

## Вариант №1

### Часть 1

A1 Найдите значение  $S_{24}$  для ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ .

- 1)  $5 - \sqrt{24}$ ; 2)  $-6$ ; 3)  $4$ ; 4)  $6$ .

A2 Что можно сказать о сходимости рядов: а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ ;

б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{n^5 + n}}$  на основании только необходимого признака?

- 1) Ряд а) сходится, ряд б) сходится;  
2) Ряд а) расходится, о сходимости ряда б) ничего сказать нельзя;  
3) Ряд а) расходится, ряд б) сходится;  
4) О сходимости ряда а) ничего сказать нельзя, ряд б) сходится.

A3 Применяя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n!}$ .

Найдите  $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ .

- 1) Ряд сходится,  $l = 0$ ; 2) Ряд расходится,  $l = \infty$ ;  
3) Ряд расходится,  $l = 2$ ; 4) Признак Даламбера не применим.

A4 Применяя признак сравнения, исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2 + 3)^2}{n^5 + \ln^4 n}$ .

В ответе укажите ряд, использованный для сравнения.

- 1) Ряд сходится,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5}$ ; 2) Ряд сходится,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$ ;  
3) Ряд расходится,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ ; 4) Ряд расходится,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{\ln^4 n}$ .

A5 Исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{2n+100}\right)^n$ .

- 1) сходится абсолютно;  
2) сходится условно;  
3) расходится;  
4) о сходимости ряда ничего сказать нельзя.

А6 Является ли условие  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  достаточным условием сходимости знакопередающего ряда?

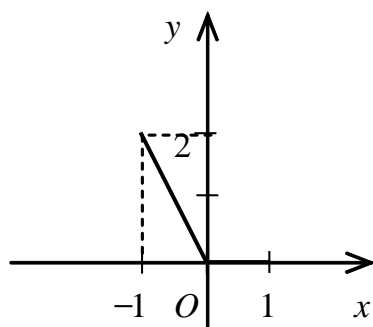
- 1) Да, это достаточное условие;
- 2) Да, это необходимое и достаточное условие;
- 3) Нет, это только необходимое условие;
- 4) Условие  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  никак не связано со сходимостью знакопередающего ряда.

А7 Какая из данных точек:  $x = -2$ ,  $x = 2$  принадлежит области сходимости

$$\text{ряда } \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \cdot 3^{x-1} ?$$

- 1) Только  $x = -2$ ;
- 2) Только  $x = 2$ ;
- 3)  $x = -2$  и  $x = 2$ ;
- 4) Ни одна из данных точек не принадлежит области сходимости указанного ряда.

А8 Функция  $f(x)$  с периодом  $T = 2$  задана графически. Найдите сумму её ряда Фурье в точках  $x_0 = -3$  и  $x_0 = 1,5$ .



- 1)  $S(-3) = 2$ ,  $S(1,5) = 0$ ;
- 2)  $S(-3) = 2$ ,  $S(1,5) = 1$ ;
- 3)  $S(-3) = 0$ ,  $S(1,5) = 2$ ;
- 4)  $S(-3) = 1$ ,  $S(1,5) = 1$ .

### Часть 2

В1 Найдите область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-3)^n}{(n+1)5^n}$ .

В2 Найдите сумму ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)\ln \sqrt{3}}$  и вычислите её в точке  $x_0 = 0,5$ .

В3 Разложите в ряд по степеням  $(x-1)$  функцию  $f(x) = \frac{1}{x}$ . Найдите сумму первых четырех ненулевых членов разложения в точке  $x_0 = 0,5$ . В качестве ответа укажите величину  $\frac{24}{5} S_4(0,5)$ .

## Вариант №2

### Часть 1

A1 Найдите значение  $S_{99}$  для ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$ .

- 1)  $\frac{1}{99100}$  ;    2) 0,99;    3) 1,01;    4) 0.

A2 Что можно сказать о сходимости рядов на основании только

необходимого признака? а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n$ ;    б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n-1}{3n+1} \right)^{-n}$ .

- 1) Ряд а) сходится, ряд б) расходится;  
2) Ряд а) расходится, ряд б) расходится;  
3) Ряд а) сходится, о сходимости ряда б) ничего сказать нельзя;  
4) О сходимости ряда а) ничего сказать нельзя, ряд б) расходится.

A3 Применяя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^n}$ .

Найдите  $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ .

- 1) Ряд сходится,  $l = 0$ ;    2) Ряд расходится,  $l = e$ ;  
3) Ряд сходится,  $l = \frac{1}{e}$ ;    4) Признак Даламбера не применим.

A4 Применяя интегральный критерий, исследуйте сходимость ряда

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^3(n+1)}$ . В случае сходимости в ответе укажите значение

несобственного интеграла  $I = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x+1) \ln^3(x+1)}$ .

- 1) Ряд сходится,  $I = 0$ ;    2) Ряд сходится,  $I = -\frac{1}{2 \ln^2 2}$ ;  
3) Ряд сходится,  $I = \frac{1}{2 \ln^2 2}$ ;    4) Ряд расходится,  $I = +\infty$ .

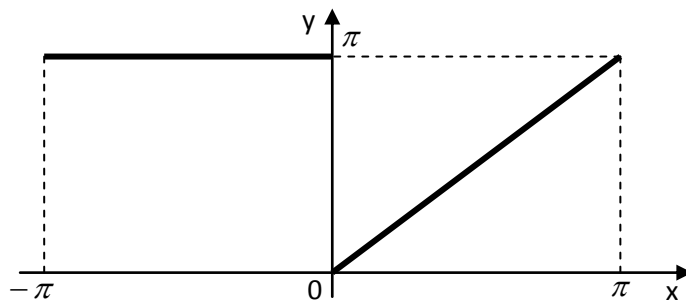
A5 Исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{\ln(n+1)}$ .

- 1) Сходится абсолютно;  
2) Сходится условно;  
3) Расходится;  
4) О сходимости ряда ничего сказать нельзя.

A6 Выберите верное утверждение:

«Для того, чтобы ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  расходился, ...»

- 1) необходимо, чтобы  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$ ;
  - 2) достаточно, чтобы  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$ ;
  - 3) необходимо и достаточно, чтобы  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$ ;
  - 4) условие  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$  никак не связано с расходимостью ряда.
- A7 Какая из данных точек:  $x=1$ ,  $x=2$  принадлежит области сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{x \cdot n^x}$ ?
- 1) только  $x=1$ ;
  - 2) только  $x=2$ ;
  - 3) принадлежат обе;
  - 4) ни одна не принадлежит.
- A8 Функция  $f(x)$  с периодом  $T=2\pi$  задана графически. Найдите сумму её ряда Фурье в точках  $x_0 = -\frac{3}{2}\pi$  и  $x_0 = 2\pi$ .



- 1)  $S\left(-\frac{3}{2}\pi\right) = \frac{\pi}{2}$ ,  $S(2\pi) = \frac{\pi}{2}$ ;
- 2)  $S\left(-\frac{3}{2}\pi\right) = \frac{\pi}{2}$ ,  $S(2\pi) = 0$ ;
- 3)  $S\left(-\frac{3}{2}\pi\right) = \pi$ ,  $S(2\pi) = 0$ ;
- 4)  $S\left(-\frac{3}{2}\pi\right) = \pi$ ,  $S(2\pi) = \pi$ .

### Часть 2

- B1 Найдите область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{4^n(2n-1)}$ .
- B2 Найдите сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^n x}{n \ln 2}$  на промежутках  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  и вычислите её в точке  $x_0 = \pi$ .
- B3 Разложите в ряд по степеням  $(x+1)$  функцию  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ . Найдите сумму первых четырех членов разложения в точке  $x_0 = -1,5$ . В ответе укажите величину  $4S_4(-1,5)$ .

### Вариант №3

#### Часть 1

A1 Найдите значение  $S_{99}$  для ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right)$ .

- 1) 0,9;    2)  $\frac{1}{\sqrt{99}} - \frac{1}{10}$ ;    3) 1,9;    4) 0.

A2 Что можно сказать о сходимости рядов а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin \frac{1}{n}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 - 3}{n \ln n}$  на основании только необходимого признака.

- 1) Ряд а) сходится, ряд б) сходится;  
2) Ряд а) сходится, ряд б) расходится;  
3) О сходимости ряда а) ничего сказать нельзя, ряд б) расходится;  
4) Ряд а) расходится, ряд б) расходится.

A3 Применяя признак Коши, исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{4n+3}{3n-4} \right)^{n^2}$ .

Найдите  $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$ .

- 1) Ряд расходится,  $l = \frac{4}{3}$ ;    2) Ряд расходится,  $l = \infty$ ;  
3) Ряд сходится,  $l = 0$ ;    4) Признак Коши не применим.

A4 Применяя интегральный критерий, исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\sqrt{n}}$ . В случае сходимости укажите значение несобственного

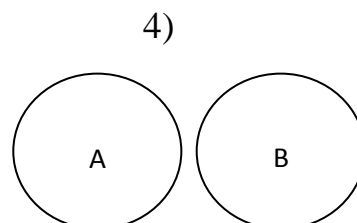
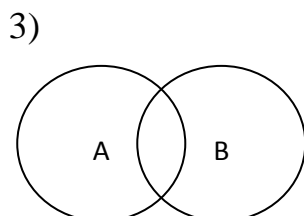
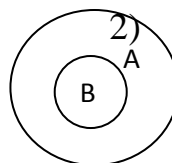
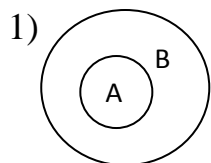
интеграла  $I = \int_1^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$ .

- 1) Ряд сходится,  $I = 0$ ;    2) Ряд сходится,  $I = -4e^{-1}$ ;  
3) Ряд сходится,  $I = 4e^{-1}$ ;    4) Ряд расходится.

A5 Исследуйте сходимость рядов: а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + \sin^2 n}$ .

- 1) а) сходится условно, б) сходится абсолютно;  
2) а) расходится, б) сходится условно;  
3) оба ряда сходятся условно;  
4) оба ряда сходятся абсолютно.

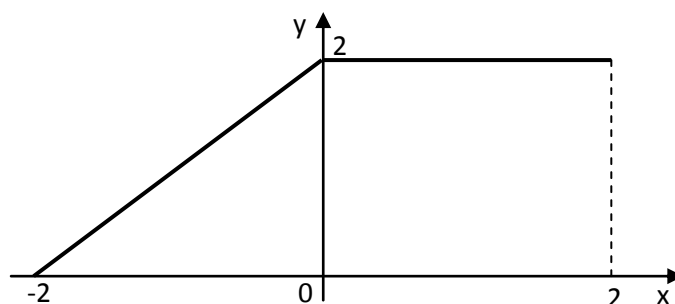
A6 Постройте диаграмму взаимного расположения следующих множеств знакопеременных рядов: А – абсолютно сходящиеся ряды, В – сходящиеся ряды.



A7 Какая из данных точек  $x = -10$ ,  $x = 10$  принадлежит области сходимости функционального ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+x)^n}{n^n}$  ?

- 1) Только  $x = -10$ ;                      2) Только  $x = 10$ ;  
 3) Принадлежат обе;                      4) Ни одна не принадлежит.

A8 Функция  $f(x)$  с периодом  $T = 4$  задана графически. Найдите сумму её ряда Фурье в точках  $x_0 = -6$  и  $x_0 = 3$ .



- 1)  $S(-6) = 0$ ,               $S(3) = 1$ ;              2)  $S(-6) = 2$ ,               $S(3) = 2$ ;  
 3)  $S(-6) = 1$ ,               $S(3) = 2$ ;              4)  $S(-6) = 1$ ,               $S(3) = 1$ .

**Часть 2**

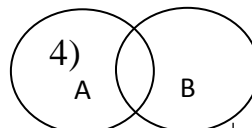
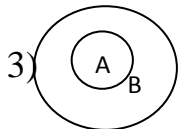
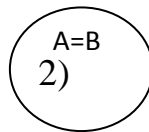
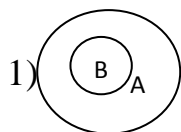
B1 Найдите область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}$ .

B2 Найдите сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^n x}{n \ln 2}$  и вычислите её в точке  $x_0 = -\frac{\pi}{2}$ .

B3 Разложите в ряд Тейлора функцию  $f(x) = \ln x$  в окрестности точки  $x_0 = 1$ . Найдите сумму первых трех ненулевых членов разложения в точке  $x_0 = 1,5$ .



А6 Постройте диаграмму взаимного расположения множества А – расходящихся рядов и множества В – рядов, для которых  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ .



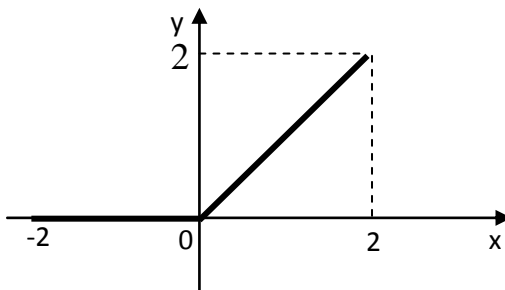
А7 Пусть  $x_1, x_2$  – вещественные числа, причём  $0 < |x_1| < |x_2|$ . Какая из

ситуаций возможна для степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ :

- а) ряд сходится в точке  $x_1$  и расходится в точке  $x_2$ ;
- б) ряд расходится в точке  $x_1$  и сходится в точке  $x_2$ .

- 1) Возможны обе ситуации;
- 2) Возможно утверждение а) и невозможно утверждение б);
- 3) Возможно утверждение б) и невозможно утверждение а);
- 4) Оба утверждения невозможны для степенного ряда.

А8 Периодическая функция  $f(x)$  с периодом  $T = 4$ , задана графически на  $[-2, 2)$ .  $S(x)$  – сумма её ряда Фурье. Найдите  $S(-6)$ ,  $S(-2)$ ,  $S(0)$ ,  $S(1)$ .



- 1) 0, 0, 0, 1;
- 2) 0, 2, 0, 1;
- 3) 1, 1, 0, 1;
- 4) Функция за пределами полуинтервала  $[-2, 2)$  не определена.

### Часть 2

В1 Найдите область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+4)^n}{n \cdot 5^{n+1}}$ .

В2 Найдите сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} 100n \cdot x^{n-1}$  и вычислите её значение в точке  $x = \frac{1}{3}$ .

В3 Разложите функцию  $f(x) = x^4 - 4x^2$  в ряд Тейлора по степеням  $(x+2)$ . Вычислите сумму первых трех ненулевых, членов разложения при  $x = -1$ .



## Вариант №5

### Часть 1

A1 Найдите общий член ряда, если известно, что сумма  $n$  первых членов ряда равна  $\frac{n}{2n+1}$ .

1)  $a_n = \frac{n+1}{2n(2n+1)}$ ;      2)  $a_n = -\frac{1}{2(2n+1)}$ ; 3)  $a_n = \frac{1}{4n^2-1}$ ; 4)  $a_n = \frac{n}{4n^2-1}$ .

A2 Что можно сказать о сходимости рядов      а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{100n+40}}$ ;

б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$  на основании только необходимого признака сходимости ряда?

- 1) Оба ряда расходятся;
- 2) Оба ряда сходятся;
- 3) Ряд а) сходится, ряд б) расходится;
- 4) Необходимый признак сходимости ответа не дает.

A3 Применяя признак Коши, исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$ .

Найдите  $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$ .

- 1) Ряд сходится,  $l = \frac{1}{2}$ ;
- 2) Ряд сходится,  $l = 0$ ;
- 3) Ряд расходится,  $l = \frac{e}{2}$ ;
- 4) Ряд расходится,  $l = \infty$ .

A4 Исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$ .

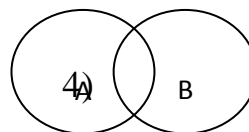
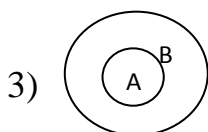
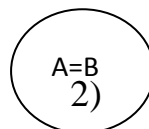
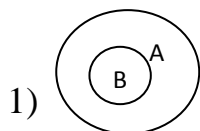
- 1) Ряд расходится, т. к. расходится ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ ;
- 2) Ряд сходится. Сравниваем с рядом  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2}}$ ;
- 3) Ряд расходится, т. к.  $\operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}} > \frac{1}{\sqrt{n}}$ , а ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$  расходится;
- 4) Ряд сходится, т. к.  $\int_1^{\infty} \frac{1}{x} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \frac{\pi}{2}$ .

A5 Среди следующих рядов укажите сходящиеся абсолютно:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ ; б)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{3^n}$ .

1) а, б, в; 2) только б, в; 3) только а, в; 4) только в.

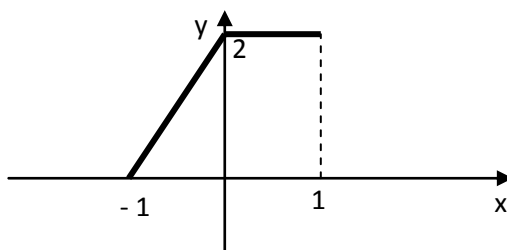
A6 Постройте диаграмму взаимного расположения множества А – знакопередающихся рядов, удовлетворяющих условиям теоремы Лейбница, и множества В – сходящихся знакопередающихся рядов.



A7 Какие из указанных ниже интервалов могут быть областью сходимости степенного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (x+1)^n$ , где  $c_n$  – числовые коэффициенты: а)  $(-\infty, \infty)$ , б)  $(0, 2)$ , в)  $(-2, 0)$ , г)  $(-5, 5)$ .

1) а, б, в, г; 2) а, в; 3) б, в; 4) а, г.

A8 Периодическая функция  $f(x)$  с периодом  $T = 2$ , задана графически на полуинтервале  $[-1, 1)$ .  $S(x)$  – сумма её ряда Фурье. Найти  $S(-1)$ ,  $S(0)$ ,  $S(1)$ ,  $S(3)$ .



1) 1, 2, 1, 1; 2) 0, 2, 2, 2; 3) 0, 2, 2, 0;  
4) 1, 2, 1, значение  $S(3)$  не определено.

### Часть 2

B1 Найдите область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n}$ .

B2 Найдите сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{6x^{2n-1}}{\pi(2n-1)}$  и вычислите её в точке  $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

B3 Разложите функцию  $f(x) = x^3 - 3x$  в ряд Тейлора по степеням  $(x-1)$ . Вычислите сумму первых трех ненулевых членов разложения при  $x = 0$ .

**Вариант №6**  
**Часть 1**

A1 Для ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n-1}}{(2n-1)(2n+1)}$  запишите  $a_{n+1}$ .

1)  $\frac{3^{2n}}{2n(2n+2)}$ ;    2)  $\frac{3^{2n+1}}{(2n+1)(2n+3)}$ ;    3)  $\frac{3^{2n}}{2n(2n+4)}$ ;    4)  $\frac{3^{2n+1}}{2n(2n+2)}$ .

A2 Что можно сказать о сходимости рядов а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{4}{n}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n+1}$ ,

применяя только необходимый признак сходимости ряда?

- 1) о сходимости ряда а) ничего сказать нельзя, ряд б) расходится;
- 2) оба ряда сходятся;
- 3) ряд а) сходится, ряд б) расходится;
- 4) оба ряда расходятся.

A3 Применяя признак Даламбера или признак Коши, исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot 2^n}$ . Найдите  $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$ .

- 1) ряд сходится,  $l = \frac{2}{3}$ ;    2) ряд сходится,  $l = 0$ ; 3) ряд расходится,  $l = \frac{3}{2}$ ;
- 4) оба признака к этому ряду не применимы.

A4 Исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2(n!)}{3^n + 2}$ .

- 1) Ряд расходится (применяем первую теорему сравнения), т. к. расходится ряд  $\frac{n!}{3^n + 2}$ ;
- 2) Ряд сходится (применяем первую теорему сравнения), т. к. сходится ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n + 2}$ ;
- 3) Ряд расходится (применяем признак Даламбера), т. к. не существует  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ ;
- 4) Ряд расходится, т. к.  $\int_1^{\infty} \frac{\cos^2(x!)}{3^x + 2}$  – нельзя вычислить.

A5 Можно ли оценить разность  $|S - S_5|$ , пользуясь теоремой Лейбница, для

рядов: а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n^2}$ ;    б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6n}$ ;    в)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^3 n}$ .

- 1) для а, б, в; 2) только для в; 3) только для а, в; 4) только для б, в.

А6 Постройте диаграмму взаимного расположения множества А – равномерно сходящихся на  $[a, b]$  функциональных рядов и множества В – функциональных рядов, мажорируемых на  $[a, b]$  сходящимися числовыми рядами.

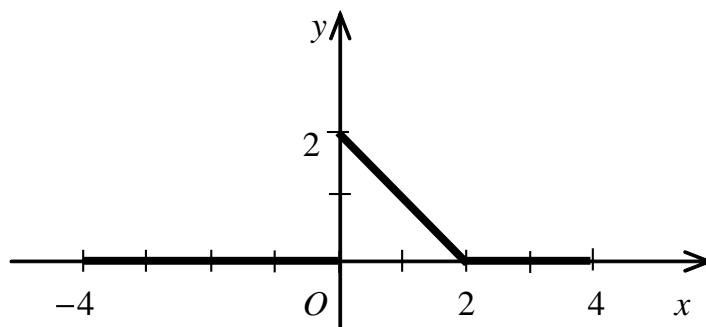


А7 Среди следующих рядов укажите степенные:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n2^n}$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(x-2)^n}$ ; в)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^n x}{2^n}$ ; г)  $\sum_{n=3}^{\infty} (x+1)^n$ .

1) а, б, в, г; 2) только а, г; 3) а, б, г; 4) а, в, г.

А8 Периодическая функция  $f(x)$  с периодом  $T = 8$ , задана графически на полуинтервале  $(-4, 4]$ .  $S(x)$  – сумма её ряда Фурье. Найти  $S(-2)$ ,  $S(0)$ ,  $S(1)$ ,  $S(10)$ .



1) 0, 0, 1, 2; 2) 0, 2, 1, 1; 3) 0, 1, 1,  $S(10)$  не существует; 4) 0, 1, 1, 0.

### Часть 2

В1 Найдите область сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 2^n}$ .

В2 Найдите сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^n}{n \ln \sqrt[5]{\frac{3}{2}}}$  и вычислите её значение в точке

$$x = \frac{1}{2}.$$

В3 Разложите функцию  $f(x) = x^4$  в ряд Тейлора по степеням  $(x+1)$ . Вычислите сумму первых четырех ненулевых членов разложения при  $x = 0$ .

**Вариант №7**  
**Часть 1**

A1 Дан ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ . Найдите частичную сумму  $S_3$ .

- 1)  $\frac{3}{4}$ ;      2)  $\frac{1}{12}$ ;      3)  $\frac{2}{3}$ ;      4)  $\frac{4}{5}$ .

A2 Что можно сказать о сходимости рядов а)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n - \ln n}$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{7n+1}{5n-2} \right)^n$  на основании только необходимого признака сходимости числовых рядов?

- 1) оба ряда а) и б) расходятся;  
2) ряд а) сходится, ряд б) расходится;  
3) о ряде а) ничего сказать нельзя, ряд б) расходится;  
4) оба ряда а) и б) сходятся.

A3 Применяя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 5}{2^n}$ .

Найдите  $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ .

- 1)  $l = 5$ , расходится; 2)  $l = \frac{1}{5}$ , сходится; 3)  $l = \frac{1}{2}$ , сходится;  
4) признак Даламбера для данного ряда не применим.

A4 Применяя интегральный критерий сходимости, исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4 + 1}$ . В случае сходимости ряда в качестве ответа укажите

значение несобственного интеграла  $\int_1^{\infty} \frac{xdx}{x^4 + 1}$ .

- 1)  $\frac{\pi}{8}$ ;      2) ряд расходится;      3)  $\frac{\pi}{4}$ ;      4)  $-\frac{1}{2}$ .

A5 Среди заданных рядов укажите абсолютно сходящиеся

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n^2}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(n+3)^3}$ .

- 1) а, б, в;      2) только а;      3) только в;      4) а и в.

A6 Пусть дан ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , где  $a_n > 0$ ,  $n = \overline{1, \infty}$ . Условие  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = l < 1$

(предельный признак Даламбера) для сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  является

....

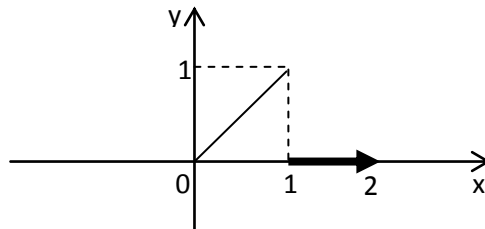
- 1) необходимым; 2) достаточным; 3) необходимым и достаточным;  
4) ни необходимым, ни достаточным.

A7 Даны функциональные ряды а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{3^{n-1}}$ . Входит ли

точка  $x_0 = -1$  в области сходимости каждого из заданных рядов?

- 1) а) нет, б) нет; 2) а) да, б) нет; 3) а) нет, б) да; 4) а) да, б) да.

A8. Периодическая с периодом  $T = 4$  функция  $f(x)$  задана на интервале  $(0; 2)$  графически



Найдите сумму ряда Фурье функции  $f(x)$  по косинусам в точках  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = 6$ .

- 1)  $S(-1) = 0$ ,  $S(6) = 0$ ;                      2)  $S(-1) = 0$ ,  $S(6) = 0$ ;  
3)  $S(-1) = -1$ ,  $S(6) = 1$ ;                      4)  $S(-1) = 1$ ,  $S(6) = \frac{1}{2}$

## Часть 2

B1. Найдите область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+6)^n}{(n+3) \ln(n+3)}$ .

B2. Найдите сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (n+2)x^{n-1}$  и вычислите ее значение в точке  $x =$

$$\frac{1}{2}.$$

B3 Найдите разложение в ряд Тейлора функции  $f(x) = \ln(1+2x)$  в окрестности точки  $a = 0$ . Найдите сумму  $S_3(x)$  первых трех ненулевых членов разложения и вычислите значение  $6S_3\left(\frac{1}{2}\right)$ .

**Вариант №8**  
**Часть 1**

A1 Дан ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(2n-1)}$ . Найдите частичную сумму  $S_3$ .

- 1)  $-\frac{5}{6}$ ;    2)  $\frac{5}{6}$ ;    3)  $\frac{1}{15}$ ;    4)  $\frac{11}{6}$ .

A2 Что можно сказать о сходимости рядов а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$ ; б)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$  на основании только необходимого признака сходимости числовых рядов?

- 1) оба ряда а) и б) расходятся;  
2) ряд а) расходится, о ряде б) ничего сказать нельзя;  
3) о ряде а) ничего сказать нельзя, ряд б) сходится;  
4) оба ряда а) и б) сходятся.

A3 Применяя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n-1)!}$ .

Найдите  $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ .

1)  $l = 0$ , ряд сходится;    2)  $l = \frac{3}{2}$ , ряд расходится;

3)  $l = \frac{2}{3}$ , ряд сходится;

4) признак Даламбера для этого ряда не применим

A4 Применяя интегральный критерий сходимости, исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$ . В случае сходимости в ответе укажите значение

несобственного интеграла  $\int_1^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ .

- 1)  $\frac{e}{2}$ ;    2) ряд расходится;    3)  $-2e$ ;    4)  $2e^{-1}$ .

A5 Среди заданных рядов укажите условно сходящиеся

а)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n}$ ;    б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{10n+1}$ ;    в)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n5^n}$ .

- 1) только б;    2) а, б, в;    3) а, б;  
4) нет условно сходящихся рядов.





## Вариант №9

### Часть 1

A1 Дан ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+1}$ . Найдите частичную сумму  $S_3$ .

- 1)  $\frac{7}{30}$ ;      2)  $-\frac{138}{280}$ ;      3)  $-\frac{29}{140}$ ;      4)  $-\frac{1}{10}$ .

A2 Что можно сказать о сходимости рядов а)  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2^n}{n^2}$  на основании только необходимого признака сходимости числовых рядов?

- 1) оба ряда а) и б) расходятся;  
2) ряд а) расходится, ряд б) сходится;  
3) о сходимости рядов а) и б) ничего сказать нельзя;  
4) оба ряда а) и б) сходятся.

A3 Применяя признак Даламбера, исследуйте ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n2^n}$  на сходимость.

Найдите  $l = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ .

- 1)  $l = \frac{2}{5}$ , ряд сходится;    2)  $l = \frac{5}{2}$ , ряд расходится;  
3)  $l = 0$ , ряд сходится.  
4) признак Даламбера для этого ряда не применим.

A4 Применяя интегральный критерий сходимости, исследуйте сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2 - 1}$ . В случае сходимости в ответе укажите значение

несобственного интеграла  $\int_1^{\infty} \frac{1}{(2x+1)^2 - 1} dx$ .

- 1)  $\ln 2$ ;    2)  $\frac{1}{4} \ln 2$ ;    3) ряд расходится;    4)  $-\frac{1}{4} \ln 2$ .

A5 Укажите расходящиеся ряды:

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ ; б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2n}{3n+2}$ ; в)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(n-1)^2}{n^2+1}$ .

- 1) все расходятся;    2) только б;    3) б и в;    4) только в.



ОТВЕТЫ

Вариант	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	B1	B2	B3
1	3	2	1	3	1	3	1	4	$(-2, 8]$	1	9
2	2	4	3	3	3	2	4	1	$(-7, -3)$	-1	1
3	1	3	2	3	1	1	4	4	$(-2, 4)$	-1	5
4	1	4	2	3	4	1	2	3	$[-9, 1)$	225	-4
5	3	1	3	2	4	3	2	1	$(-7, -3)$	1	0
6	2	1	3	2	3	1	2	4	$[1, 5)$	5	-1
7	1	3	3	1	4	2	3	1	$(-7, -5]$	8	-1
8	2	2	1	4	3	2	4	2	$[3, 9)$	12	15
9	3	3	2	2	3	1	4	1	$[-9, -1)$	1	-30