

Лабораторная работа

ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ НА
ПЛАНАХ И КАРТАХ

В зависимости от хозяйственного значения участков и контуров, их размеров, форм применяются следующие способы определения площадей: графический, механический и аналитический.

- **Графический способ** целесообразно применять, когда измеряемый участок имеет более или менее правильную форму и ограничен прямыми линиями. Такими участками обычно являются те, форма которых определилась деятельностью человека (например, сельскохозяйственные угодья, территории населенных пунктов или их частей, полосы отвода транспортных магистралей и т.п.). Палетками выгодно измерять площади небольших участков, имеющих на карте размеры не более 4-5 см², а также узкие, сильно вытянутые участки (например, долины рек, полосы отвода транспортных магистралей и т.п.).
- **Механический способ** находит широкое применение при определении площадей, имеющих произвольную, часто весьма неправильную конфигурацию, таких, например, как водосборные бассейны, леса, болотные комплексы, рудные поля и т.п.

- **Аналитический способ** определения площадей контуров и участков требует измерений линий и углов на местности. Его целесообразно применять, если площадь надо получить с повышенной точностью и не дожидаясь составления плана (карты).

Наиболее точный - аналитический способ, так как на точность определения площади при этом способе влияют только погрешности измерений на местности, в то время как при графическом и механическом способах, помимо погрешностей измерений на местности, влияют и погрешности: составления плана (карты), определения площадей по плану и деформация бумаги.

1. Определение площади графическим способом

Задача: определить площадь фигуры по результатам измерений на карте и при помощи палетки.

Последовательность выполнения задания:

- 1.Определение площади фигуры, полученной при выполнении лабораторной работы «ПЛАН и КАРТА» (треугольник ABC) или любой другой.
- 2.Определение площади фигуры заданной преподавателем на карте при помощи палетки.

1.1 Графическое определение площади фигуры

Площадь многоугольника определяется путем деления его на простейшие фигуры (треугольники, четырехугольники и т.п.) и измерением их элементов по карте (рисунок 1). В каждой фигуре измеряют высоту и основание, по которым вычисляют площади треугольников по формуле:

$$S = \frac{1}{2}(h \times a),$$

Общая площадь участка определяется суммированием площадей отдельных фигур

$$S_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^n S_i ,$$

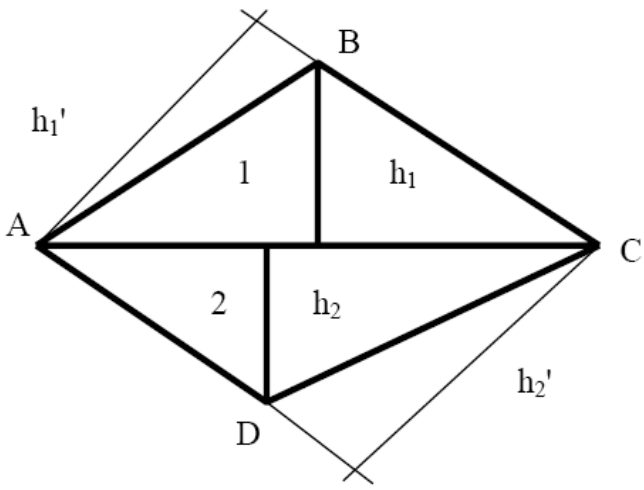


Рисунок 1

Правильность определения площади многоугольника проверяется в комбинациях. Точность этого способа зависит от масштаба карты: чем он крупнее, тем выше точность и характеризуется относительной погрешностью 1/100.

Основным источником ошибок определения площадей являются ошибки измерения длин линий на карте. Поэтому этим способом невыгодно определять площади небольших участков, так как короткие линии измеряются с меньшей точностью, чем длинные.

ПРИМЕР. Определяем площадь участка ABCD (см. рисунок 1), снятого с карты масштаба 1:10000.

Заданную фигуру делим на два треугольника 1, 2 и в каждом из них измеряем основание a и высоту h , записывая результаты в таблицу 1. В эту же таблицу заносим результаты вычислений. Для контроля вычислений выбираем другие основания и высоты (показаны на рисунок 1 тонкими линиями) в треугольниках.

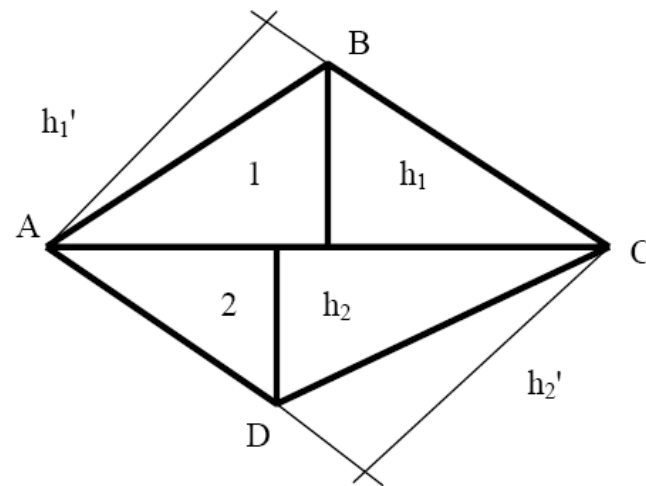


Рисунок 1

Таблица 1

Номер Δ	Результаты измерений			Результаты вычислений		
	основание a		высота h , (м)	$S, \text{ м}^2$	$S_{\text{ср}}, \text{ м}^2$	$S, \text{ Га}$
	обозн.	(м)				
1	AC	1542	593	457203	457296	45,7
	BC	889	1029	457390		
2	AC	1542	661	509631	510249	51,0
	DC	1071	954	510867		
	Сумма:					96,7

1.2 Определение площади при помощи палетки

Вместо разбивки участка на отдельные фигуры и если участок имеет криволинейные очертания, то более быстро площадь определяется при помощи палетки, один из образцов которой представлен на рисунок 2.

Такая палетка состоит из сетки мелких квадратов 2×2 мм, нанесенной на прозрачную основу (калька, плексиглас, целлулоид). Малые квадраты образуют большие квадраты размером 1×1 см, обозначенные утолщенными линиями.

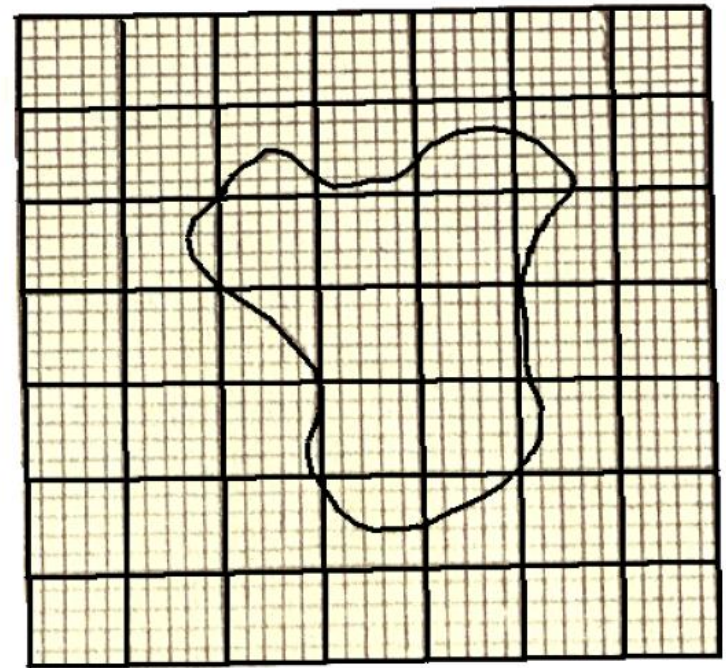


Рисунок 2

Палетку накладывают на фигуру, площадь которой должна быть определена (рисунок 2) и подсчитывают число больших квадратов (m_1) и полных малых квадратов (m_2), закрывающих фигуру. Затем суммируют неполные малые квадраты (m_3). Площадь фигуры равна произведению цены деления палетки (t) на полную сумму делений

где n - число малых квадратов в большом.

$$S = \left(m_1 \times n + m_2 + \frac{m_3}{2} \right) \times t,$$

ПРИМЕР. При помощи палетки определить площадь фигуры, снятой с карты масштаба 1:10000 (см. рисунок 2).

Цена наименьшего деления палетки (2x2 мм) для карты масштаба 1:10000 будет равна $t = 20 \times 20 \text{ м} = 400 \text{ м} = 0,04 \text{ Га}$.

Результаты подсчета числа квадратов палетки, содержащихся в заданной фигуре, таковы: $m_1 = 7 \times 25 = 175$; $m_2 = 61$; $m_3 = 67$.

Таким образом, общая площадь фигуры будет равна

$$S = \left(175 + 61 + \frac{67}{2} \right) \times 0,04 = 10,78 \text{ Га}.$$

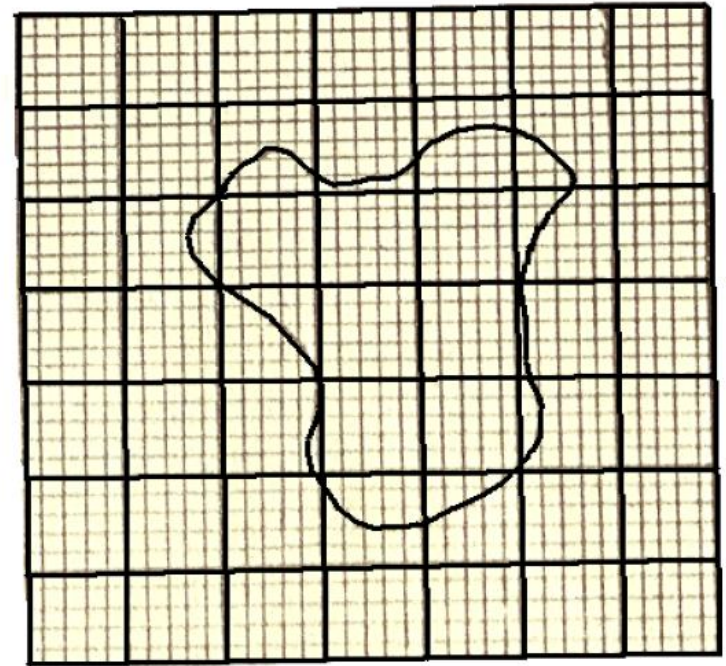


Рисунок 2

2. Определение площади планиметром

- **Задача:** определить цену деления планиметра и измерить им площадь участка.

Последовательность выполнения задания:

- Изучение устройства планиметра.
- Определение цены деления планиметра.
- Измерение планиметром площади участка.

Планиметрами называются приборы для измерения площадей.

- Счетный механизм состоит из трех частей: циферблата, счетного колеса и верньера. Циферблат отмечает полный оборот счетного колеса, верньер дает возможность отсчитать десятые доли делений счетного колеса.
- Удерживая планиметр за ручку, обводят центром лупы контур участка, площадь которого хотят измерить.

Отсчет должен содержать четыре цифры. Первая из них берется со счетчика числа оборотов счетного колеса (циферблата), две последующие берутся со счетного колесика до нуля верньера, четвертая цифра берется по верньеру путем определения номера штриха верньера, совпадающего со штрихом счетного колесика. На примере (рисунок 4) отсчет по циферблату - цифра 4, отсчет по счетному колесу до нуля верньера - цифры 5 и 6, отсчет по верньеру - цифра 5.

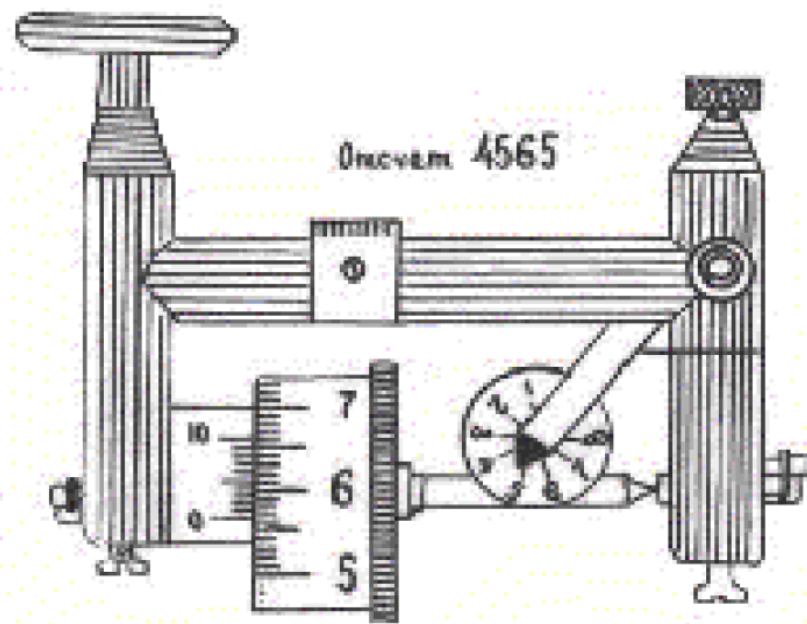


Рисунок 4

Полный отсчет выражается четырехзначным числом (на рисунок 4 отсчет равен 4565). Первой цифрой «4» является номер младшего штриха циферблата, второй - номер младшего подписанного штриха счетного колеса 5, прошедшего нуль верньера, третьей цифрой - порядковый номер младшего неподписанного штриха 6 счетного колеса, четвертая цифра - номер штриха 5 верньера, совпадающего со штрихом счетного колеса.

На примере (рисунок 5)
полный отсчет по планиметру
равен 6422.

До начала измерений
планиметром необходимо
убедиться в плавности
вращения счетного колеса.
Ролик, после приведения в
движение пальцем руки,
должен вращаться 3-4
секунды.

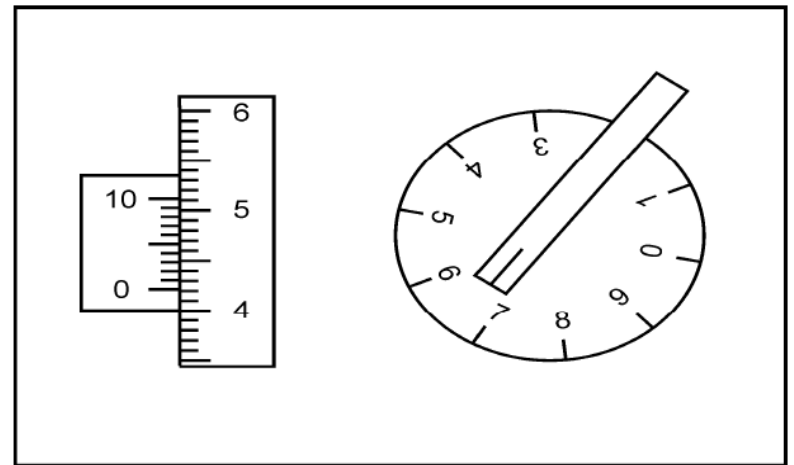
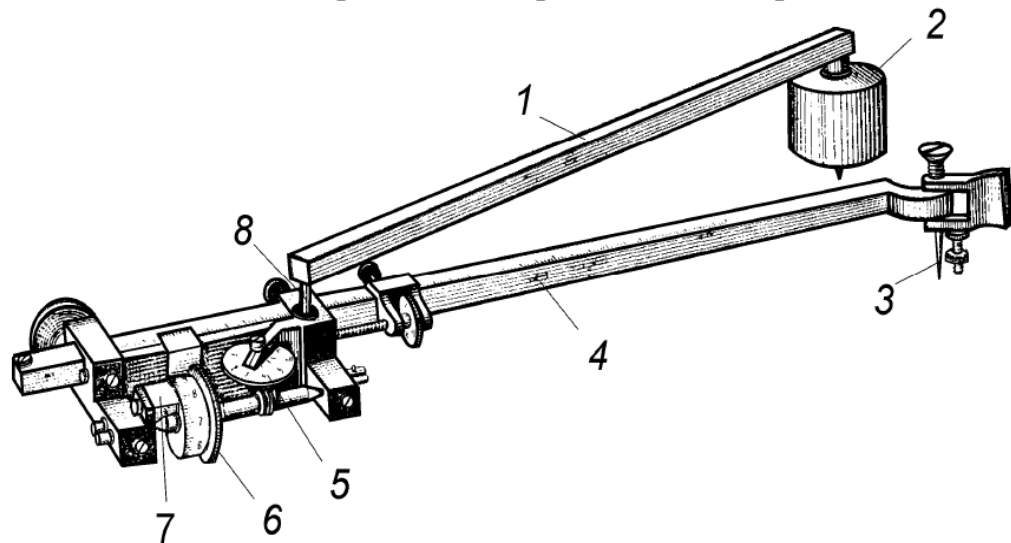


Рисунок 5

2.1 Устройство полярного планиметра

Наиболее распространён полярный планиметр (рис. 3). Он состоит из двух рычагов -полюсного 1 и обводного 4, соединяемых шарниром 8. Полюс планиметра (массивный цилиндр 2 с иглой, втыкаемой в бумагу) в процессе измерения площади остается неподвижным. На конце длинного плеча обводного рычага укреплен шпиль 3 (или лупа с маркой в виде креста в ее центре), которым обводят контур измеряемой площади. На коротком плече обводного рычага крепится каретка с мерным колесиком 6, опирающимся на поверхность бумаги, и счетным механизмом. Когда обводной шпиль 3 (или марка) перемещается по линии контура перпендикулярно рычагу, мерное колесико 6 катится по бумаге.



При перемещении обводного шпиля по направлению рычага колесико скользит по бумаге, не вращаясь. При перемещении шпиля в иных направлениях происходит и вращение, и скольжение. Суммарное число оборотов колесика, накопленное при обводке шпилем контура, пропорционально площади, ограниченной контуром.

2.2 Определение цены деления планиметра

При работе с планиметром необходимо обратить внимание на выбор положения полюса и руководствоваться следующими правилами:

- Карту при помощи кнопок натягивают на гладкой горизонтальной поверхности.
- При обводе рычаги планиметра должны составлять угол не меньше 30° и не более 150° .
- Счетное колесо не должно сходиться с карты.
- Начальную точку контура для установки центра увеличенной лупы выбирают так, чтобы в начале обвода счетное колесо вращалось медленно. Угол между рычагами должен приближаться к прямому.
- Цену деления планиметра определяют по формуле

$$C = \frac{S_0}{(m_2 - m_1)},$$

где S_0 - заранее известная площадь, m_1 , m_2 - отсчеты по счетному механизму в начале и в конце обвода фигуры.

За известную площадь, как правило, выбирают квадрат координатной сетки топографической карты. Для карты масштаба 1:10000 он равен 1000000 м^2 или 100 Га. Для удобства обвода контура квадрата его нужно выбирать в середине листа карты.

Результаты работы записывают в ведомость вычисления цены деления планиметра (таблица 2). Измерение производится при двух положениях планиметра: счетный механизм вправо (ПП) и влево (ПЛ) от полюса.

Ведомость вычисления цены деления планиметра.

Длина обводного рычага 130,00 см. Номер планиметра № 24854

Таблица 2

Номер приема	Положение счетного механизма	Отсчет m_1 m_2 m_3	Разность $m_2 - m_1$ $m_3 - m_2$	Среднее из разностей Δm_{cp}	Среднее из приемов	Цена деления план-ра (Га)
1	ПЛ	5858	1412 1415	1414	1414	0,0707
		7270 8685				
2	ПП	6603	1416 1414	1415	1414	0,0707
		5187 3773				

- Выбрав начальную точку обвода, производят первый отсчет m_1 в направлении движения часовой стрелки и в конце обвода делают отсчет m_2 , затем и m_3 . Каждая разность $m_2 - m_1$ и $m_3 - m_2$ дает площадь квадрата в делениях планиметра.
- Расхождение в двух определениях может быть в пределах четырех делений. При больших расхождениях обвод повторяют и неверный отсчет отбрасывают. После этого счетный механизм переводят в положение слева (справа) и делают два обвода фигуры так же, как и при предыдущем положении счетного механизма.
- Вычислив среднее значение $A_{ср}$ из результатов обвода контура квадрата при ПП и ПЛ, вычисляют цену деления планиметра

$$c = \frac{1000000 \text{ м}^2}{1414} = 707,21 \text{ м}^2 = \frac{100 \text{ Га}}{1414} = 0,0707 \text{ Га}.$$

Цену деления планиметра вычисляют с сохранением четырех значащих цифр, пример записей и вычислений приведен в таблице 2.

2.3 Измерение планиметром площади участка

Порядок определения площадей участков, изображенных на картах, тот же, что и при определении цены деления планиметра. Площадь каждого участка измеряется одним приемом.

Пример записи результатов обвода и вычислений контура участка при определении его площади приведен в таблице 3.

Ведомость вычисления площадей.

Таблица 3

Участки	Отсчет m_1 m_2 m_3	Разность $m_2 - m_1$ $m_3 - m_2$	Среднее из разностей $\Delta m_{\text{ср}}$	Цена деления план-ра (Га)	Измеренная площадь м^2	Измеренная площадь Га
1	6619 6186 5755	433 431	432	0,0707	305514,7	30,54
2	8176 8938 9698	762 760	761	0,0707	538186,8	53,80

После нахождения среднего числа делений планиметра, соответствующих искомой площади, последнюю - вычисляют по формуле.

$$S = c \times \Delta m_{cp} = 0,0707 \times 432 = 30,54 \text{ Га}.$$

$$S = c \times \Delta m_{cp} = 707,21 \times 761 = 538186,8 \text{ м}^2.$$

Планиметром выгоднее измерять большие участки, имеющие площадь не менее 20 см² на карте. Точность механического способа характеризуется относительной погрешностью порядка 1/200 - 1/300.

3. Вычисление площади полигона аналитически

Задача: вычислить площадь полигона по координатам его вершин. Указания по выполнению задания:

Площадь участка, вершины которого обозначены по ходу часовой стрелки (рисунок 6), может быть вычислена по формулам:

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i (y_{i+1} - y_{i-1}),$$

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n y_i (x_{i-1} - x_{i+1}),$$

где n - число вершин полигона, 1 - номер вершины.

Разность координат вычисляют с контролем: алгебраическая сумма разностей координат должна быть равна нулю

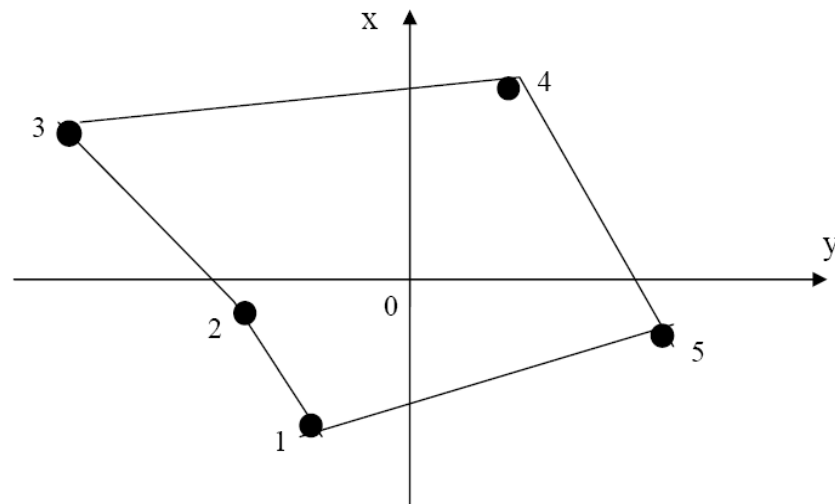


Рисунок 6

$$\sum_{i=1}^n (y_{i+1} - y_{i-1}) = 0,$$

$$\sum_{i=1}^n (x_{i-1} - x_{i+1}) = 0.$$

Таблица 4

№ вершин	Координаты, (м)					
	x_i	y_i	$y_{i+1}-y_{i-1}=\Delta y_i$	$x_{i-1}-x_{i+1}=\Delta x_i$	$x_i \times \Delta y_i$	$y_i \times \Delta x_i$
1	-263.1	-74.0	-270.4	+6.5	+71142	-481
2	-98.6	-101.2	-153.1	-310.7	+15096	+31443
3	+47.6	-227.1	+209.2	-237.1	+9958	+53845
4	+138.5	+108.0	+396.3	+139.7	+54888	+15088
5	-92.1	+169.2	-182.0	+401.6	+16762	+67951
Суммы:			0.0	0.0	+167646	+167846
$S = 83923 \text{ м}^2 = 8,39 \text{ Га}$						

Вычисление площади полигона по координатам его вершин.
ПРИМЕР: Вычислить площадь полигона по координатам его вершин. Прежде всего, записываем в таблицу 4 значения абсцисс и ординат вершин полигона, округляя их до десятых долей метра. Затем вычисляем разности ординат и абсцисс, суммы которых должны быть равны нулю.

Вычисленные произведения $x_i(y_{i+1} - y_{i-1})$ и $y_i(x_{i-1} - x_{i+1})$ записываем с округлением до целых квадратных метров.

Полученные практически одинаковые суммы свидетельствуют о правильности вычислений.

Этот способ дает более точные результаты 1/1000 - 1/2000, если координаты получены по результатам измерений линий и углов на местности. Если координаты определяются графически с топографической карты, то относительная точность будет соответствовать 1/100 - 1/200.