Вариант №11

Часть 1

A1 Тело движется по закону $s = \cos 2t$. В какие моменты времени скорость движения равна нулю?

1) $t = \frac{\pi}{2}k, k \in Z$; 2) $t = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in Z$;

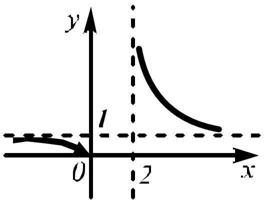
3) Только при $t = 0$; 4) $t = \pi k, k \in Z$.

A2 Найдите производную сложной функции $y = \sqrt{1+\cos^2 x}$.

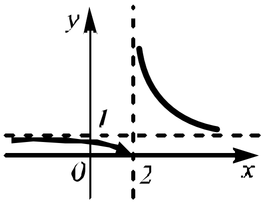
1) $y' = \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$; 2) $y' = \frac{-\sin^2 x}{\sqrt{1+\cos^2 x}}$;

3) $y' = \frac{-\sin 2x}{2\sqrt{1+\cos^2 x}}$; 4) $y' = \frac{-\sin^2 x}{2\sqrt{1+\cos^2 x}}$.

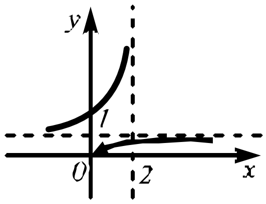
A3 Какой из предложенных графиков удовлетворяет условиям: вертикальная асимптота $x = 2$; горизонтальная асимптота $y = 1$; $\lim\limits_{x\to 2-0} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to 2+0} f(x) = +\infty$; $f''(x) < 0$ при $x \in (-\infty, 2)$, $f''(x) > 0$ при $x \in (2, +\infty)$?



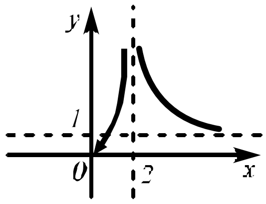
1)



2)



3)



4)

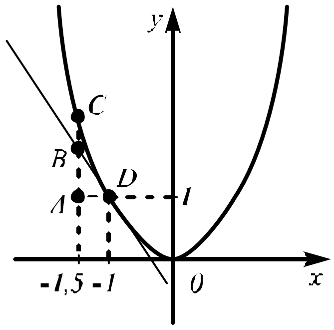
A4 Найдите производную $\frac{dy}{dx}$ от функции, заданной уравнением

$$y = e^{x^2+xy^2}$$

1) $y' = \frac{2xe^{x^2+xy^2}}{1-2xy}$; 2) $y' = \frac{2x}{1-2xye^{x^2+xy^2}}$;

3) $y' = \frac{2xe^{x^2+xy^2}}{1-2x}$; 4) $y' = \frac{(2x+y^2)e^{x^2+xy^2}}{1-2xye^{x^2+xy^2}}$.

A5 Для функции $y = x^2$, заданной графически, укажите Δy и dy в точке $x_0 = -1$ при $\Delta x = -0{,}5$.



1) $\Delta y = AC$, $dy = AB$; 2) $\Delta y = AC$, $dy = BC$;
3) $\Delta y = DC$, $dy = DB$; 4) $\Delta y = AB$, $dy = BC$.

A6 Найдите общее выражение для производной n-го порядка функции $f(x) = e^{2x-1}$.

1) $y^{(n)} = 2^n e^{2x-1}$; 2) $y^{(n)} = 2ne^{2x-1}$; 3) $y^{(n)} = (2n)!e^{2x-1}$; 4) $y^{(n)} = \dfrac{e^{2x-1}}{2^n}$.

A7 Выберите правильное утверждение: «Наличие бесконечного предела у функции $f(x)$ в точке x_0 является … условием для существования вертикальной асимптоты.»

1) необходимым;
2) достаточным;
3) необходимым и достаточным;
4) ни необходимым, ни достаточным.

A8 Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = xe^{-x}$ на полупрямой $[0; +\infty)$.

1) $\frac{1}{e}, 0$; 2) $e, 0$; 3) $e, \frac{1}{e}$; 4) $e, -e$.

Часть 2

B1 Найдите $\lim\limits_{x \to 1-0} (1-x)^{\ln x}$.

B2 Определите, при каком наименьшем значении параметра a функция $f(x) = \sin x - ax + 1$ не возрастает на всей числовой оси?

В3 Исследуйте функцию $f(x)$ на непрерывность и дифференцируемость в точке $x_0 = 0$, если $f(x) = x|x|$. В качестве ответа укажите два числа, соответствующие результатам Вашего исследования, из следующей таблицы.

x_0 – точка непрерывности	x_0 – точка разрыва	в точке x_0 функция дифференцируема	в точке x_0 функция не дифференцируема
1	2	3	4

Вариант №12

Часть 1

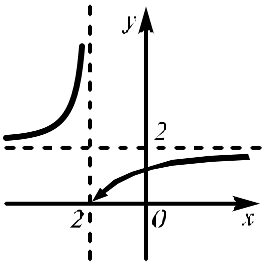
А1 Тело с массой $m = 6кг$ движется прямолинейно по закону $s = -1 + \ln(t+1) + (t+1)^2$ (s выражается в метрах, t – в секундах). Найдите кинетическую энергию $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$ тела через одну секунду после начала движения.

1) 60,75(дж); 2) 121,5(дж); 3) $\frac{27}{4}$(дж); 4) 50,6(дж).

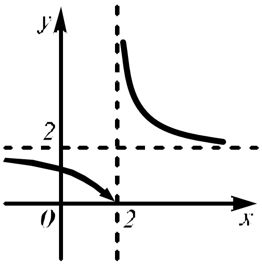
А2 Найдите производную сложной функции $y = \sin^3(e^{2x})$.

1) $y' = 6\sin^2(e^{2x})e^{2x}$; 2) $y' = 3\cos^2(e^{2x})e^{2x}$;
3) $y' = -3e^{2x}\sin^2(e^{2x})\cos(e^{2x})$; 4) $y' = 6e^{2x}\sin^2(e^{2x})\cos(e^{2x})$.

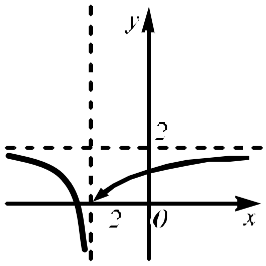
А3 Какой из предложенных графиков удовлетворяет условиям: вертикальная асимптота $x = -2$; горизонтальная асимптота $y = 2$; $\lim\limits_{x \to -2+0} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x \to -2-0} f(x) = +\infty$; $f''(x) < 0$ при $x \in (-2, +\infty)$, $f''(x) > 0$ при $x \in (-\infty, -2)$?



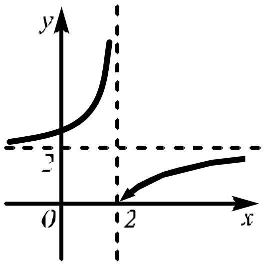
1)



2)



3)



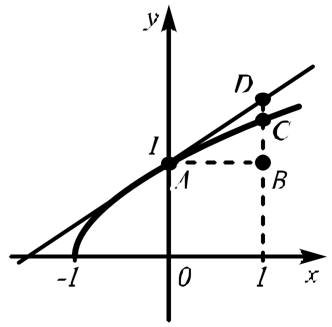
4)

A4 Найдите производную $\dfrac{dy}{dx}$ от функции, заданной неявно уравнением $y = \operatorname{arctg}(xy)$.

1) $y' = \dfrac{xy}{1+x^2y^2}$; 2) $y' = \dfrac{y}{1+x^2y^2 - x}$;

3) $y' = \dfrac{x}{1+x^2y^2 - y}$; 4) $y' = \dfrac{y}{1+x^2y^2}$.

A5 Для функции $f(x) = \sqrt{x+1}$, заданной графически, укажите Δy и dy в точке $x_0 = 0$ при $\Delta x = 1$.



1) $\Delta y = BD$, $dy = BC$; 2) $\Delta y = BC$, $dy = BD$;
3) $\Delta y = AC$, $dy = AD$; 4) $\Delta y = BD$, $dy = CD$.

A6 Найдите производную второго порядка $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ от функции, заданной параметрически $\begin{cases} x = a(t+1)^2; \\ y = b(t+1)^3. \end{cases}$

1) $\begin{cases} y''_{xx} = \dfrac{3b}{4a^2(t+1)}; \\ x = a(t+1)^2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y''_{xx} = \dfrac{3b}{2a}; \\ x = a(t+1)^2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} y''_{xx} = \dfrac{3b(t+1)}{4a^2}; \\ x = a(t+1)^2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y''_{xx} = \dfrac{4a^2(t+1)}{3b}; \\ x = a(t+1)^2. \end{cases}$

A7 Выберите правильное утверждение: «Условие $f'(x) = 0$ $\forall x \in (a,b)$ является для постоянства $f(x)$ на интервале (a,b) … »

1) необходимым;
2) достаточным;
3) необходимым и достаточным;
4) ни необходимым, ни достаточным.

A8 Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=\sin^2 x+\cos x-\frac{1}{2}$ на отрезке $[-\pi;\pi]$.

1) $\frac{3}{4},-\frac{3}{4}$; 2) $\frac{3}{2},-\frac{3}{2}$; 3) $\frac{3}{4},-\frac{3}{2}$; 4) 1, 0.

Часть 2

B1 Найдите $\lim\limits_{x\to+\infty}(\ln 2x)^{\frac{1}{\ln x}}$.

B2 Определите, при каких значениях параметра *a* кривая $y=ax^4+4x^3+x^2+x+6$ имеет точки перегиба?
В ответе укажите наибольшее значение параметра *a*.

B3 Исследуйте функцию $f(x)$ на непрерывность и дифференцируемость в точке $x_0 = 0$, если $f(x)=\begin{cases} x\sin\frac{1}{x}, x\neq 0; \\ 0, \quad x=0. \end{cases}$ В качестве ответа укажите два числа, соответствующие результатам Вашего исследования, из следующей таблицы.

x_0 – точка непрерывности	x_0 – точка разрыва	в точке x_0 функция дифференцируема	в точке x_0 функция не дифференцируема
1	2	3	4

Вариант №13

Часть 1

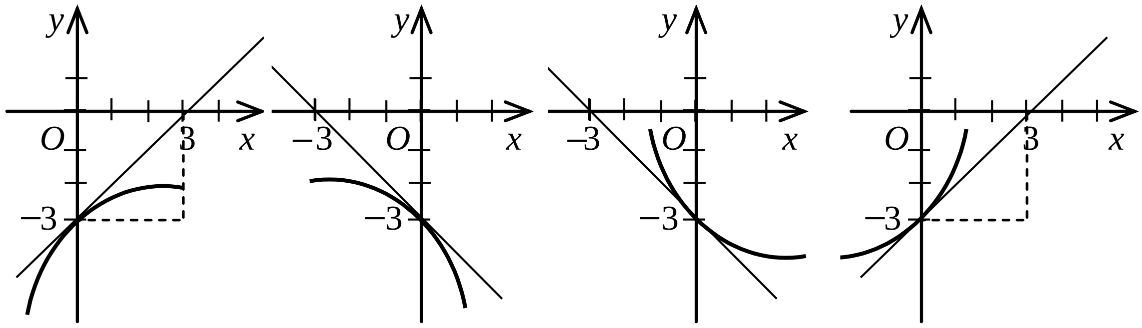
A1 С какой скоростью возрастает площадь круга в тот момент, когда радиус круга $R=10$см, если радиус круга растет равномерно со скоростью 2см/с?

1) 20π см^2/с; 2) 40π см^2/с; 3) 10π см^2/с; 4) 50π см^2/с.

A2 Найдите производную сложной функции $y=\ln tg\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$.

1) $y' = \dfrac{1}{2\operatorname{tg}\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{4}\right)}$; 2) $y' = -\dfrac{1}{\cos x}$; 3) $y' = \dfrac{1}{\cos x}$; 4) $y' = \dfrac{1}{\cos^2\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{4}\right)}$.

A3 Какой из предложенных графиков в окрестности точки $x_0 = 0$ удовлетворяет условиям $f(0) = -3,\ f'(0) = -1,\ f''(0) > 0$?

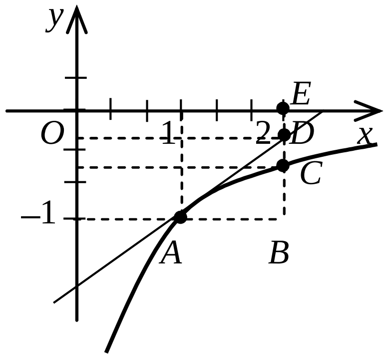


1) 2) 3) 4)

A4 Найдите производную $\dfrac{dy}{dx}$ от функции, заданной неявно уравнением $x^2 = \ln(xy)$

1) $y' = \dfrac{(2x^2-1)y}{x}$; 2) $y' = \dfrac{2x}{\ln x}$; 3) $y' = \dfrac{2x^2 y}{x+y}$; 4) $y' = \dfrac{x^2 - \ln x}{y}$.

A5 Для функции $f(x) = -\dfrac{1}{x}$, заданной графически, укажите Δy и dy в точке $x_0 = 0$ при $\Delta x = 1$.



1) $\Delta y = BC,\ \ dy = BD$; 2) $\Delta y = BD,\ \ dy = BC$;
3) $\Delta y = EC,\ \ dy = ED$; 4) $\Delta y = ED,\ \ dy = EC$.

A6 Найдите d^3y, если $y = \sin^2 3x$.

1) $d^3y = 108\sin 6x dx^3$; 2) $d^3y = -108\sin 6x dx^3$;

3) $d^3y = 36\sin 6x dx^3$; 4) $d^3y = \dfrac{-\sin 6x}{36}dx^3$.

A7 Для невозрастания дифференцируемой на (a,b) функции $f(x)$ условие $f'(x)\le 0 \quad x\in(a,b)$ является …

1) необходимым;
2) достаточным;
3) необходимым и достаточным;
4) ни необходимым, ни достаточным;

A8 Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=\mathrm{tg}x+\mathrm{ctg}2x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]$.

1) $\frac{2\sqrt{3}}{3},1$; 2) $\frac{2\sqrt{3}}{3},0$; 3) 1, 0; 4) $\sqrt{3},1$.

Часть 2

B1 Найдите $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\mathrm{tg}x$.

B2 Определите, при каких значениях параметра a функция $y=x^3-ax$ возрастает на всей числовой оси? В ответе укажите наибольшее целое отрицательное значение параметра *a*.

B3 Исследуйте функцию $f(x)$ на непрерывность и дифференцируемость в точке x = 0 если $f(x)=\begin{cases} x^2\mathrm{arcctg}\frac{1}{x}, x\ne 0; \\ 0, \quad x=0. \end{cases}$ В качестве ответа укажите два числа, соответствующие результатам Вашего исследования, из следующей таблицы.

x_0 – точка непрерывности	x_0 – точка разрыва	в точке x_0 функция дифференцируема	в точке x_0 функция не дифференцируема
1	2	3	4

Вариант №14

Часть 1

A1 Тело с массой m = 1,5 кг движется прямолинейно по закону $S(t)=t^2+t+1$ (s выражается в метрах, t – в секундах). Найдите кинетическую энергию $\left(\frac{mv^2}{2}\right)$ тела через пять секунд после начала движения.

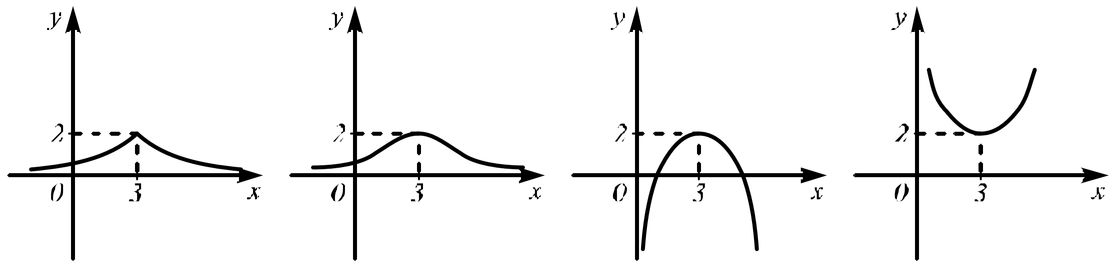
1) 100(дж); 2) 180,5(дж); 3) 90,75(дж); 4) 45(дж).

A2 Найдите производную функции $y = e^{\operatorname{tg}\left(\frac{1}{x}\right)}$.

1) $y' = \dfrac{e^{\operatorname{tg}\left(\frac{1}{x}\right)}}{\cos^2\left(\frac{1}{x}\right)}$; 2) $y' = e^{\operatorname{tg}\left(\frac{1}{x}\right)}\cos^2\left(\frac{1}{x}\right)$;

3) $y' = -\dfrac{e^{\cos^2\left(\frac{1}{x}\right)}}{x^2}$; 4) $y' = -\dfrac{e^{\operatorname{tg}\left(\frac{1}{x}\right)}}{x^2\cos^2\left(\frac{1}{x}\right)}$.

A3 Какой из предложенных графиков удовлетворяет условиям: горизонтальная асимптота $y = 0$; $f(3) = 2$, $f'(3) = 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$?



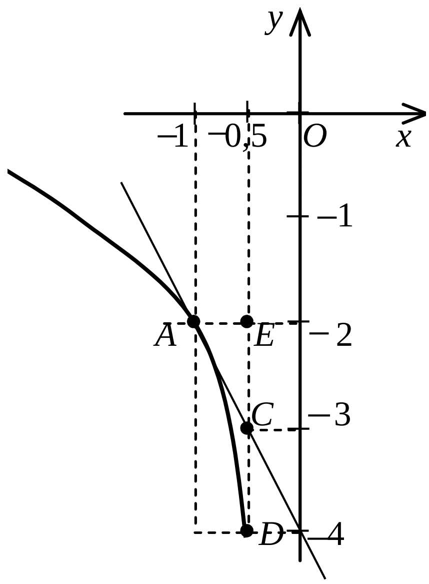
1) 2) 3) 4)

A4 Найдите производную $\dfrac{dy}{dx}$ от функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $\sin(x + y) = xy + 3$.

1) $y' = \dfrac{\cos(x+y) - y}{\cos(x+y) - x}$; 2) $y' = \dfrac{y}{\cos(x+y) - x}$;

3) $y' = \dfrac{\cos(x+y)}{x - \cos(x+y)}$; 4) $y' = \dfrac{y - \cos(x+y)}{\cos(x+y) - x}$.

A5 Для функции $f(x) = \dfrac{2}{x}$, заданной графически, укажите Δy и dy в точке $x_0 = -1$ при $\Delta x = 0{,}5$.



1) $\Delta y = ED$, $dy = DC$; 2) $\Delta y = AD$, $dy = AC$;
3) $\Delta y = ED$, $dy = EC$; 4) $\Delta y = EC$, $dy = ED$.

A6 Найдите d^4y, если $y = \ln(x+1)$.

1) $d^4y = -\dfrac{6}{(x+1)^4}dx^4$; 2) $d^4y = \dfrac{2}{(x+1)^4}dx^4$;

3) $d^4y = -\dfrac{6!}{(x+1)^4}dx^4$; 4) $d^4y = \dfrac{6}{(x+1)^3}dx^4$.

A7 Выберите правильное утверждение: «Для неубывания дифференцируемой на (a,b) функции $f(x)$ условие $f'(x) \geq 0 \quad x \in (a,b)$ является …»

1) необходимым;
2) достаточным;
3) необходимым и достаточным;
4) ни необходимым, ни достаточным.

A8 Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = \sin 2x - x$ на отрезке $[0; \pi]$.

1) $\dfrac{\pi}{6}, 0$; 2) $\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{\pi}{6}, -\pi$; 3) $\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{\pi}{6}, -1$; 4) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}, -1$.

Часть 2

B1 Найдите $\lim\limits_{x \to 0} 4\operatorname{ctg}^2 x \cdot \ln(\cos x)$.

B2 Определите, при каких значениях параметра a прямая $y = a$ пересекает кривую $y = x^3 - 3x^2$ только в одной точке. В ответе укажите наименьшее положительное целое значение параметра a.

B3 Исследуйте функцию $f(x)$ на непрерывность и дифференцируемость в точке $x_0 = 0$, если $f(x) = \begin{cases} x\operatorname{arctg}\frac{1}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x > 0. \end{cases}$ В качестве ответа укажите два числа, соответствующие результатам Вашего исследования, из следующей таблицы.

x_0 – точка непрерывности	x_0 – точка разрыва	в точке x_0 функция дифференцируема	в точке x_0 функция не дифференцируема
1	2	3	4

Вариант №15

Часть 1

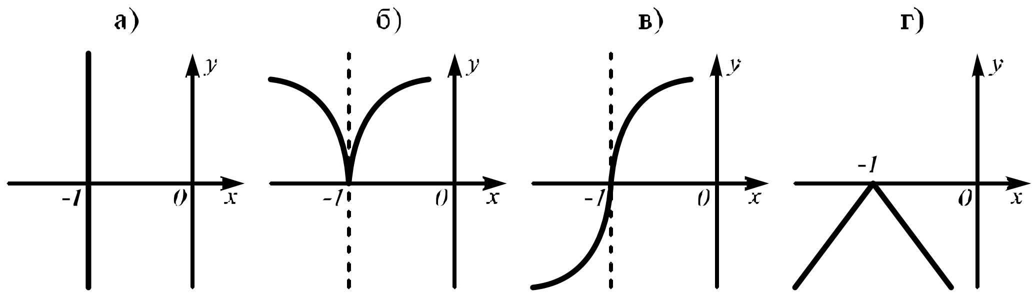
A1 Тело движется прямолинейно по закону $S(t) = 2 + 4t + t^2$. Определите его скорость в момент времени $t = 3$.

1) 23; 2) 12; 3) 10; 4) 20.

A2 Найдите y', если $y = x(\cos\ln x + \sin\ln x)$.

1) $(-\sin\ln x + \cos\ln x)$; 2) $2\cos\ln x$;
3) $2\sin\ln x$; 4) $(\cos\ln x)(1+x) + (\sin\ln x)(1-x)$.

A3 Какой из предложенных графиков в окрестности точки $x_0 = -1$ удовлетворяет условиям $f(-1) = 0$, $f'(-1) = \infty$?

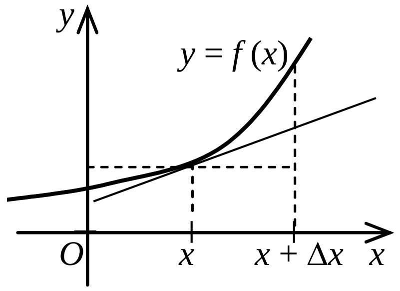


1) а; 2) б; 3) б, г; 4) а, б, г.

A4 Найдите производную y'_x от функции, заданной неявно уравнением $2y\ln y = x$.

1) $y'_x = \dfrac{1}{2(\ln y + 1)}$; 2) $y'_x = \dfrac{1}{2\ln y}$; 3) $y'_x = \sqrt{\dfrac{y}{2}}$; 4) $y'_x = 2\ln y + 2$.

A5 Для функции, график которой изображен на чертеже, укажите Δy, dy, определите их знаки и сравните по величине.

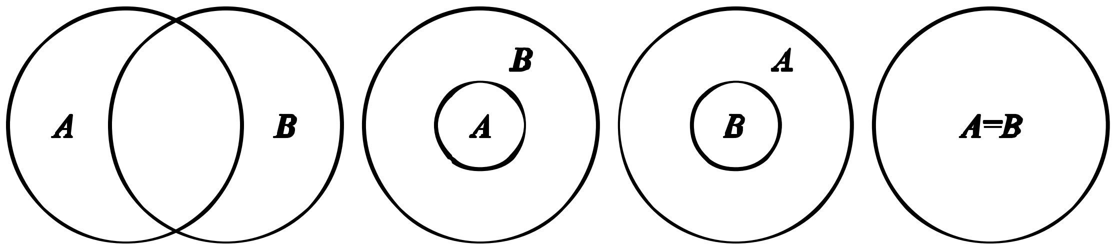


1) $\Delta y > 0$, $dy > 0$, $\Delta y > dy$; 2) $\Delta y > 0$, $dy > 0$, $\Delta y < dy$;
3) $\Delta y < 0$, $dy < 0$, $|\Delta y| > |dy|$; 4) $\Delta y < 0$, $dy < 0$, $|\Delta y| < |dy|$.

A6 Найдите d^3y для функции $y = x^3 + 36x^2 - 9x + 8$.

1) $(6x + 72)(dx)^2$; 2) 0; 3) $6x(dx)^3$; 4) $3!(dx)^3$

A7 Постройте диаграмму взаимного расположения множества A дифференцируемых в некоторой точке функций и множества B функций, непрерывных в этой точке.



1) 2) 3) 4)

A8 Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 4 - x - \dfrac{4}{x^2}$ на отрезке $[1; 4]$.

1) 1, –1; 2) $-\dfrac{1}{4}, -1$; 3) 5, –1; 4) $1, -\dfrac{1}{4}$.

Часть 2

B1 Найдите $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{6x} - e^{2x}}{\sin 2x}$.

B2 Определите, при каком значении параметра a функция $y = e^{-\frac{(x-a)^2}{8}}$ имеет перегибы графика в точках с абсциссами 1 и 5.

B3 Исследуйте на непрерывность и дифференцируемость в точке $x_0 = 0$, функцию $f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(x\cos\frac{1}{5x}\right), & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$ В качестве ответа укажите два числа, соответствующие результатам Вашего исследования, из следующей таблицы.

x_0 – точка непрерывности	x_0 – точка разрыва	в точке x_0 функция дифференцируема	в точке x_0 функция не дифференцируема
1	2	3	4

Вариант №16

Часть 1

A1 Точка движется по прямой $y = 3x - 4$ так, что её абсцисса возрастает с постоянной скоростью $\upsilon = 7$. С какой скоростью изменяется ордината?

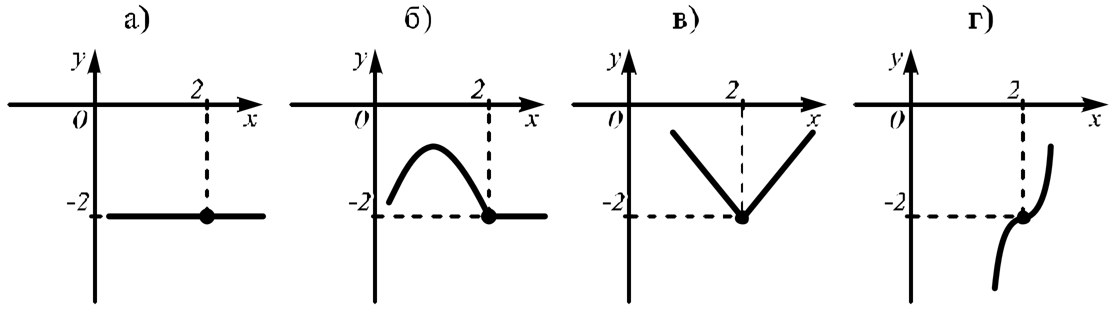
1) 21; 2) 17; 3) 7; 4) 3.

A2 Найдите y', если $y = \dfrac{\sin 2x}{2\cos^2 2x}$.

1) $\dfrac{\cos^2 2x + 2\sin^2 2x}{\cos 2x}$; 2) $\dfrac{2\sin 2x \cdot \cos 4x}{\cos^4 2x}$;

3) $\dfrac{1 + \sin^2 2x}{\cos^3 2x}$; 4) $\dfrac{\cos 2x}{2\sin^2 2x}$.

A3 Какой из предложенных графиков в окрестности точки $x_0 = 2$ удовлетворяет условиям $f(2) = -2$, и график не имеет касательной в точке (2, –2)?

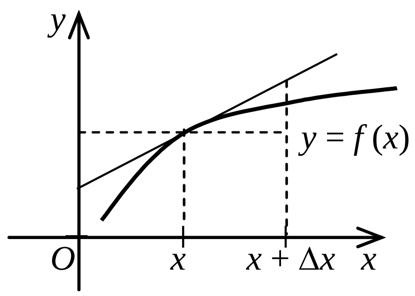


1) а, б, в, г; 2) в, г; 3) б, в; 4) а, г.

А4 Найдите производную y'_x от функции, заданной параметрически
$$\begin{cases} y = \ln\left(1+t^2\right); \\ x = \mathrm{arctg}\, t. \end{cases}$$

1) $\begin{cases} y'_x = \dfrac{2t}{1+t^2}; \\ x_t = \mathrm{arctg}\, t; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y'_x = 2t; \\ x_t = \mathrm{arctg}\, t; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y'_x = \dfrac{1}{2t}; \\ x_t = \mathrm{arctg}\, t; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y'_x = 1; \\ x_t = \mathrm{arctg}\, t. \end{cases}$

А5 Для функции, график которой изображен на чертеже, укажите Δy, dy, определите их знаки и сравните по величине.

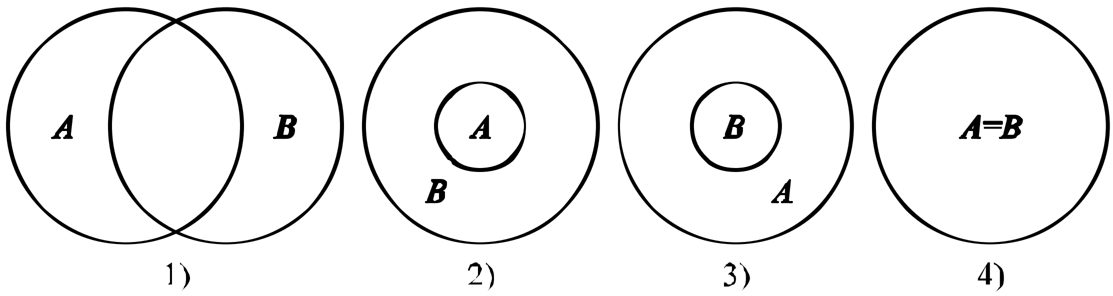


1) $\Delta y > 0$, $dy > 0$, $\Delta y > dy$; 2) $\Delta y > 0$, $dy > 0$, $\Delta y < dy$;
3) $\Delta y < 0$, $dy < 0$, $|\Delta y| > |dy|$; 4) $\Delta y < 0$, $dy < 0$, $|\Delta y| < |dy|$.

А6 Найдите производную $y^{(4)}$ для функции $y = x^6 + e^{2x}$.

1) $16e^{2x}$; 2) $120x^3 + 8e^{2x}$; 3) $360x^3 + e^{2x}$; 4) $360x^2 + 16e^{2x}$.

А7 Постройте диаграмму взаимного расположения множества стационарных точек функции (A) и множества точек экстремума функции (B).



A8 Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = -\frac{x^2}{2} + \frac{8}{x} + 8$ на отрезке $[-4; -1]$.

1) $-\frac{1}{2}, -2$; 2) $2, -\frac{1}{2}$; 3) 2, –2; 4) $10, -2$.

Часть 2

B1 Найдите $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{2x-\pi}{\operatorname{ctg} x}$.

B2 Определите, при каком значении параметра a $(a > 0)$ функция $y = 8ax^3 - 12x^2 - 4$ убывает в интервале $\left(0, \frac{1}{2}\right)$?

B3 Исследуйте на непрерывность и дифференцируемость в точке $x_0 = 0$, функцию $f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg}\left(x^3 + x^2 \sin \frac{2}{x}\right), x \neq 0; \\ 0, \qquad x = 0. \end{cases}$ В качестве ответа укажите два числа, соответствующие результатам Вашего исследования, из следующей таблицы.

x_0 – точка непрерывности	x_0 – точка разрыва	в точке x_0 функция дифференцируема	в точке x_0 функция не дифференцируема
1	2	3	4

Вариант №17

Часть 1

A1 Зависимость между количеством x вещества, получаемого в некоторой химической реакции, и временем t выражается уравнением $x = A\left(1 - e^{-kt}\right)$. Определите скорость реакции (A, k – постоянные коэффициенты).

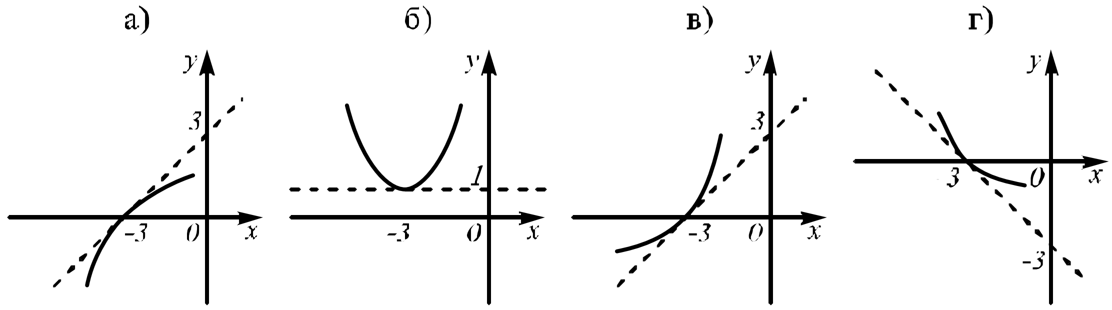
1) kte^{-kt-1}; 2) $A-x$; 3) Ake^{-kt}; 4) $-Ae^{-kt}$.

A2 Найдите $\dfrac{dy}{dt}$, если $y=\dfrac{1}{4}\mathrm{tg}^4 t-\dfrac{1}{2}\mathrm{tg}^2 t-\ln\cos t$.

1) $\mathrm{tg}^5 t$; 2) $\mathrm{tg}^3 t\cdot\dfrac{1}{\cos^2 t}-\mathrm{tg}t\cdot\dfrac{1}{\cos^2 t}-\mathrm{tg}t$;

3) $\mathrm{tg}^3 t-\mathrm{tg}t-\mathrm{ctg}t$; 4) $\mathrm{tg}^3 t$.

A3 Какой из предложенных графиков в окрестности точки $x_0=-3$ удовлетворяет условиям $f(-3)=0,\ f'(-3)=1$?

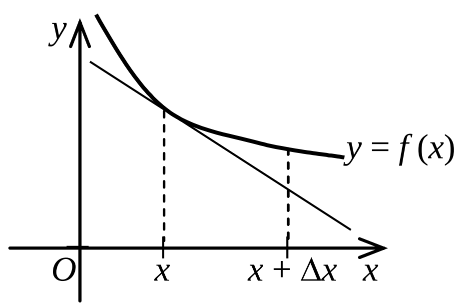


1) а, в; 2) б, в; 3) г; 4) а, в, г.

A4 Найдите производную y'_x от функции $y(x)$, заданной неявно уравнением $e^y=x+y$.

1) $y'_x=e^y-1$; 2) $y'_x=ye^y-1$; 3) $y'_x=\dfrac{1}{e^y-1}$; 4) $y'_x=e^y$.

A5 Для функции, график которой изображен на чертеже, определите знаки Δy и dy в точке x и сравните их по величине.

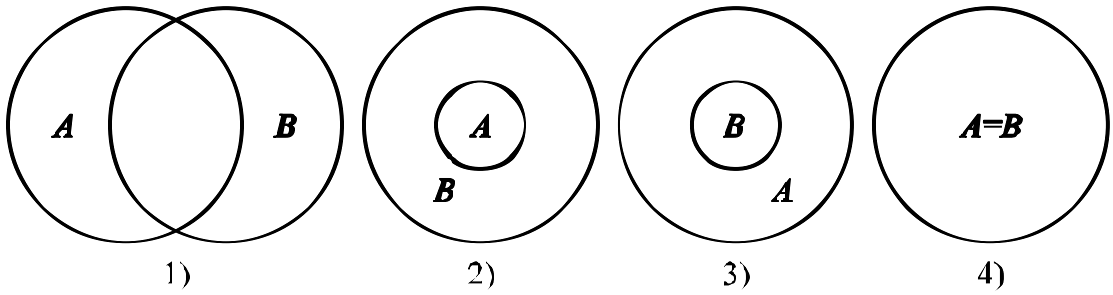


1) $\Delta y>0$, $dy>0$, $\Delta y>dy$; 2) $\Delta y>0$, $dy>0$, $\Delta y<dy$;
3) $\Delta y<0$, $dy<0$. $|\Delta y|>|dy|$; 4) $\Delta y<0$, $dy<0$, $|\Delta y|<|dy|$.

A6 Найдите d^2y для функции $y=\sin^2 3x$.

1) $18\sin^2 3x(dx)^2$; 2) $18\cos 6x(dx)^2$; 3) $3\sin 6x(dx)^2$; 4) $18\cos 6x$.

A7 Постройте диаграмму взаимного расположения множества A недифференцируемых в некоторой точке функций и множества B функций, разрывных в этой точке.



A8 Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y=\dfrac{10x}{1+x^2}$ на отрезке $[0;3]$.

1)5, –5; 2) 3, 0; 3) 5, 3; 4) 5, 0.

Часть 2

B1 Найдите $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{9\pi-12\pi\sin^2\frac{x}{3}}{(\pi^2-x^2)\sqrt{3}}$.

B2 Определите, при каком значении параметра a $(a>0)$ функция $y=3\sqrt[3]{(x-a)^2}-2x+2a$ возрастает на интервале $(3, 4)$?

B3 Исследуйте на непрерывность и дифференцируемость в точке $x_0=0$, функцию $f(x)=\begin{cases}\ln\left(1-x^3\sin\dfrac{1}{x}\right), x\neq 0;\\ 0, \qquad x=0.\end{cases}$ В качестве ответа укажите два числа, соответствующие результатам Вашего исследования, из следующей таблицы.

x_0 – точка непрерывности	x_0 – точка разрыва	в точке x_0 функция дифференцируема	в точке x_0 функция не дифференцируема
1	2	3	4

Вариант №18

Часть 1

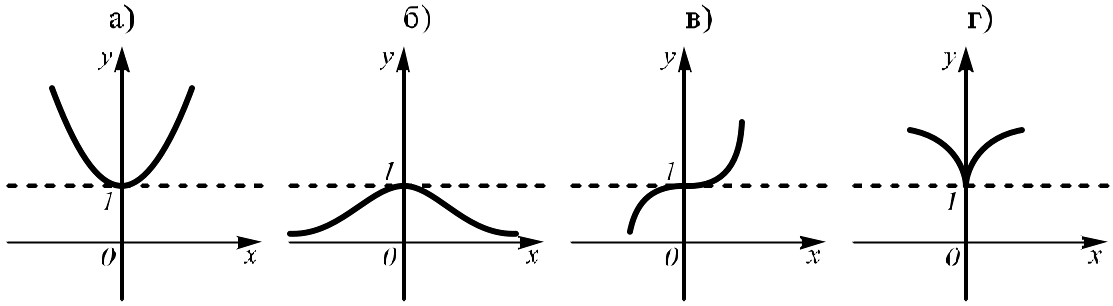
A1 С какой скоростью изменяется объем куба, если его сторона a изменяется со скоростью v?

1) $3v$; 2) a^3v; 3) $3a^2$; 4) $3a^2v$.

A2 Найдите $\dfrac{dy}{dt}$, если $y=\ln\left(e^{2t}+1\right)-2\operatorname{arctg}\left(e^t\right)$.

1) $\dfrac{e^{2t}-1}{e^{2t}+1}$; 2) $\dfrac{2e^t\left(e^t-1\right)}{e^{2t}+1}$; 3) $\dfrac{2e^{2t}}{1+e^{2t}}-\dfrac{2e^t}{\cos^2 e^t}$; 4) $\dfrac{e^t\left(e^t-2\right)}{1+e^{2t}}$.

A3 Какой из предложенных графиков в окрестности точки $x_0=0$ удовлетворяет условиям $f(0)=1,\ f'(0)=0$?

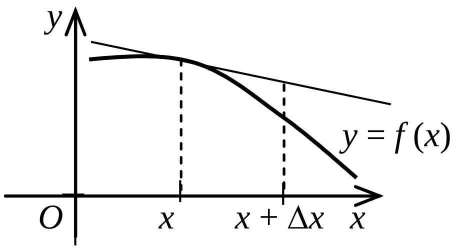


1) а, б, в; 2) только а, б; 3) только а; 4) в, г.

A4 Найдите производную y'_x для функции $e^y-e^{-x}+xy=0$, заданной неявно.

1) $y'_x=\dfrac{e^{-x}}{e^y+1}$; 2) $y'_x=\dfrac{e^{-x}-y}{e^y+x}$; 3) $y'_x=-\dfrac{e^{-x}+y}{e^y+x}$; 4) $y'_x=e^{-x}-e^y$.

A5 Для функции, график которой изображен на чертеже, определите их знаки Δy и dy в точке x, и сравните их по величине.



1) $\Delta y>0,\ dy>0,\ \Delta y>dy$; 2) $\Delta y>0,\ dy>0,\ \Delta y<dy$;
3) $\Delta y<0,\ dy<0,\ |\Delta y|>|dy|$; 4) $\Delta y<0,\ dy<0,\ |\Delta y|<|dy|$.

A6 Найдите производную y'' для функции $y = 3\cos 2x + 5\sin 2x$.

1) $-12\cos 2x - 20\sin 2x$; 2) $-3\sin 2x + 5\cos 2x$;
3) $-3\cos 2x - 5\sin 2x$; 4) $12\cos 2x + 20\sin 2x$.

A7 Вставьте пропущенные слова в формулировке известной вам теоремы: «Изменение знака $f'(x)$ при переходе через критическую точку x_0 функции $f(x)$ … существования экстремума функции $y = f(x)$ в точке x_0».

1) есть необходимое условие;
2) есть достаточное условие;
3) есть необходимое и достаточное условие;
4) не является ни необходимым, ни достаточным условием.

A8 Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 3 - x - \dfrac{4}{(x+2)^2}$ на отрезке [–1; 2].

1) $\dfrac{14}{9}, 0$; 2) $\dfrac{3}{4}, 0$; 3) $2, \dfrac{3}{4}$; 4) $2, 0$.

Часть 2

B1 Найдите предел $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{6x - \sin 6x}{x^3}$.

B2 Определите, при каком значении параметра a прямая $y = \dfrac{x}{2}$ является наклонной асимптотой графика функции $y = \dfrac{x^3}{ax^2 + 9}$?

B3 Исследуйте на непрерывность и дифференцируемость в точке $x_0 = 0$, функцию $f(x) = \begin{cases} \sin x \cdot \cos\dfrac{5}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0. \end{cases}$ В качестве ответа укажите два числа, соответствующие результатам Вашего исследования, из следующей таблицы.

x_0 – точка непрерывности	x_0 – точка разрыва	в точке x_0 функция дифференцируема	в точке x_0 функция не дифференцируема
1	2	3	4

Вариант №19

Часть 1

А1 Количество электричества, протекшее через проводник с момента времени $t = 0$, дается формулой $Q = 3t^2 + 2t$. Найдите силу тока в конце пятой секунды.

1) 32А; 2) 85А; 3) 26А; 4) 30А.

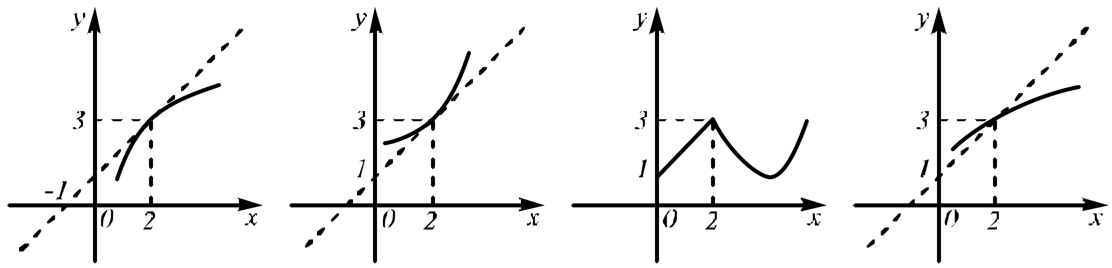
А2 Найдите y', если $y = \ln^2 \cos(4x - 1)$.

1) $\dfrac{2\ln\cos(4x-1)}{\cos(4x-1)}$; 2) $\dfrac{8\ln\cos(4x-1)}{\cos(4x-1)}$;

3) $8\operatorname{tg}(4x-1)\cdot\ln\cos(4x-1)$; 4) $-8\operatorname{tg}(4x-1)\cdot\ln\cos(4x-1)$.

А3 Какой из предложенных графиков в окрестности точки $x_0 = 2$ удовлетворяет условиям $f(2) = 3,\ f'(2) = 1$?

а) б) в) г)

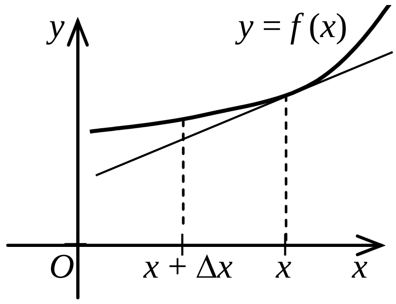


1) а, б, в, г; 2) только а, б; 3) только в; 4) а, б, г.

А4 Найдите производную y'_x для функции, заданной параметрически $\begin{cases} x = \cos^3 t; \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$.

1) $\begin{cases} y'_x = 3\sin^2 t \cos t; \\ x = \cos^3 t; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y'_x = -\operatorname{tg} t; \\ x = \cos^3 t; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y'_x = \operatorname{ctg} t; \\ x = \cos^3 t; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y'_x = \operatorname{tg}^2 t; \\ x = \cos^3 t. \end{cases}$

А5 Для функции, график которой изображен на чертеже, постройте Δy, dy, определите их знаки и сравните по величине.

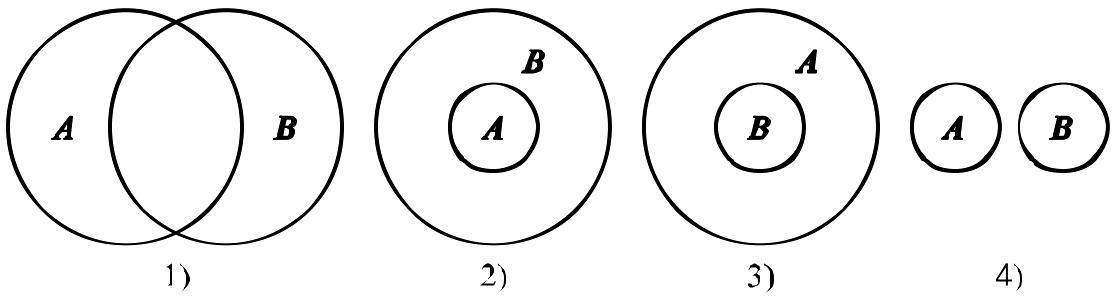


1) $\Delta y > 0$, $dy > 0$, $\Delta y > dy$; 2) $\Delta y > 0$, $dy > 0$, $\Delta y < dy$;
3) $\Delta y < 0$, $dy < 0$, $|\Delta y| > |dy|$; 4) $\Delta y < 0$, $dy < 0$, $|\Delta y| < |dy|$.

A6 Найдите производную y'' для функции $y = e^{-x^2}$.

1) e^{-x^2}; 2) $4x^2e^{-x^2} - 2e^{-x^2}$; 3) $4xe^{-x^2}$; 4) $4xe^{-x^2} - 2e^{-x^2}$.

A7 Постройте диаграмму взаимного расположения множества A непрерывных функций и множества B недифференцируемых функций.



A8 Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x - 4\sqrt{x} + 5$ на отрезке $[1; 9]$.

1) $5, 1$; 2) $5, 2$; 3) $2, 1$; 4) $y \equiv 2$.

Часть 2

B1 Найдите $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2a}} \dfrac{8 - 8\sin ax}{(2ax - \pi)^2}$.

B2 Определите, при каком значении параметра $a (a > 0)$ функция $y = \dfrac{x^3 + 3x^2}{2a} - 5$ имеет максимальное значение, равное (–4).

B3 Исследуйте на непрерывность и дифференцируемость в точке $x_0 = 0$, функцию $f(x) = \begin{cases} x + \arcsin\left(x^2 \cdot \sin\dfrac{6}{x}\right), x \neq 0; \\ 0, \qquad\qquad\qquad\qquad x = 0. \end{cases}$ В качестве ответа укажите два числа, соответствующие результатам Вашего исследования, из следующей таблицы.

x_0 – точка непрерывности	x_0 – точка разрыва	в точке x_0 функция дифференцируема	в точке x_0 функция не дифференцируема
1	2	3	4

Вариант №20

Часть 1

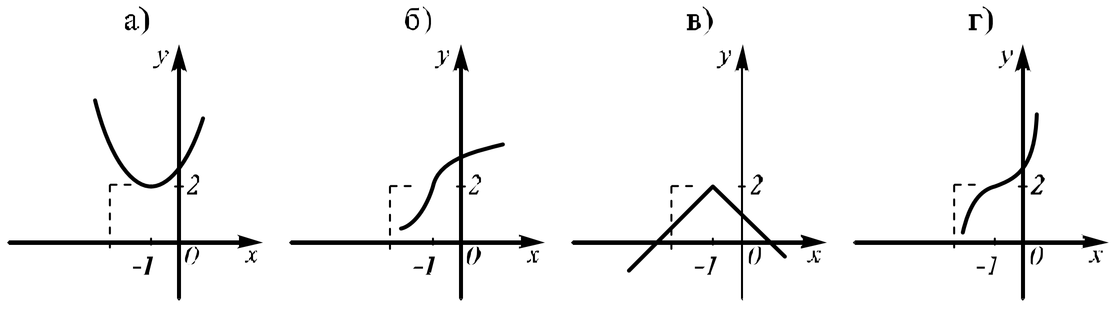
A1 Угол α поворота шкива в зависимости от времени t задан функцией $\alpha = t^2 + 3t - 5$. Найдите угловую скорость шкива при $t = 5$.

1) 11; 2) 8; 3) 30; 4) 13.

A2 Найдите y', если $y = e^{3\operatorname{tg}\sqrt{x}}$.

1) $e^{3\operatorname{tg}\sqrt{x}}$; 2) $e^{3\operatorname{tg}\sqrt{x}} \cdot \dfrac{3}{2\sqrt{x} \cdot \cos^2 \sqrt{x}}$; 3) $3\operatorname{tg}\sqrt{x}e^{3\operatorname{tg}\sqrt{x}-1}$; 4) $e^{3\operatorname{tg}\sqrt{x}} \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

A3 Какой из предложенных графиков в окрестности точки $x_0 = -1$ удовлетворяет условиям $f(-1) = 2$, $f'(-1)$ не существует?

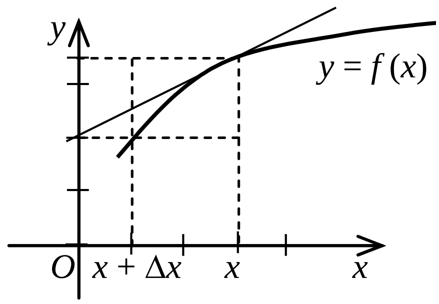


1) все 4 графика; 2) только б, в; 3) только а; 4) а, г.

A4 Найдите производную y'_x от функции, заданной параметрически $\begin{cases} x = e^t + e^{-t}; \\ y = e^t - e^{-t}. \end{cases}$

1) $\begin{cases} y'_x = \dfrac{e^t + e^{-t}}{e^t - e^{-t}}; \\ x = e^t + e^{-t}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y'_x = e^t + e^{-t}; \\ x = e^t + e^{-t}; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y'_x = \dfrac{e^t - e^{-t}}{e^t + e^{-t}}; \\ x = e^t + e^{-t}; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y'_x = e^t - e^{-t}; \\ x = e^t + e^{-t}. \end{cases}$

А5 Для функции, график которой изображен на чертеже, определите знаки Δy и dy в точке x и сравните их по величине.



1) $\Delta y > 0$, $dy > 0$, $\Delta y > dy$; 2) $\Delta y > 0$, $dy > 0$, $\Delta y < dy$;
3) $\Delta y < 0$, $dy < 0$, $|\Delta y| > |dy|$; 4) $\Delta y < 0$, $dy < 0$, $|\Delta y| < |dy|$.

А6 Найдите $d^5 y$ для функции $y = 3^{4x}$.

1) $4^5 \cdot 3^{4x} \cdot \ln^5 3 (dx)^5$; 2) $4^5 \cdot 3^{4x} \cdot \ln^5 3$; 3) $4^5 \cdot 3^{4x}$; 4) $3^{4x} \cdot \ln 3$.

А7 Вставьте пропущенные слова в формулировке известной вам теоремы «Существование $U'(x)$ и $V'(x)$ … для существования $[U(x)+V(x)]'$».

1) есть необходимое условие;
2) есть достаточное условие;
3) есть необходимое и достаточное условие;
4) не является ни необходимым, ни достаточным условием.

А8 Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = \dfrac{x^2(x-4)^2}{16}$ на отрезке $[0; 3]$.

1) $4, 1$; 2) $1, \dfrac{9}{16}$; 3) $\dfrac{9}{16}, 0$; 4) $1, 0$.

Часть 2

В1 Найдите $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{3 \ln x}{1 - x^3}$.

B2 Определите, при каком значении параметра a прямая $y = \frac{1}{2}x - 1$ является асимптотой графика функции $y = \dfrac{x^3}{2(ax+1)^2}$.

B3 Исследуйте на непрерывность и дифференцируемость в точке $x_0 = 0$, функцию $f(x) = \begin{cases} 2 + x\cos\dfrac{1}{9x}, x \neq 0; \\ 0, \quad\quad\quad\quad x = 0. \end{cases}$ В качестве ответа укажите два числа, соответствующие результатам Вашего исследования, из следующей таблицы.

x_0 – точка непрерывности	x_0 – точка разрыва	в точке x_0 функция дифференцируема	в точке x_0 функция не дифференцируема
1	2	3	4

Вариант №21

Часть 1

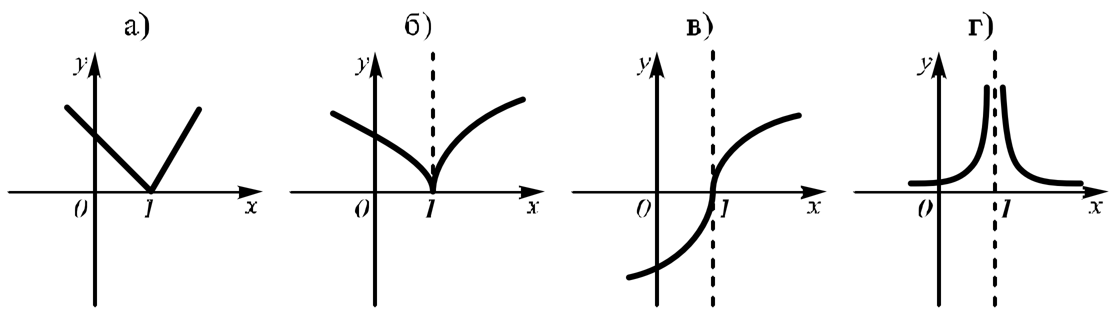
A1 С какой скоростью изменяется поверхность шара $\left(S = 4\pi R^2\right)$, если радиус его изменяется со скоростью v ?

1) $4\pi R^2 v$; 2) $8\pi R v$; 3) $8\pi R$; 4) $4\pi v^2$.

A2 Найдите y' ., если $y = \sin^4 5x$.

1) $20\sin^3 5x \cos 5x$; 2) $4\sin^3 5x \cos^3 5x$; 3) $4\cos^3 5x \cdot 5$; 4) $5\cos^4 5x$.

A3 Какой из предложенных графиков в окрестности точки $x_0 = 1$ удовлетворяет условиям $f(1) = 0, \quad f'(1) = +\infty$?

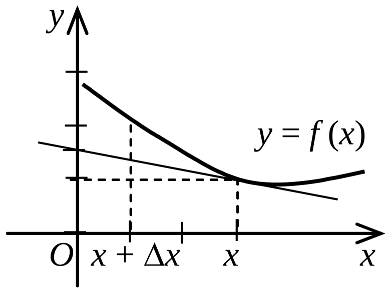


1) а, б; 2) б, г; 3) в; 4) а, б, в.

A4 Найдите производную y'_x от функции, заданной неявно $x = y + \operatorname{arctg} y$.

1) $y'_x = \dfrac{1+y^2}{2+y^2}$; 2) $y'_x = \dfrac{y^2}{1+y^2}$; 3) $y'_x = \dfrac{2+y^2}{1+y^2}$; 4) $y'_x = 1$.

A5 Для функции, график которой изображен на чертеже, определите знаки Δy и dy в точке x и сравните их по величине.



1) $\Delta y > 0$, $dy > 0$, $\Delta y > dy$; 2) $\Delta y > 0$, $dy > 0$, $\Delta y < dy$;
3) $\Delta y < 0$, $dy < 0$, $|\Delta y| > |dy|$; 4) $\Delta y < 0$, $dy < 0$, $|\Delta y| < |dy|$.

A6 Найдите производную $y^{(IV)}$ для функции $y = \dfrac{1}{x-2}$.

1) $-\dfrac{6}{(x-3)^4}$; 2) $\dfrac{24}{(x-2)^5}$; 3) $\dfrac{1}{(x-2)^5}$; 4) $-\dfrac{24}{(x-2)^5}$.

A7 Вставьте пропущенные слова в формулировке известной вам теоремы «Существование $U'(x)$ и $V'(x)$ … для существования $[U(x) \times V(x)]'$ ».

1) есть необходимое условие;
2) есть достаточное условие;
3) есть необходимое и достаточное условие;
4) не является ни необходимым, ни достаточным условием.

A8 Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = 3x - x^3$ на отрезке $[0; 3]$.

1) $0, -2$; 2) $2, 0$; 3) $2, -2$; 4) $2, -18$.

Часть 2

B1 Найдите $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \dfrac{1 - \operatorname{tg} x}{\cos 2x}$.

B2 Найдите точки экстремума функции $y = \dfrac{x^3 - 4}{x^2}$. В качестве ответа укажите значение ординаты точки максимума.

B3 Исследуйте на непрерывность и дифференцируемость в точке $x_0 = 0$ функцию $f(x)=\begin{cases} x^2 \cdot \cos^2 \dfrac{11}{x}, x \neq 0; \\ 0, \qquad\qquad x = 0. \end{cases}$ В качестве ответа укажите два числа, соответствующие вашим исследованиям, из следующей таблицы.

x_0 – точка непрерывности	x_0 – точка разрыва	в точке x_0 функция дифференцируема	в точке x_0 функция не дифференцируема
1	2	3	4

Ответы

Вари ант	**A1**	**A2**	**A3**	**A4**	**A5**	**A6**	**A7**	**A8**	**B1**	**B2**	**B3**
11	1	3	2	4	1	1	3	1	1	1	1, 3
12	1	4	1	2	2	1	3	3	1	6	1, 4
13	2	3	3	1	1	2	3	1	–1	–1	1, 3
14	3	4	2	4	3	1	3	2	–2	1	1, 4
15	3	2	2	1	1	4	2	1	2	3	1, 4
16	1	3	3	2	2	4	1	3	–2	2	1, 3
17	3	1	1	3	4	2	3	4	1	3	1, 3
18	4	2	1	3	3	1	2	4	36	2	1, 4
19	1	4	2	2	3	2	1	3	1	2	1, 3
20	4	2	2	1	3	1	2	4	–1	1	2, 4
21	2	1	3	1	1	2	2	4	1	–3	1, 3