Физико-технический институт

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Практическое занятие № 6.

Теплопередача через стенку с внутренними источниками тепла. Задачи

Задачи

1. Электрический нагреватель выполнен из нихромовой проволоки диаметром d = 2 мм и длиной l = 10 м. Он обдувается холодным воздухом с температурой $t_ж$ = 20° С.
Вычислить тепловой поток с 1 м нагревателя, а также температуры на поверхности $t_с$ и на оси проволоки t_0, если через нагреватель проходит ток 25 А.
Удельное электрическое сопротивление нихрома ρ = 1,1 Ом×мм²/м; коэффициент теплопроводности нихрома λ = 17,5 Вт/(м·°С) и коэффициент теплоотдачи от поверхности нагревателя к воздуху α = 46,5 Вт/(м²·°С).

Задачи

Решение

Электрическое сопротивление нагревателя

$$R = \frac{\rho l}{\pi r^2} = \frac{1{,}1 \cdot 10}{3{,}14 \cdot 1} = 3{,}5\ \text{Ом}.$$

Количество теплоты, выделяемой нагревателем,

$$Q = I^2 R = 25^2 \cdot 3{,}5 = 2185\ \text{Вт}.$$

Тепловой поток на 1 м проволоки

$$q_l = \frac{Q}{l} = \frac{2185}{10} = 218{,}5\ \text{Вт/м}.$$

Задачи

Решение

Температура поверхности проволоки определяется из условий теплоотдачи:

$$t_с = t_ж + \frac{q_l}{\pi d \alpha} = 20 + \frac{218{,}5}{3{,}14 \cdot 0{,}002 \cdot 46{,}5} = 769\ °C.$$

Температура на оси проволоки определяется из условий теплопроводности при наличии внутренних источников теплоты:

$$t_0 = t_c + \frac{q_l}{4\pi\lambda} = 769 + \frac{218{,}5}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 17{,}5} = 770\ °C.$$

Задачи

2. Трубка из нержавеющем стали внутренним диаметром d_1 = 7,6 мм и наружным диаметром d_2 = 8 мм обогревается электрическим током путем непосредственного включения в электрическую цепь. Вся теплота, выделяемая в стенке трубки, отводится через внутреннюю поверхность трубки. Вычислить объемную производительность источников теплоты и перепад температур в стенке трубки, если по трубке пропускается ток I = 250 А.
Удельное электрическое сопротивление стали ρ = 0,85 Ом·мм²/м, коэффициент теплопроводности λ = 18,6 Вт/(м·°С).

Задачи

Решение

Электрическое сопротивление на единицу длины трубки

$$R_l = \frac{\rho}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} = \frac{0{,}85}{3{,}14 \cdot (4^2 - 3{,}8^2)} = 0{,}174\ {}^{\text{Ом}}/_{\text{м}}.$$

Тепловой поток на единицу длины

$$q_l = I^2 R = 250^2 \cdot 0{,}174 = 10870\ {}^{\text{Вт}}/_{\text{м}}$$

Объемная производительность внутренних источников теплоты

$$q_v = \frac{q_l}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} = \frac{10870}{3{,}14 \cdot (4^2 - 3{,}8^2) \cdot 10^{-6}} = 2{,}22 \cdot 10^9\ {}^{\text{Вт}}/_{\text{м}}$$

Задачи

Решение

Перепад температур в стенке трубки

$$t_{c2} - t_{c1} = \frac{q_l r_2^2}{4\pi\lambda(r_2^2 - r_1^2)}\left[2\ln\frac{r_2}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - 1\right] =$$

$$= \frac{q_v r_2^2}{4\lambda}\left[2\ln\frac{r_2}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - 1\right] =$$

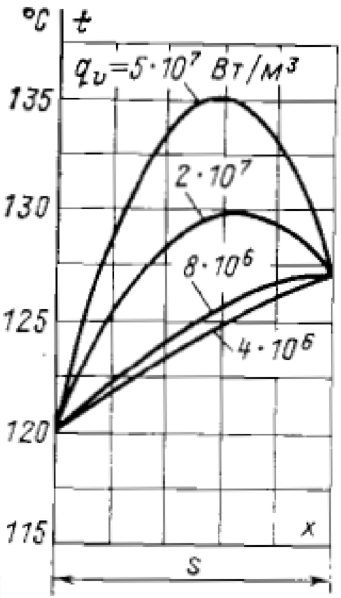
$$= \frac{2{,}22 \cdot 10^9 \cdot 0{,}004^2}{4 \cdot 18{,}6}\left[2 \cdot \ln\frac{4}{3{,}8} + \left(\frac{3{,}8}{4}\right)^2 - 1\right] \approx 2{,}4\ ^\circ\mathrm{C}.$$

Задачи

3. В пластине толщиной S = 6 мм, выполненной из материала с коэффициентом теплопроводности λ = 20 Вт/(м·°С), действуют равномерно распределенные внутренние источники теплоты. Температуры на поверхностях пластины соответственно равны t_{c1} = 120 °С и t_{c2} = 127,2 °С.

Определить координату x_0 и значение максимальной температуры в пластине t_0, а также плотности теплового потока на поверхностях пластины q_{c1} и q_{c2}, если $q_v = 5 \cdot 10^7$; $2 \cdot 10^7$; $8 \cdot 10^6$ и $4 \cdot 10^6$ Вт/м^3.

Задачи



Решение

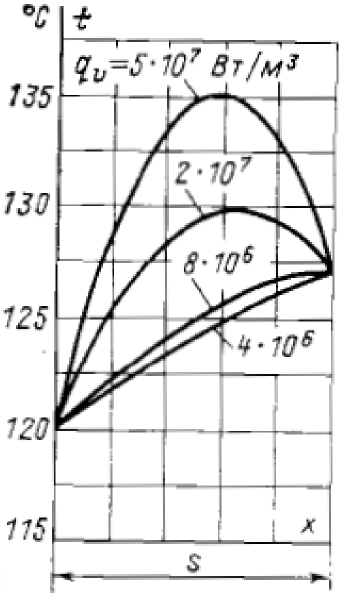
Если расположить начало координат так, как показано на рисунке, уравнение температурного поля в пластине имеет вид:

$$t - t_{c1} = \frac{q_v x}{2\lambda}(2x_0 - x),$$

где

$$x_0 = \frac{S}{2} + \frac{\lambda}{q_v S}(t_{c2} - t_{c1}),$$

Задачи



а максимальная температура

$$t_0 = t_{c1} + \frac{q_v x_0^2}{2\lambda}$$

При $q_v = 5 \cdot 10^7$ Вт/м³

$$x_0 = \frac{0{,}006}{2} + \frac{20 \cdot (127{,}2 - 120)}{5 \cdot 10^7 \cdot 0{,}006} =$$

$$= 0{,}00348 \text{ м} = 3{,}48 \text{ мм};$$

$$t_0 = 120 + \frac{5 \cdot 10^7 \cdot 0{,}00348^2}{2 \cdot 20} \approx$$

$$\approx 135 \text{ °C}$$

Задачи

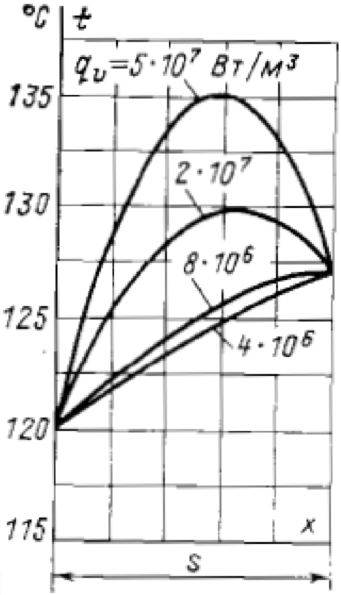
$$q_{c1} = q_v x_0 = 5 \cdot 10^7 \cdot 0{,}00348 = 1{,}74 \cdot 10^5 \ ^{\text{Вт}}/_{\text{м}^2}$$

$$q_{c2} = q_v(S - x_0) = 5 \cdot 10^7 \cdot (6 - 3{,}48) \cdot 10^{-3} = \\ = 1{,}26 \cdot 10^5 \ ^{\text{Вт}}/_{\text{м}^2}.$$

Для других значений расчеты проводятся аналогичным образом.

При $q_v = 8 \cdot 10^6$ Вт/м^3 $x_0/S = 1$, т.е. максимум температур располагается на поверхности пластины с температурой $t_0 = t_{c2} = 127{,}2$ °C, $q_{c2} = 0$ и вся теплота, выделяемая в пластине, отводится через другую поверхность: $q_{c1} = q_v x_0 = q_v S$.

Задачи



При $q_v = 4\cdot10^6$ Вт/м³ температура имеет фиктивный максимум вне пластины ($x_0 > S$) и теплота к одной из поверхностей пластины подводится извне, т. е. происходит передача теплоты через стенку: $q_{c2}=q_v(S–x_0)=–1{,}2\cdot10^4$ Вт/м². Через другую поверхность отводится $q_{c1}=q_vx_0=q_vS+|q_2|=2{,}4\cdot10^4+1{,}2\cdot10^4$ Вт/м².

Распределения температур приведены на рисунке.

Задачи

4. В пластине толщиной S = 5 мм действуют равномерно распределенные внутренние источники теплоты $q_v=2{,}7\cdot10^7$ Вт/м^3. Коэффициент теплопроводности материала пластины λ = 25 Вт/(м·°С). Коэффициенты теплоотдачи от поверхностей пластины к обтекающей их жидкости α_1=3000 Вт/(м^2·°С) и α_2=1500 Вт/(м^2·°С), а температуры жидкости соответственно равны $t_{ж1}$=130°С и $t_{ж2}$ =140° С.

Определить координату и значение максимальной температуры в пластине x_0 и t_0, а также температуры на поверхностях пластины t_{c1} и t_{c2}.

Задачи

Решение

Относительная координата максимальной температуры в пластине при $q_v = \text{const}$, $\lambda = \text{const}$, несимметричном температурном поле и граничных условиях третьего рода

$$\frac{x_0}{S} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\lambda}{q_v S^2}(t_{ж2} - t_{ж1}) + \frac{\lambda}{\alpha_2 S}}{1 + \frac{\lambda}{S}\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}\right)},$$

где x_0 отсчитывается от поверхности, обтекаемой жидкостью с температурой $t_{ж1}$.

Задачи

Решение

В рассматриваемом случае

$$\frac{x_0}{S} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{25}{2{,}7\cdot 10^{7}\cdot (5\cdot 10^{-3})^{2}}(140-130) + \frac{25}{1{,}5\cdot 10^{3}\cdot 5\cdot 10^{-3}}}{1 + \frac{25}{5\cdot 10^{-3}}\left(\frac{1}{3000}+\frac{1}{1500}\right)} = 0{,}7;$$

$$x_0 = 0{,}7\cdot 5 = 3{,}5 \text{ мм}.$$

Задачи

Решение

Температуры на поверхностях пластины

$$t_{c1} = t_{ж1} + \frac{q_{c1}}{\alpha_1} = t_{ж1} + \frac{q_v x_0}{\alpha_1} =$$

$$= 130 + \frac{2{,}7 \cdot 10^7 \cdot 3{,}5 \cdot 10^{-3}}{3000} = 161{,}5\ ^\circ\mathrm{C};$$

$$t_{c2} = t_{ж2} + \frac{q_{c2}}{\alpha_2} = t_{ж2} + \frac{q_v (S - x_0)}{\alpha_2} =$$

$$= 140 + \frac{2{,}7 \cdot 10^7 \cdot (5 - 3{,}5) \cdot 10^{-3}}{1500} = 167\ ^\circ\mathrm{C};$$

Задачи

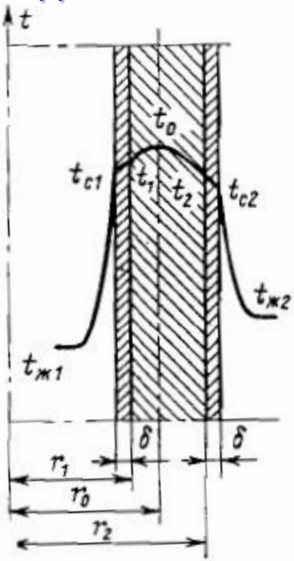
Решение

Максимальная температура

$$t_0 = t_{c1} + q_{c1}\frac{x_0}{2\lambda} = t_{c1}\frac{q_v x_0^2}{2\lambda} =$$

$$= 161{,}5 + \frac{2{,}7 \cdot 10^7 \cdot (3{,}5 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 25} = 168{,}1\ ℃.$$

Задачи



5. Рассчитать распределение температуры в поперечном сечении тепловыделяющего элемента (ТВЭЛа), имеющего форму длинного полого цилиндра (рисунок) с внутренним диаметром d_1 = 16 мм и наружным диаметром d_2 = 26 мм, выполненного из урана [λ = 31 Вт/(м·°С)]. Обе поверхности твэла покрыты плотно прилегающими оболочками из нержавеющей стали [$\lambda_{об}$ = 21 Вт/(м·°С)] толщиной δ = 0,5 мм.

Задачи

Объемную плотность тепловыделении в уране принять равномерной по сечению и равной $q_v = 5 \cdot 10^7$ Вт/м^3. ТВЭЛ охлаждается двуокисью углерода (CO_2), движущейся по внутреннему и внешнему каналам. Среднемассовая температура CO_2 во внутреннем канале $t_{ж1} = 200°C$ и во внешнем канале $t_{ж2} = 240°C$. Коэффициенты теплоотдачи от поверхностей оболочек к газу соответственно равны $\alpha_1 = 520$ Вт/(м$^2 \cdot$°C) и $\alpha_2 = 560$ Вт/(м$^2 \cdot$°C). Определить максимальную температуру твэла t_0, температуры на поверхностях оболочек t_{c1} и t_{c2} и на поверхностях урана t_1 и t_2.

Задачи

Решение

Для расчета распределения температур необходимо найти радиус нейтрального сечения r_0. Так как он зависит от интенсивности отвода теплоты с поверхностей урана, а известны α_1 и α_2 с поверхностей оболочек, то вначале определяем значения эффективных коэффициентов теплоотдачи $\alpha_{эф1}$, и $\alpha_{эф2}$, учитывающие термические сопротивления оболочек:

Задачи

Решение

$$\frac{1}{\alpha_{\text{эф}1} d_1} = \frac{1}{\alpha_1 (d_1 - 2\delta)} + \frac{1}{2\lambda_{\text{об}}} \ln \frac{d_1}{(d_1 - 2\delta)} =$$

$$= \frac{1}{520 \cdot (16 - 1) \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{2 \cdot 21} \ln \frac{16}{16 - 1} = 0{,}1298;$$

$$\alpha_{\text{эф}1} = \frac{1}{0{,}1298 \cdot 16 \cdot 10^{-3}} = 482 \ ^{\text{Вт}}/_{(\text{м}^2 \cdot {}^\circ\text{C})}$$

Задачи

Решение

$$\frac{1}{\alpha_{эф2} d_2} = \frac{1}{\alpha_2 (d_2 + 2\delta)} + \frac{1}{2\lambda_{об}} \ln \frac{(d_2 + 2\delta)}{d_2} = \frac{1}{560 \cdot (26+1) \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{2 \cdot 21} \ln \frac{26+1}{26} == 0{,}0672;$$

$$\alpha_{эф2} = \frac{1}{0{,}0672 \cdot 26 \cdot 10^{-3}} = 573 \ \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot {}^\circ\text{C})$$

Задачи

Решение

Значение радиуса нейтрального сечения

$$r_0 = \sqrt{\frac{(t_{ж2} - t_{ж1}) + \frac{q_v}{2}\left[\frac{r_1}{\alpha_{эф1}} + \frac{r_2}{\alpha_{эф2}} + \frac{1}{2\lambda}(r_2^2 - r_1^2)\right]}{\frac{q_v}{2}\left(\frac{1}{\alpha_{эф1} r_1} + \frac{1}{\alpha_{эф2} r_2} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1}\right)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(240 - 220) + 2{,}5 \cdot 10^7 \cdot \left[\frac{0{,}008}{482} + \frac{0{,}013}{573} + \frac{10^{-6}}{2 \cdot 31} \cdot (13^2 - 8^2)\right]}{2{,}5 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{1}{482 \cdot 0{,}008} + \frac{1}{573 \cdot 0{,}013} + \frac{1}{31}\ln\frac{13}{8}\right)}} =$$

$$= 10{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Задачи

Решение

Плотность теплового потока на внутренней поверхности урана определяем из соотношения

$$q_1 2\pi r_1 = q_v \pi (r_0^2 - r_1^2).$$

$$q_1 = \frac{q_v r_1}{2}\left(\frac{r_0^2}{r_1^2} - 1\right) = \frac{5 \cdot 10^7 \cdot 0{,}008}{2} \cdot \left(\frac{10{,}2^2}{8^2} - 1\right) = $$

$$= 1{,}25 \cdot 10^5\ {}^{\text{Вт}}/_{\text{м}^2}.$$

Задачи

Решение

Температура на внутренней поверхности урана

$$t_1 = t_{ж1} + \frac{q_1}{\alpha_{эф1}} = 200 + \frac{1{,}25 \cdot 10^5}{482} = 200 + 259 = 459\ °C.$$

Плотность теплового потока на внутренней поверхности оболочки

$$q_{c1} = \frac{q_1 d_1}{d_1 - 2\delta} = \frac{1{,}25 \cdot 10^5 \cdot 16}{15} = 1{,}335 \cdot 10^5\ ^{Вт}/_{м^2}.$$

Задачи

Решение

Температура на внутренней поверхности оболочки

$$t_{c1} = t_{ж1} + \frac{q_{c1}}{\alpha_1} = 200 + \frac{1{,}335 \cdot 10^5}{520} = 200 + 257 = 457\ ^\circ\mathrm{C}.$$

Плотности теплового потока q_2 и q_{c2} и температуры t_2 и t_{c2} на внешней поверхности твэла определяем аналогичным образом:

$$q_2 = \frac{q_v r_2}{2}\left(1 - \frac{r_0^2}{r_2^2}\right) = \frac{5 \cdot 10^7 \cdot 0{,}013}{2} \cdot \left(1 - \frac{10{,}2^2}{8^2}\right) =$$

$$= 1{,}25 \cdot 10^5\ \mathrm{Вт}/_{\mathrm{м}^2};$$

Задачи

Решение

Температура на внутренней поверхности оболочки

$$t_2 = t_{ж2} + \frac{q_2}{\alpha_{эф2}} = 240 + \frac{1{,}25 \cdot 10^5}{573} = 240 + 218 = 458\ ^\circ\text{C};$$

$$q_{c2} = \frac{q_2 d_2}{d_2 + 2\delta} = \frac{1{,}25 \cdot 10^5 \cdot 26}{27} = 1{,}205 \cdot 10^5\ \text{Вт}/_{\text{м}^2};$$

$$t_{c2} = t_{ж2} + \frac{q_{c2}}{\alpha_2} = 240 + \frac{1{,}205 \cdot 10^5}{560} = 240 + 215 =$$

$$= 455\ ^\circ\text{C}.$$

Задачи

Решение

Распределение температуры по сечению твэла определяется уравнением

$$t = t_1 + \frac{q_v}{4\lambda}\left[2r_0^2 \ln\frac{r}{r_1} - (r^2 - r_1^2)\right],$$

а максимальная температура находится из условия: при $r = r_0$ $t = t_0$ и, следовательно,

$$t_0 = t_1 \frac{q_v}{4\lambda}\left[2r_0^2 \ln\frac{r_0}{r_1} - (r_0^2 - r_1^2)\right] =$$

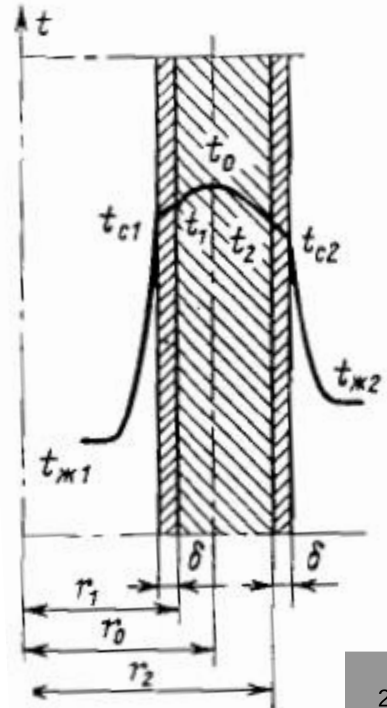
$$= 459 + \frac{5 \cdot 10^7}{4 \cdot 31} \cdot \left[2 \cdot 10{,}2^2 \ln\frac{10{,}2}{8} - (10{,}2^2 - 8^2)\right] \cdot 10^{-6} = 459 + 4{,}2$$

$$\approx 463\ °\mathrm{C}.$$

Задачи

Решение

Распределение температуры по сечению твэла



Задачи

6. Определить максимальную температуру твэла при условиях задачи 5, если
а) внутренний канал по какой-либо причине перестал охлаждаться;
б) внешний канал перестал охлаждаться.

Задачи

Решение

а) Если внутренний канал перестал охлаждаться, то $q_1 = 0$ и максимальная температура будет при $r = r_1$. В этих условиях

$$q_2 = \frac{q_v r_2}{2}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) = \frac{5\cdot 10^7 \cdot 0{,}013}{2}\cdot\left(1 - \frac{8^2}{13^2}\right) = 2{,}02\cdot 10^5\ \text{Вт}/\text{м}^2;$$

$$t_2 = t_{ж2} + \frac{q_2}{\alpha_{эф2}} = 240 + \frac{2{,}02\cdot 10^5}{573} = 240 + 353 = 593\ ^\circ\text{C};$$

$$t_0 = t_1 = t_2 + \frac{q_v}{4\lambda}\left[(r_2^2 - r_1^2) - 2r_1^2 \ln\frac{r_2}{r_1}\right] =$$

$$= 593 + \frac{5\cdot 10^7}{4\cdot 31}\cdot\left[(13^2 - 8^2) - 2\cdot 13^2 \ln\frac{13}{8}\right]\cdot 10^{-6} == 593 + 17{,}4$$

$$\approx 610\ ^\circ\text{C}.$$

Задачи

Решение

а) Если внешний канал перестал охлаждаться, то $q_2 = 0$ и максимальная температура будет при $r_0 = r_2$. Тогда

$$q_1 = \frac{q_v r_1}{2}\left(\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1\right) = \frac{5\cdot 10^7 \cdot 0{,}008}{2}\cdot\left(\frac{13^2}{8^2} - 1\right) = 3{,}28\cdot 10^5 \ \text{Вт}/\text{м}^2;$$

$$t_1 = t_{ж1} + \frac{q_1}{\alpha_{эф1}} = 200 + \frac{3{,}28\cdot 10^5}{482} = 200 + 680 = 880\ ^\circ\text{C};$$

$$t_0 = t_2 = t_1 + \frac{q_v}{4\lambda}\left[2r_2^2\ln\frac{r_2}{r_1} - (r_2^2 - r_1^2)\right] =$$

$$= 880 + \frac{5\cdot 10^7}{4\cdot 31}\cdot\left[2\cdot 13^2\ln\frac{13}{8} - (13^2 - 8^2)\right]\cdot 10^{-6} = 880 + 23{,}8$$

$$\approx 904\ ^\circ\text{C}.$$