

Вариант №1

Часть 1

A1 Найдите значение S_{24} для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$.

- 1) $5 - \sqrt{24}$; 2) -6 ; 3) 4 ; 4) 6 .

A2 Что можно сказать о сходимости рядов: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n^5 + n}}$ на основании только необходимого признака?

- 1) Ряд а) сходится, ряд б) сходится;
2) Ряд а) расходится, о сходимости ряда б) ничего сказать нельзя;
3) Ряд а) расходится, ряд б) сходится;
4) О сходимости ряда а) ничего сказать нельзя, ряд б) сходится.

A3 Применяя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n!}$.

Найдите $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$.

- 1) Ряд сходится, $l = 0$; 2) Ряд расходится, $l = \infty$;
3) Ряд расходится, $l = 2$; 4) Признак Даламбера не применим.

A4 Применяя признак сравнения, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2 + 3)^2}{n^5 + \ln^4 n}$.

В ответе укажите ряд, использованный для сравнения.

- 1) Ряд сходится, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5}$; 2) Ряд сходится, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$;
3) Ряд расходится, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$; 4) Ряд расходится, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{\ln^4 n}$.

A5 Исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{2n+100}\right)^n$.

- 1) сходится абсолютно;
2) сходится условно;
3) расходится;
4) о сходимости ряда ничего сказать нельзя.

А6 Является ли условие $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ достаточным условием сходимости знакопередающего ряда?

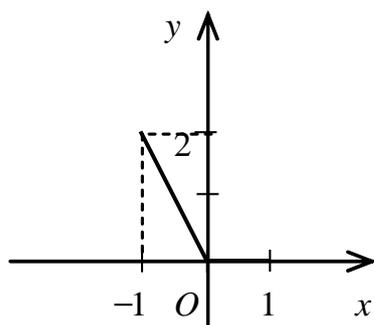
- 1) Да, это достаточное условие;
- 2) Да, это необходимое и достаточное условие;
- 3) Нет, это только необходимое условие;
- 4) Условие $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ никак не связано со сходимостью знакопередающего ряда.

А7 Какая из данных точек: $x = -2$, $x = 2$ принадлежит области сходимости

$$\text{ряда } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \cdot 3^{\frac{n}{x-1}}?$$

- 1) Только $x = -2$;
- 2) Только $x = 2$;
- 3) $x = -2$ и $x = 2$;
- 4) Ни одна из данных точек не принадлежит области сходимости указанного ряда.

А8 Функция $f(x)$ с периодом $T = 2$ задана графически. Найдите сумму её ряда Фурье в точках $x_0 = -3$ и $x_0 = 1,5$.



- 1) $S(-3) = 2$, $S(1,5) = 0$;
- 2) $S(-3) = 2$, $S(1,5) = 1$;
- 3) $S(-3) = 0$, $S(1,5) = 2$;
- 4) $S(-3) = 1$, $S(1,5) = 1$.

Часть 2

В1 Найдите область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-3)^n}{(n+1)5^n}$.

В2 Найдите сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)\ln \sqrt{3}}$ и вычислите её в точке $x_0 = 0,5$.

В3 Разложите в ряд по степеням $(x-1)$ функцию $f(x) = \frac{1}{x}$. Найдите сумму первых четырех ненулевых членов разложения в точке $x_0 = 0,5$. В качестве ответа укажите величину $\frac{24}{5} S_4(0,5)$.

Вариант №2

Часть 1

A1 Найдите значение S_{99} для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$.

- 1) $\frac{1}{99100}$; 2) 0,99; 3) 1,01; 4) 0.

A2 Что можно сказать о сходимости рядов на основании только

необходимого признака? а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1} \right)^{-n}$.

- 1) Ряд а) сходится, ряд б) расходится;
2) Ряд а) расходится, ряд б) расходится;
3) Ряд а) сходится, о сходимости ряда б) ничего сказать нельзя;
4) О сходимости ряда а) ничего сказать нельзя, ряд б) расходится.

A3 Применяя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^n}$.

Найдите $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$.

- 1) Ряд сходится, $l = 0$; 2) Ряд расходится, $l = e$;
3) Ряд сходится, $l = \frac{1}{e}$; 4) Признак Даламбера не применим.

A4 Применяя интегральный критерий, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^3(n+1)}$. В случае сходимости в ответе укажите значение

несобственного интеграла $I = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x+1) \ln^3(x+1)}$.

- 1) Ряд сходится, $I = 0$; 2) Ряд сходится, $I = -\frac{1}{2 \ln^2 2}$;
3) Ряд сходится, $I = \frac{1}{2 \ln^2 2}$; 4) Ряд расходится, $I = +\infty$.

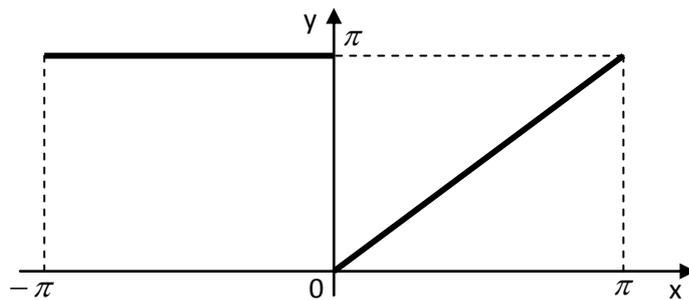
A5 Исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{\ln(n+1)}$.

- 1) Сходится абсолютно;
2) Сходится условно;
3) Расходится;
4) О сходимости ряда ничего сказать нельзя.

A6 Выберите верное утверждение:

«Для того, чтобы ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ расходился, ...»

- 1) необходимо, чтобы $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$;
 - 2) достаточно, чтобы $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$;
 - 3) необходимо и достаточно, чтобы $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$;
 - 4) условие $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$ никак не связано с расходимостью ряда.
- A7 Какая из данных точек: $x=1$, $x=2$ принадлежит области сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{x \cdot n^x}$?
- 1) только $x=1$;
 - 2) только $x=2$;
 - 3) принадлежат обе;
 - 4) ни одна не принадлежит.
- A8 Функция $f(x)$ с периодом $T=2\pi$ задана графически. Найдите сумму её ряда Фурье в точках $x_0 = -\frac{3}{2}\pi$ и $x_0 = 2\pi$.



- 1) $S\left(-\frac{3}{2}\pi\right) = \frac{\pi}{2}$, $S(2\pi) = \frac{\pi}{2}$;
- 2) $S\left(-\frac{3}{2}\pi\right) = \frac{\pi}{2}$, $S(2\pi) = 0$;
- 3) $S\left(-\frac{3}{2}\pi\right) = \pi$, $S(2\pi) = 0$;
- 4) $S\left(-\frac{3}{2}\pi\right) = \pi$, $S(2\pi) = \pi$.

Часть 2

- B1 Найдите область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{4^n(2n-1)}$.
- B2 Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^n x}{n \ln 2}$ на промежутках $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ и вычислите её в точке $x_0 = \pi$.
- B3 Разложите в ряд по степеням $(x+1)$ функцию $f(x) = \frac{1}{x^2}$. Найдите сумму первых четырех членов разложения в точке $x_0 = -1,5$. В ответе укажите величину $4S_4(-1,5)$.

Вариант №3

Часть 1

A1 Найдите значение S_{99} для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right)$.

- 1) 0,9; 2) $\frac{1}{\sqrt{99}} - \frac{1}{10}$; 3) 1,9; 4) 0.

A2 Что можно сказать о сходимости рядов а) $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{1}{n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 3}{n \ln n}$ на основании только необходимого признака.

- 1) Ряд а) сходится, ряд б) сходится;
2) Ряд а) сходится, ряд б) расходится;
3) О сходимости ряда а) ничего сказать нельзя, ряд б) расходится;
4) Ряд а) расходится, ряд б) расходится.

A3 Применяя признак Коши, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+3}{3n-4} \right)^{n^2}$.

Найдите $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$.

- 1) Ряд расходится, $l = \frac{4}{3}$; 2) Ряд расходится, $l = \infty$;
3) Ряд сходится, $l = 0$; 4) Признак Коши не применим.

A4 Применяя интегральный критерий, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\sqrt{n}}$. В случае сходимости укажите значение несобственного

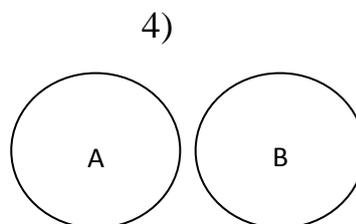
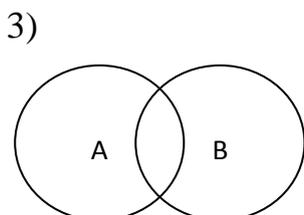
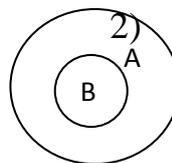
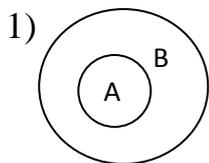
интеграла $I = \int_1^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$.

- 1) Ряд сходится, $I = 0$; 2) Ряд сходится, $I = -4e^{-1}$;
3) Ряд сходится, $I = 4e^{-1}$; 4) Ряд расходится.

A5 Исследуйте сходимость рядов: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + \sin^2 n}$.

- 1) а) сходится условно, б) сходится абсолютно;
2) а) расходится, б) сходится условно;
3) оба ряда сходятся условно;
4) оба ряда сходятся абсолютно.

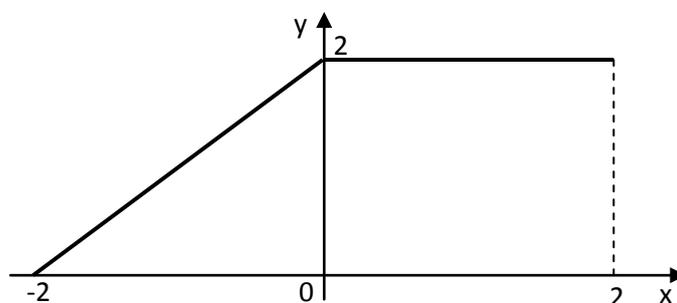
A6 Постройте диаграмму взаимного расположения следующих множеств знакопеременных рядов: А – абсолютно сходящиеся ряды, В – сходящиеся ряды.



A7 Какая из данных точек $x = -10$, $x = 10$ принадлежит области сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+x)^n}{n^n}$?

- 1) Только $x = -10$; 2) Только $x = 10$;
 3) Принадлежат обе; 4) Ни одна не принадлежит.

A8 Функция $f(x)$ с периодом $T = 4$ задана графически. Найдите сумму её ряда Фурье в точках $x_0 = -6$ и $x_0 = 3$.



- 1) $S(-6) = 0$, $S(3) = 1$; 2) $S(-6) = 2$, $S(3) = 2$;
 3) $S(-6) = 1$, $S(3) = 2$; 4) $S(-6) = 1$, $S(3) = 1$.

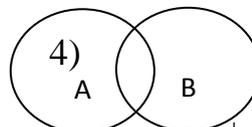
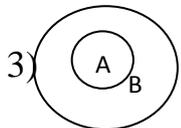
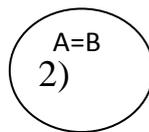
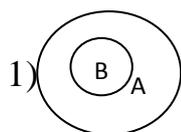
Часть 2

B1 Найдите область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}$.

B2 Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^n x}{n \ln 2}$ и вычислите её в точке $x_0 = -\frac{\pi}{2}$.

B3 Разложите в ряд Тейлора функцию $f(x) = \ln x$ в окрестности точки $x_0 = 1$. Найдите сумму первых трех ненулевых членов разложения в точке $x_0 = 1,5$.

А6 Постройте диаграмму взаимного расположения множества А – расходящихся рядов и множества В – рядов, для которых $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$.



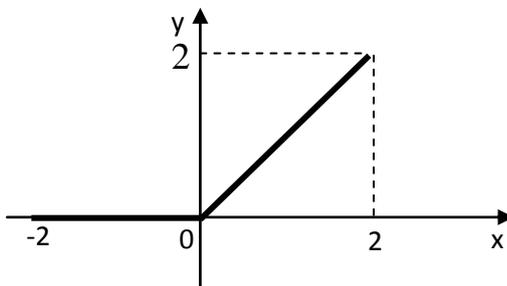
А7 Пусть x_1, x_2 – вещественные числа, причём $0 < |x_1| < |x_2|$. Какая из

ситуаций возможна для степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$:

- а) ряд сходится в точке x_1 и расходится в точке x_2 ;
- б) ряд расходится в точке x_1 и сходится в точке x_2 .

- 1) Возможны обе ситуации;
- 2) Возможно утверждение а) и невозможно утверждение б);
- 3) Возможно утверждение б) и невозможно утверждение а);
- 4) Оба утверждения невозможны для степенного ряда.

А8 Периодическая функция $f(x)$ с периодом $T = 4$, задана графически на $[-2, 2)$. $S(x)$ – сумма её ряда Фурье. Найдите $S(-6)$, $S(-2)$, $S(0)$, $S(1)$.



- 1) 0, 0, 0, 1;
- 2) 0, 2, 0, 1;
- 3) 1, 1, 0, 1;
- 4) Функция за пределами полуинтервала $[-2, 2)$ не определена.

Часть 2

В1 Найдите область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n \cdot 5^{n+1}}$.

В2 Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 100n \cdot x^{n-1}$ и вычислите её значение в точке $x = \frac{1}{3}$.

В3 Разложите функцию $f(x) = x^4 - 4x^2$ в ряд Тейлора по степеням $(x+2)$. Вычислите сумму первых трех ненулевых, членов разложения при $x = -1$.

Вариант №5**Часть 1**

A1 Найдите общий член ряда, если известно, что сумма n первых членов ряда равна $\frac{n}{2n+1}$.

1) $a_n = \frac{n+1}{2n(2n+1)}$; 2) $a_n = -\frac{1}{2(2n+1)}$; 3) $a_n = \frac{1}{4n^2-1}$; 4) $a_n = \frac{n}{4n^2-1}$.

A2 Что можно сказать о сходимости рядов а) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{100n+40}}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$ на основании только необходимого признака сходимости ряда?

- 1) Оба ряда расходятся;
- 2) Оба ряда сходятся;
- 3) Ряд а) сходится, ряд б) расходится;
- 4) Необходимый признак сходимости ответа не дает.

A3 Применяя признак Коши, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$.

Найдите $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$.

- 1) Ряд сходится, $l = \frac{1}{2}$;
- 2) Ряд сходится, $l = 0$;
- 3) Ряд расходится, $l = \frac{e}{2}$;
- 4) Ряд расходится, $l = \infty$.

A4 Исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$.

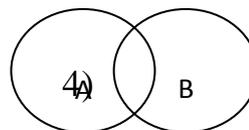
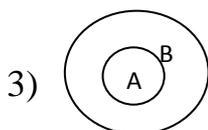
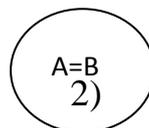
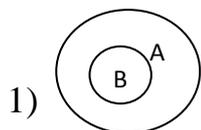
- 1) Ряд расходится, т. к. расходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$;
- 2) Ряд сходится. Сравниваем с рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2}}$;
- 3) Ряд расходится, т. к. $\operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}} > \frac{1}{\sqrt{n}}$, а ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ расходится;
- 4) Ряд сходится, т. к. $\int_1^{\infty} \frac{1}{x} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \frac{\pi}{2}$.

A5 Среди следующих рядов укажите сходящиеся абсолютно:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$; б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{3^n}$.

1) а, б, в; 2) только б, в; 3) только а, в; 4) только в.

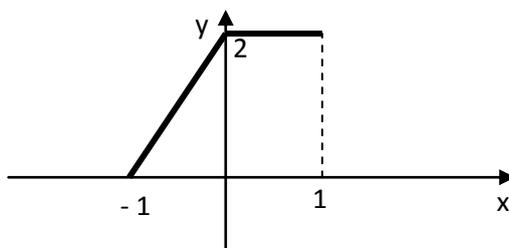
A6 Постройте диаграмму взаимного расположения множества А – знакопередающихся рядов, удовлетворяющих условиям теоремы Лейбница, и множества В – сходящихся знакопередающихся рядов.



A7 Какие из указанных ниже интервалов могут быть областью сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x+1)^n$, где c_n – числовые коэффициенты: а) $(-\infty, \infty)$, б) $(0, 2)$, в) $(-2, 0)$, г) $(-5, 5)$.

1) а, б, в, г; 2) а, в; 3) б, в; 4) а, г.

A8 Периодическая функция $f(x)$ с периодом $T = 2$, задана графически на полуинтервале $[-1, 1)$. $S(x)$ – сумма её ряда Фурье. Найти $S(-1)$, $S(0)$, $S(1)$, $S(3)$.



1) 1, 2, 1, 1; 2) 0, 2, 2, 2; 3) 0, 2, 2, 0;
4) 1, 2, 1, значение $S(3)$ не определено.

Часть 2

B1 Найдите область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n}$.

B2 Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{6x^{2n-1}}{\pi(2n-1)}$ и вычислите её в точке $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

B3 Разложите функцию $f(x) = x^3 - 3x$ в ряд Тейлора по степеням $(x-1)$. Вычислите сумму первых трех ненулевых членов разложения при $x = 0$.

Вариант №6
Часть 1

A1 Для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n-1}}{(2n-1)(2n+1)}$ запишите a_{n+1} .

1) $\frac{3^{2n}}{2n(2n+2)}$; 2) $\frac{3^{2n+1}}{(2n+1)(2n+3)}$; 3) $\frac{3^{2n}}{2n(2n+4)}$; 4) $\frac{3^{2n+1}}{2n(2n+2)}$.

A2 Что можно сказать о сходимости рядов а) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{4}{n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$,

применяя только необходимый признак сходимости ряда?

- 1) о сходимости ряда а) ничего сказать нельзя, ряд б) расходится;
- 2) оба ряда сходятся;
- 3) ряд а) сходится, ряд б) расходится;
- 4) оба ряда расходятся.

A3 Применяя признак Даламбера или признак Коши, исследуйте

сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot 2^n}$. Найдите $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$.

- 1) ряд сходится, $l = \frac{2}{3}$; 2) ряд сходится, $l = 0$; 3) ряд расходится, $l = \frac{3}{2}$;
- 4) оба признака к этому ряду не применимы.

A4 Исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2(n!)}{3^n + 2}$.

- 1) Ряд расходится (применяем первую теорему сравнения), т. к. расходится ряд $\frac{n!}{3^n + 2}$;
- 2) Ряд сходится (применяем первую теорему сравнения), т. к. сходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n + 2}$;
- 3) Ряд расходится (применяем признак Даламбера), т. к. не существует $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$;
- 4) Ряд расходится, т. к. $\int_1^{\infty} \frac{\cos^2(x!)}{3^x + 2}$ – нельзя вычислить.

A5 Можно ли оценить разность $|S - S_5|$, пользуясь теоремой Лейбница, для

рядов: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6n}$; в) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^3 n}$.

- 1) для а, б, в; 2) только для в; 3) только для а, в; 4) только для б, в.

А6 Постройте диаграмму взаимного расположения множества А – равномерно сходящихся на $[a, b]$ функциональных рядов и множества В – функциональных рядов, мажорируемых на $[a, b]$ сходящимися числовыми рядами.

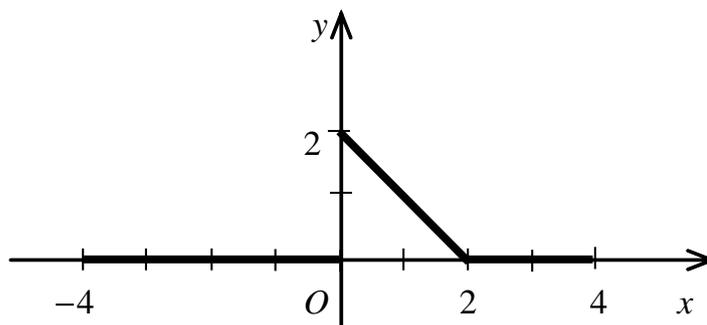


А7 Среди следующих рядов укажите степенные:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n2^n}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(x-2)^n}$; в) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^n x}{2^n}$; г) $\sum_{n=3}^{\infty} (x+1)^n$.

1) а, б, в, г; 2) только а, г; 3) а, б, г; 4) а, в, г.

А8 Периодическая функция $f(x)$ с периодом $T = 8$, задана графически на полуинтервале $(-4, 4]$. $S(x)$ – сумма её ряда Фурье. Найти $S(-2)$, $S(0)$, $S(1)$, $S(10)$.



1) 0, 0, 1, 2; 2) 0, 2, 1, 1; 3) 0, 1, 1, $S(10)$ не существует; 4) 0, 1, 1, 0.

Часть 2

В1 Найдите область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 2^n}$.

В2 Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n \ln \sqrt[5]{\frac{3}{2}}}$ и вычислите её значение в точке

$$x = \frac{1}{2}.$$

В3 Разложите функцию $f(x) = x^4$ в ряд Тейлора по степеням $(x+1)$. Вычислите сумму первых четырех ненулевых членов разложения при $x = 0$.

Вариант №7**Часть 1**

A1 Дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$. Найдите частичную сумму S_3 .

- 1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{4}{5}$.

A2 Что можно сказать о сходимости рядов а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n - \ln n}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7n+1}{5n-2} \right)^n$ на основании только необходимого признака сходимости числовых рядов?

- 1) оба ряда а) и б) расходятся;
2) ряд а) сходится, ряд б) расходится;
3) о ряде а) ничего сказать нельзя, ряд б) расходится;
4) оба ряда а) и б) сходятся.

A3 Применяя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 5}{2^n}$.

Найдите $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$.

- 1) $l = 5$, расходится; 2) $l = \frac{1}{5}$, сходится; 3) $l = \frac{1}{2}$, сходится;
4) признак Даламбера для данного ряда не применим.

A4 Применяя интегральный критерий сходимости, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 + 1}$. В случае сходимости ряда в качестве ответа укажите

значение несобственного интеграла $\int_1^{\infty} \frac{xdx}{x^4 + 1}$.

- 1) $\frac{\pi}{8}$; 2) ряд расходится; 3) $\frac{\pi}{4}$; 4) $-\frac{1}{2}$.

A5 Среди заданных рядов укажите абсолютно сходящиеся

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+3)^3}$.

- 1) а, б, в; 2) только а; 3) только в; 4) а и в.

A6 Пусть дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$, $n = \overline{1, \infty}$. Условие $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = l < 1$

(предельный признак Даламбера) для сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ является

....

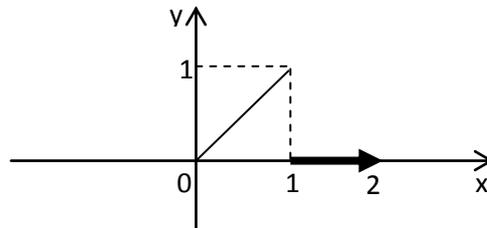
- 1) необходимым; 2) достаточным; 3) необходимым и достаточным;
4) ни необходимым, ни достаточным.

A7 Даны функциональные ряды а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{3^{n-1}}$. Входит ли

точка $x_0 = -1$ в области сходимости каждого из заданных рядов?

- 1) а) нет, б) нет; 2) а) да, б) нет; 3) а) нет, б) да; 4) а) да, б) да.

A8. Периодическая с периодом $T = 4$ функция $f(x)$ задана на интервале $(0; 2)$ графически



Найдите сумму ряда Фурье функции $f(x)$ по косинусам в точках $x_1 = -1$, $x_2 = 6$.

- 1) $S(-1) = 0$, $S(6) = 0$; 2) $S(-1) = 0$, $S(6) = 0$;
3) $S(-1) = -1$, $S(6) = 1$; 4) $S(-1) = 1$, $S(6) = \frac{1}{2}$

Часть 2

B1. Найдите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+6)^n}{(n+3) \ln(n+3)}$.

B2. Найдите сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (n+2)x^{n-1}$ и вычислите ее значение в точке $x =$

$$\frac{1}{2}.$$

B3 Найдите разложение в ряд Тейлора функции $f(x) = \ln(1+2x)$ в окрестности точки $a = 0$. Найдите сумму $S_3(x)$ первых трех ненулевых членов разложения и вычислите значение $6S_3\left(\frac{1}{2}\right)$.

Вариант №8
Часть 1

A1 Дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(2n-1)}$. Найдите частичную сумму S_3 .

- 1) $-\frac{5}{6}$; 2) $\frac{5}{6}$; 3) $\frac{1}{15}$; 4) $\frac{11}{6}$.

A2 Что можно сказать о сходимости рядов а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$; б) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$ на основании только необходимого признака сходимости числовых рядов?

- 1) оба ряда а) и б) расходятся;
2) ряд а) расходится, о ряде б) ничего сказать нельзя;
3) о ряде а) ничего сказать нельзя, ряд б) сходится;
4) оба ряда а) и б) сходятся.

A3 Применяя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n-1)!}$.

Найдите $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$.

1) $l = 0$, ряд сходится; 2) $l = \frac{3}{2}$, ряд расходится;

3) $l = \frac{2}{3}$, ряд сходится;

4) признак Даламбера для этого ряда не применим

A4 Применяя интегральный критерий сходимости, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$. В случае сходимости в ответе укажите значение

несобственного интеграла $\int_1^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.

- 1) $\frac{e}{2}$; 2) ряд расходится; 3) $-2e$; 4) $2e^{-1}$.

A5 Среди заданных рядов укажите условно сходящиеся

- а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{10n+1}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n5^n}$.

- 1) только б; 2) а, б, в; 3) а, б;
4) нет условно сходящихся рядов.

Вариант №9

Часть 1

A1 Дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+1}$. Найдите частичную сумму S_3 .

- 1) $\frac{7}{30}$; 2) $-\frac{138}{280}$; 3) $-\frac{29}{140}$; 4) $-\frac{1}{10}$.

A2 Что можно сказать о сходимости рядов а) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2^n}{n^2}$ на основании только необходимого признака сходимости числовых рядов?

- 1) оба ряда а) и б) расходятся;
2) ряд а) расходится, ряд б) сходится;
3) о сходимости рядов а) и б) ничего сказать нельзя;
4) оба ряда а) и б) сходятся.

A3 Применяя признак Даламбера, исследуйте ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n2^n}$ на сходимость.

Найдите $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$.

- 1) $l = \frac{2}{5}$, ряд сходится; 2) $l = \frac{5}{2}$, ряд расходится;
3) $l = 0$, ряд сходится.
4) признак Даламбера для этого ряда не применим.

A4 Применяя интегральный критерий сходимости, исследуйте сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2 - 1}$. В случае сходимости в ответе укажите значение

несобственного интеграла $\int_1^{\infty} \frac{1}{(2x+1)^2 - 1} dx$.

- 1) $\ln 2$; 2) $\frac{1}{4} \ln 2$; 3) ряд расходится; 4) $-\frac{1}{4} \ln 2$.

A5 Укажите расходящиеся ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2n}{3n+2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(n-1)^2}{n^2+1}$.

- 1) все расходятся; 2) только б; 3) б и в; 4) только в.

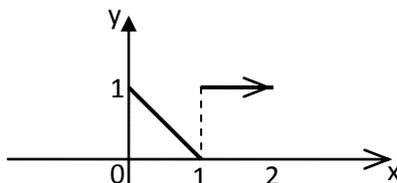
А6 Пусть дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. Условие $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ для сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ является ...

- 1) необходимым;
- 2) достаточным;
- 3) необходимым и достаточным;
- 4) ни необходимым и ни достаточным.

А7 Даны функциональные ряды а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2 - 6x + 12)^n}{4^n(n^2 + 1)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$. Входит ли точка $x_0 = 3$ в области сходимости каждого из заданных рядов?

- 1) а) нет, б) нет; 2) а) нет, б) да; 3) а) да, б) нет; 4) а) да, б) да.

А8 Периодическая с периодом $T = 4$ функция $f(x)$ задана на интервале $(0; 2)$ графически



Найдите сумму ряда Фурье функции $f(x)$ по синусам в точках $x_1 = -1$, $x_2 = 2$.

- 1) $S(-1) = -\frac{1}{2}$, $S(2) = 0$;
- 2) $S(-1) = \frac{1}{2}$, $S(2) = -1$;
- 3) $S(-1) = \frac{1}{2}$, $S(2) = \frac{1}{2}$;
- 4) $S(-1) = 0$, $S(2) = 1$.

Часть 2

В1 Найдите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{(2n-1)4^n}$.

В2 Найдите сумму ряда $\frac{1}{0.5 - \ln 1.5} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+2}}{n+2}$. Вычислите и запишите значение найденной суммы в точке $x = -\frac{1}{2}$.

В3 Найдите разложение в ряд Тейлора функции $f(x) = \frac{8}{2-x}$ в окрестности точки $a = 3$. Найдите частичную сумму $S_4(x)$ и вычислите значение $S_4(3,5)$.

ОТВЕТЫ

Вариант	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	B1	B2	B3
1	3	2	1	3	1	3	1	4	$(-2, 8]$	1	9
2	2	4	3	3	3	2	4	1	$(-7, -3)$	-1	1
3	1	3	2	3	1	1	4	4	$(-2, 4)$	-1	5
4	1	4	2	3	4	1	2	3	$[-9, 1)$	225	-4
5	3	1	3	2	4	3	2	1	$(-7, -3)$	1	0
6	2	1	3	2	3	1	2	4	$[1, 5)$	5	-1
7	1	3	3	1	4	2	3	1	$(-7, -5]$	8	-1
8	2	2	1	4	3	2	4	2	$[3, 9)$	12	15
9	3	3	2	2	3	1	4	1	$[-9, -1)$	1	-30