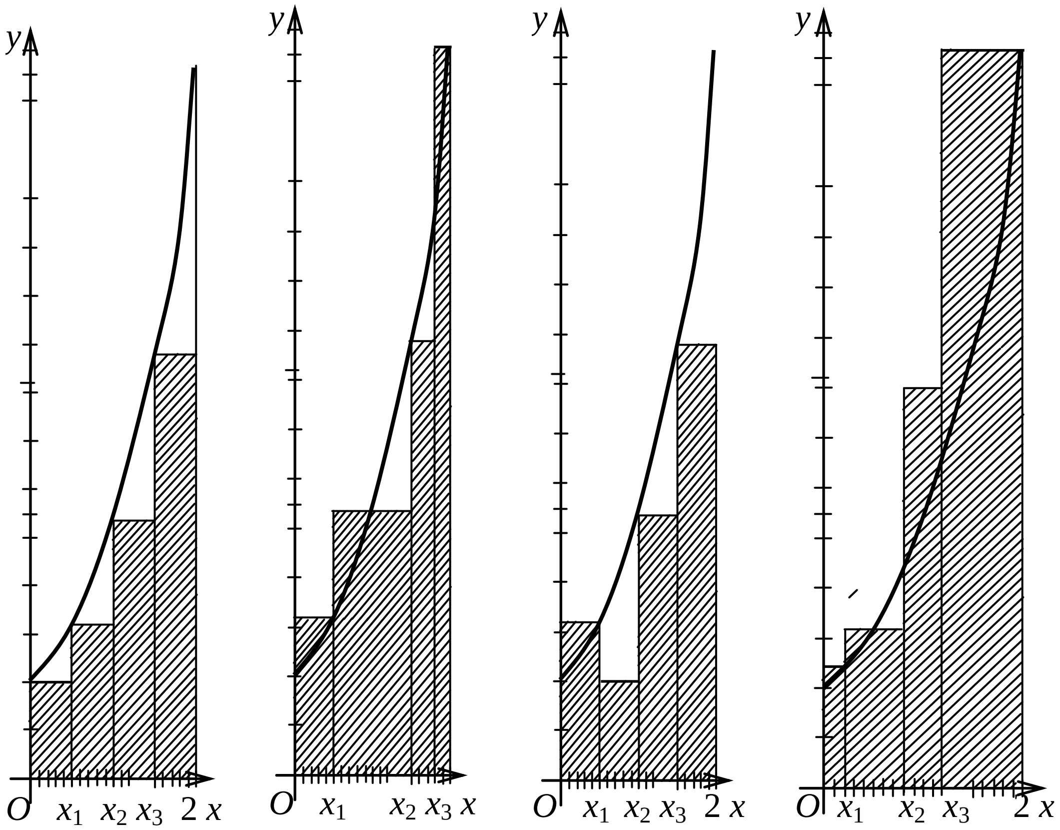
B3 Вычислите $\int_{16/15}^{4/3} \frac{4\sqrt{x}}{x^2\sqrt{x-1}} dx$.

Вариант №13

Часть 1

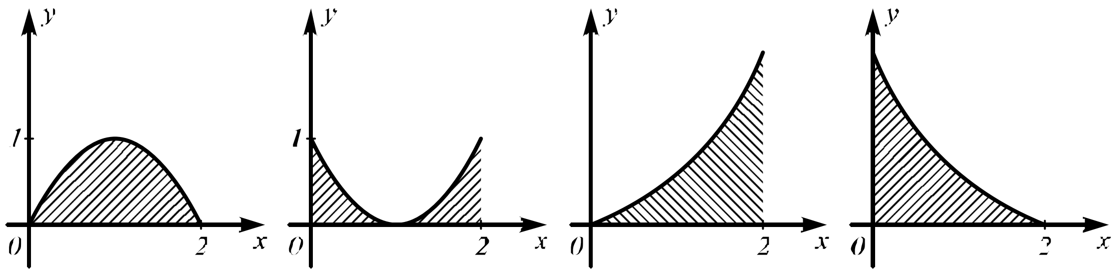
A1 На каком из чертежей изображена интегральная сумма Римана для функции $y = e^x$ на отрезке $[0; 2]$ при $n = 4$?

а) б) в) г)



1) только а, г; 2) а, б; 3) а, б, в, г; 4) только б.

A2 Интеграл $\int_0^2 \left(x^2 - 2x + 1\right)dx$ определяет площадь. Выберите соответствующую криволинейную трапецию.



1) 2) 3) 4)

A3 Интеграл $\int_0^5 (6t + 2)dt$ равен количеству электричества, протекающему через поперечное сечение проводника за время $0 \le t \le 5$. Найдите силу тока в конце пятой секунды.

1) 17А; 2) 32А; 3) 85А;
4) 30А.

A4 Вычислите $\int_0^{\sin 1} \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1 - x^2}} dx$.

1) $\frac{4}{3}$; 2) $-\frac{4}{3}$; 3) $\frac{\sin^3 1}{3}+\sin 1$; 4) $\frac{\pi}{2}+\frac{\pi^3}{24}$.

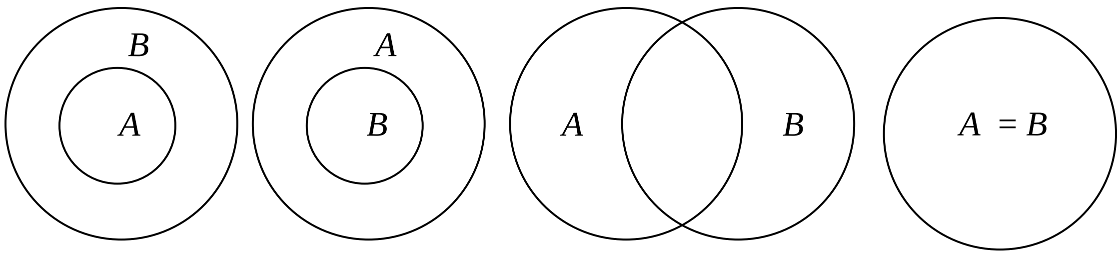
A5 Вычислите $\int_0^{\pi/2} e^x \sin x dx$.

1) $\frac{1}{2}\left(e-e^{\frac{\pi}{2}}\right)$; 2) $\frac{1}{2}\left(1-e^{\frac{\pi}{2}}\right)$; 3) $\frac{1}{2}\left(e^{\frac{\pi}{2}}+1\right)$; 4) $I=\frac{1}{2}\left(e+e^{\frac{\pi}{2}}\right)$.

A6 Найдите среднее значение функции $f(x)=\frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}$ на промежутке $\left[1,e^3\right]$.

1) $\frac{1}{e^3-1}$; 2) $\frac{4}{e^3-1}$; 3) 2; 4) $\frac{2}{e^3-1}$.

A7 Выберите диаграмму взаимного расположения множества A ограниченных на промежутке $[a,b]$ функций и множества B функций, интегрируемых на этом промежутке.



1) 2) 3) 4)

A8 Исследуйте сходимость интегралов $I_1=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{2x}-1}{e^x}dx$ и $I_2=\int_0^1\frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$ или установите их расходимость.

1) I_1 расходится, $I_2=2(e-1)$; 2) оба интеграла расходятся;
3) $I_1=0$, $I_2=2(e-1)$; 4) $I_1=0$, I_2 расходится.

Часть 2

B1 Найдите объем V тела, полученного при вращении вокруг оси ординат круга, ограниченного окружностью $(x-2)^2+y^2=4$. В ответ введите число $\frac{1}{\pi^2}\cdot V$.

B2 Найдите $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int\limits_0^x \sqrt{\operatorname{tg} t}\,dt}{\int\limits_0^x \sqrt{\sin t}\,dt}$.

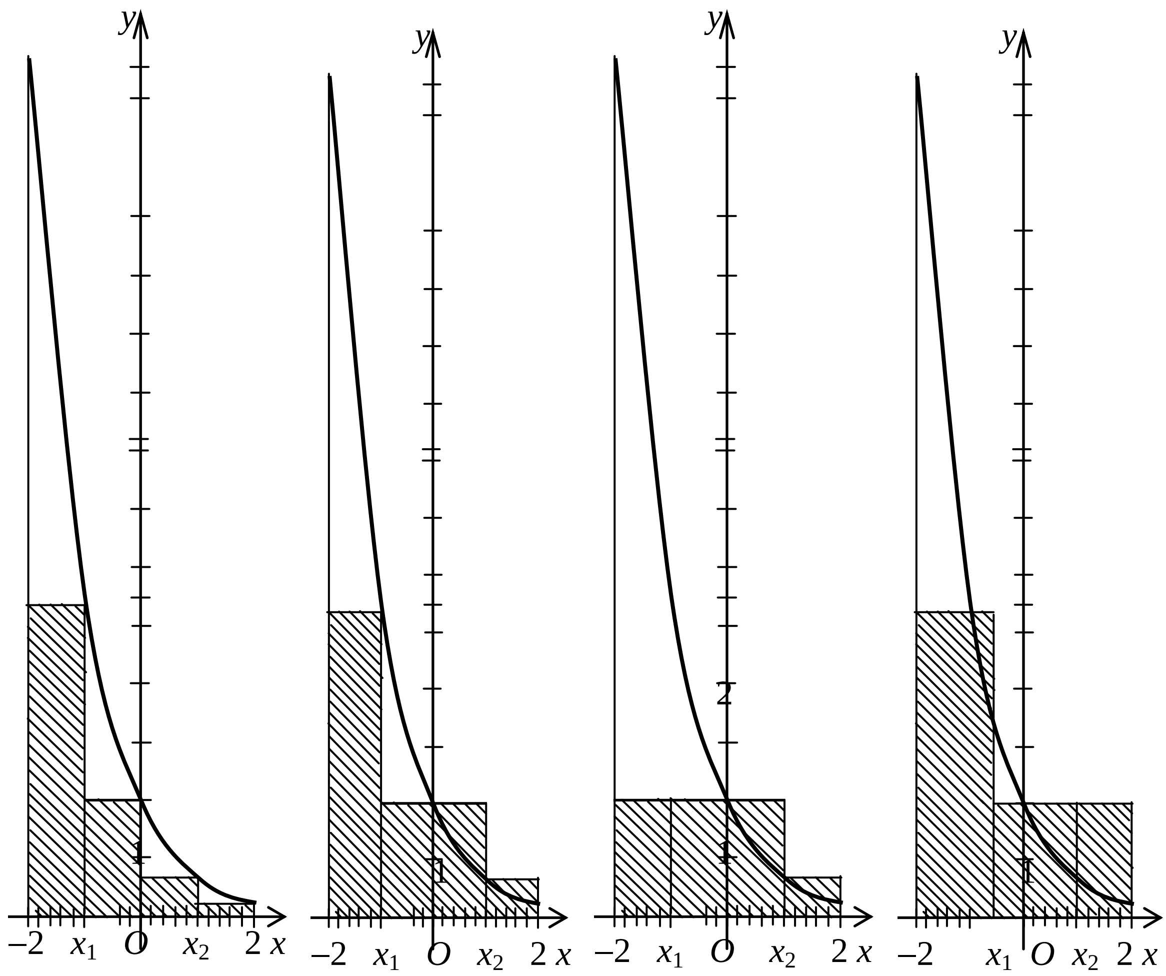
B3 Вычислите $\int\limits_0^7 \dfrac{40\sqrt{x+25}}{(x+25)^2\sqrt{x+1}}dx$.

Вариант №14

Часть 1

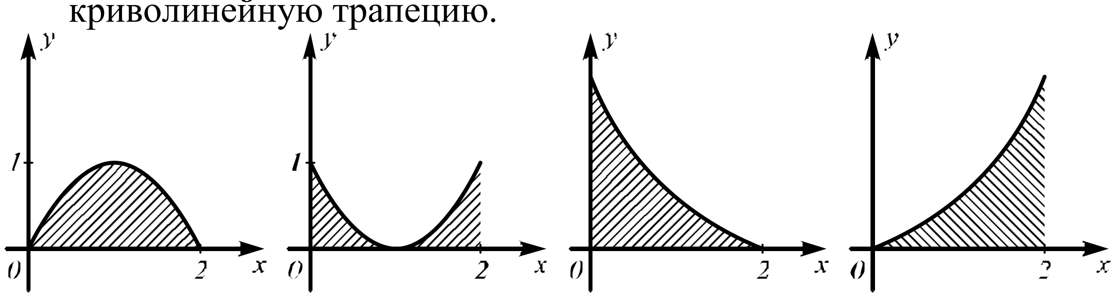
A1 На каком из чертежей изображена интегральная сумма Римана для функции $y=e^{-x}$ на отрезке $[-2;\,2]$ при $n=3$?

а) б) в) г)



1) а, б, в; 2) б, в, г; 3) только б; 4) б, в.

А2 Интеграл $\int_0^2 \left(2x - x^2\right) dx$ определяет площадь. Выберите соответствующую криволинейную трапецию.



1) 2) 3) 4)

А3 $\int_0^1 \left(1 - t^2\right) dt$ равен пути, пройденному точкой за промежуток времени $0 \le t \le 1$. С какой скоростью пройден этот путь?

1) $\upsilon = -2t$; 2) $\upsilon = \frac{3}{4}$; 3) $\upsilon = 1 - t^2$; 4) $\upsilon = t - \frac{t^3}{3}$.

A4 Вычислите $\int\limits_0^{\pi/4} \mathrm{tg} x \ln \cos x dx$.

1) $-\frac{1}{8}\ln^2 2$; 2) $\frac{1}{8}\ln^2 2$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) 1.

A5 Вычислите $\int\limits_0^1 x \mathrm{arctg} x dx$.

1) $\frac{1}{2}-\frac{\pi}{4}$; 2) $\frac{5\pi}{8}-\frac{1}{2}$; 3) $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$; 4) $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$.

A6 Не вычисляя интегралы $I_1=\int\limits_0^1 \left(2+\sqrt[3]{x}\right)\cos x dx$ и $I_2=\int\limits_0^1 \left(2+\sqrt{x}\right)\cos x dx$, сравните их по величине.

1) $I_1 = I_2$; 2) $I_1 < I_2$;
3) $I_1 > I_2$; 4) Нельзя сравнить интегралы, не вычисляя их.

A7 Вставьте пропущенные слова в формулировку следующего утверждения: «Непрерывность функции на отрезке $[a,b]$ … для интегрируемости слагаемых на этом отрезке.

1) есть необходимое условие; 2) есть достаточное условие;
3) есть необходимое и достаточное условие;
4) не является ни необходимым, ни достаточным условием.

A8 Вычислите несобственные интегралы $I_1=\int\limits_{-2}^{2}\frac{xdx}{x^2-4}$ и $I_1=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{x^2+4x+9}$ или установить их расходимость.

1) оба интеграла расходятся ; 2) $I_1=0$, $I_2=\frac{\pi}{\sqrt{5}}$;

3) I_1 – расходится, $I_2=\frac{\pi}{\sqrt{5}}$; 4) $I_1=2\ln 2$, I_2 – расходится.

Часть 2

B1 Найдите площадь фигуры, заключенной между линией $y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$ и ее асимптотой.

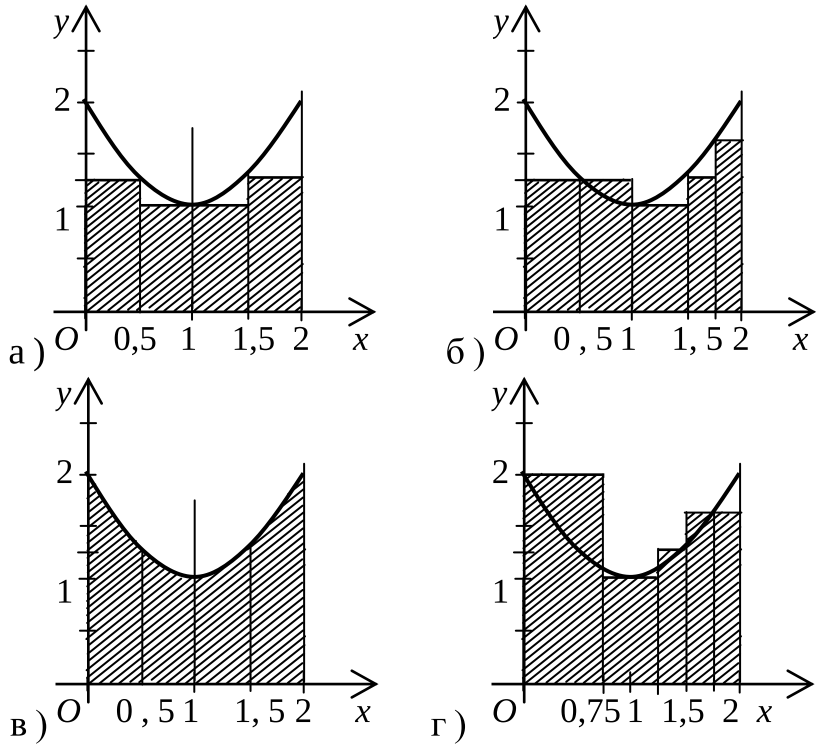
B2 Найдите абсциссу точки максимума функции $f(x)=\int\limits_0^x \frac{t+1}{t^2-2t+2}dt$.

B3 Вычислите $\displaystyle\int_0^{1/\sqrt{2}} \frac{dx}{\left(1-x^2\right)^{3/2}}$.

Вариант №15

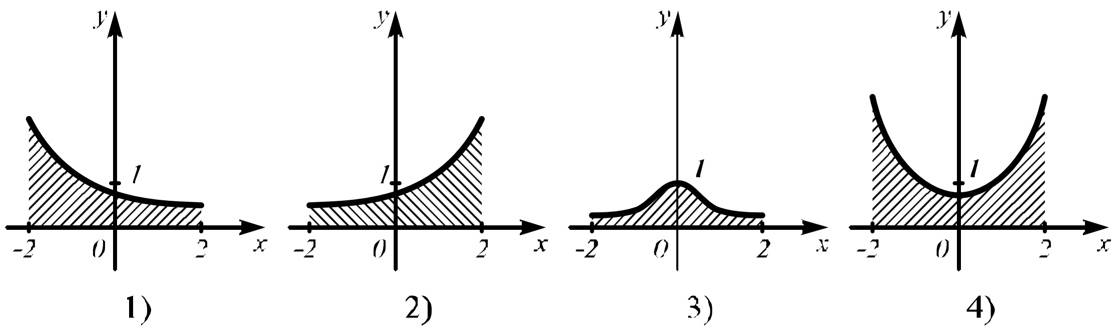
Часть 1

A1 На каком из чертежей изображена интегральная сумма Римана для функции $y=1+(x-1)^2$ на отрезке $[0;\,2]$ при $n=4$?



1) а, б, г; 2) только в; 3) а, б, в, г; 4) только а, б.

A2 Интеграл $\int_{-2}^{2} e^{-x^2}dx$ определяет площадь. Выберите соответствующую криволинейную трапецию.



A3 Масса неоднородного стержня длиной 20см определяется по формуле $m=\int\limits_0^{20}(6x+5)dx$. Найдите плотность $\rho(x)$ стержня в точке x.

1) 65; 2) $3x^2+5x$; 3) 6; 4) $6x+5$.

A4 Вычислите $\int\limits_{\pi}^{2\pi}\frac{1-\cos x}{(x-\sin x)^2}dx$.

1) $\ln 2\pi$; 2) $\frac{1}{2\pi}$; 3) $-\frac{1}{2\pi}$; 4) $\frac{7}{8}\pi^3$.

A5 Вычислите $\int\limits_1^5\frac{xdx}{\sqrt{4x+5}}$.

1) $1-5\ln\frac{5}{3}$; 2) $\frac{17}{6}$; 3) $\frac{68}{3}$; 4) $5\ln\frac{5}{3}-1$.

A6 Не вычисляя интегралы $I_1=\int\limits_0^1 e^{-x}\sin x dx$ и $I_2=\int\limits_0^1 e^{-x^2}\sin x dx$, сравните их по величине.

1) $I_1=I_2$; 2) $I_1>I_2$;
3) $I_1<I_2$; 4) Нельзя сравнить интегралы, не вычисляя их.

A7 Вставьте пропущенные слова в формулировке следующего утверждения: «Интегрируемость суммы функций на отрезке $[a,b]$ …, для интегрируемости слагаемых на этом отрезке.

1) есть необходимое условие;
2) есть достаточное условие;
3) есть необходимое и достаточное условие;
4) не является ни необходимым, ни достаточным условием.

A8 Вычислите несобственный интеграл $\int\limits_0^{\infty}x\sin x dx$ или установите расходимость.

1) –1; 2) 1; 3) 0; 4) расходится.

Часть 2

B1 Найдите всю длину линии $y=\sqrt{x-x^2}+\arcsin\sqrt{x}$.

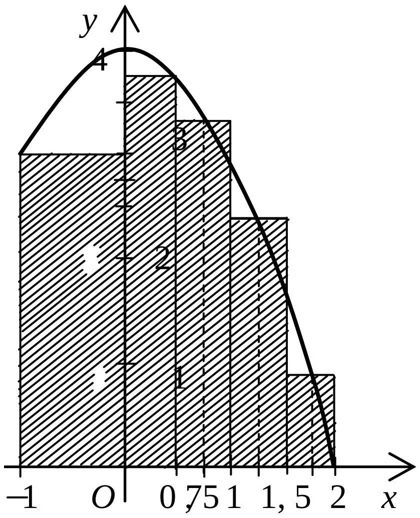
B2 Найдите абсциссу точки минимума функции $y=\int\limits_0^x (t-1)(t-2)^2\,dt$.

B3 Вычислите $\int\limits_{1/24}^{1/3} \frac{5\sqrt{x+1}}{(x+1)^2\sqrt{x}}dx$.

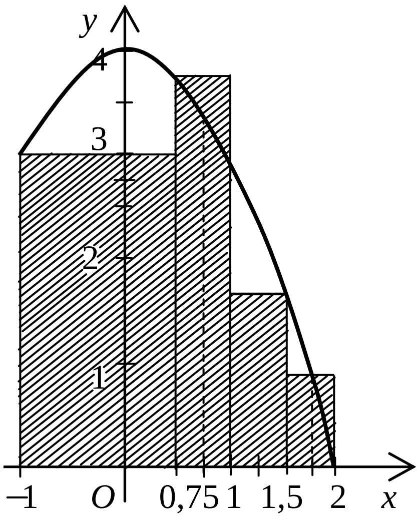
Вариант №16

Часть 1

A1 На каком из чертежей изображена интегральная сумма Римана для функции $f(x)=4-x^2$ на отрезке $[-1;\,2]$ при $n=5$?

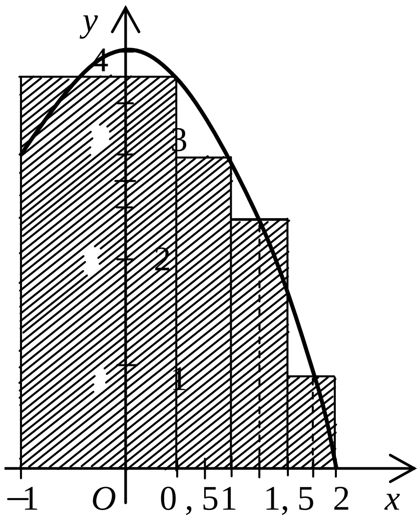


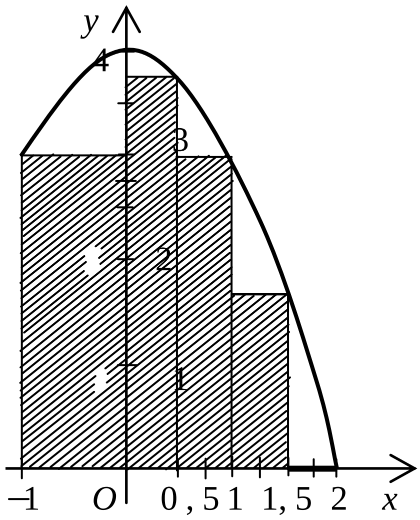
а)



б)

в)

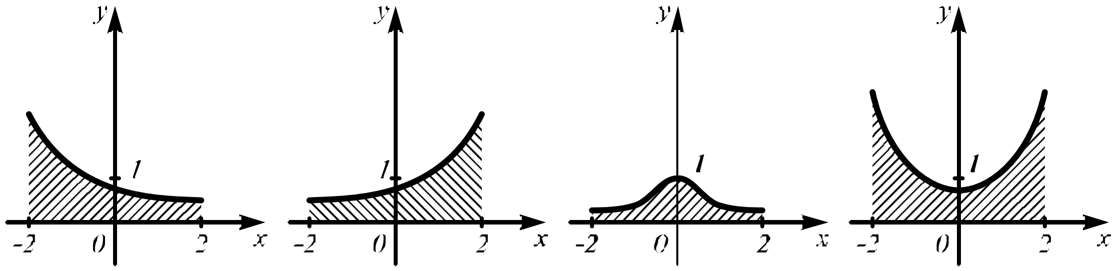




г)

1) а, в, г; 2) а, б, в, г; 3) только а, в; 4) только а, б, в.

A2 Интеграл $\int\limits_{-2}^{2} e^{-x}dx$ определяет площадь. Укажите соответствующую криволинейную трапецию.



1) 2) 3) 4)

A3 Скорость υ радиоактивного распада является заданной функцией времени: $\upsilon = \upsilon(t)$. Выразите количество вещества, разложившегося за время от момента T_0 до момента T_1.

1) $\upsilon(T_1)\cdot T_1 - \upsilon(T_0)\cdot T_0$; 2) $\left[\upsilon(T_1) - \upsilon(T_0)\right]\cdot\left(T_1 - T_0\right)$;

3) $\int\limits_{T_0}^{T_1} \upsilon(t)dt$; 4) $\upsilon(t)\cdot\left[T_1 - T_0\right]$.

A4 Вычислите $\int\limits_{-1}^{0} \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{\cos^2(x+1)}dx$.

1) $\frac{\pi^2}{8}$; 2) $\frac{1}{2}\operatorname{tg}^2 1$; 3) $-\frac{1}{2}\operatorname{tg}^2 1$; 4) $-\frac{\pi^2}{8}$.

A5 Вычислите $\int\limits_{0}^{1} x^2\sqrt{1-x^2}\,dx$.

1) $\frac{1}{4}(\pi - 1)$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $\frac{\pi}{16} - 1$; 4) $\frac{\pi}{16}$.

A6 Запишите формулу для отыскания среднего значения функции $y = \ln x$ на промежутке $[1, e]$.

1) $f(c) = \frac{e}{e-1}$; 2) $f(c) = 1$;

3) $f(c) = \frac{1}{e-1}\int\limits_{1}^{e} \ln x dx$; 4) $f(c) = \frac{1}{e}\int\limits_{1}^{e} \ln x dx$.

A7 Вставьте пропущенные слова в формулировку следующего утверждения: «Интегрируемость произведения функций на промежутке $[a, b]$ для интегрируемости сомножителей»

1) есть необходимое условие;
2) есть достаточное условие;
3) есть необходимое и достаточное условие;
4) не является ни необходимым, ни достаточным условием.

A8 Вычислите несобственный интеграл $\int\limits_0^{\infty} \frac{x}{(1+x)^3} dx$ или установите расходимость.

1) $-\frac{3}{2}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) расходится .

Часть 2

B1 Линия $y^2 = \frac{4}{\pi} x e^{-2x}$ вращается вокруг своей асимптоты. Найдите объем тела, ограниченного поверхностью, которая получается в результате этого вращения.

B2. Найдите $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{2\int\limits_0^x t e^{t^2} dt}{e^{x^2}}$.

B3. Вычислите $\frac{1}{\pi} \int\limits_9^{15} \sqrt{\frac{6-x}{x-18}} dx$.

Ответы

Вари ант	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**A7**	**A8**	**B1**	**B2**	**B3**
1	3	3	2	1	4	3	2	2	16	3	2
2	2	3	3	1	4	1	3	2	24	1	2
3	4	1	3	1	4	3	2	2	3	–1	2
4	3	4	2	2	4	4	3	3	7	0	1
5	3	1	2	1	4	3	3	1	16	0	2
6	3	1	2	4	2	4	2	3	8	1	1
7	2	2	4	1	2	1	2	2	8	2	2
8	3	1	2	3	3	2	1	3	8	1	3
9	3	1	4	2	3	4	2	3	8	0	3
10	3	2	1	3	4	1	2	4	2	3	–22
11	1	4	2	1	3	2	1	3	8	0	1
12	1	2	4	3	1	3	2	2	9	3	2
13	2	2	2	1	3	4	2	1	16	1	1
14	4	1	3	1	4	3	2	3	2	–1	1
15	1	3	4	2	2	3	1	4	2	1	3
16	1	1	3	2	4	3	1	2	1	1	2