Физико-технический институт

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Практическое занятие № 1
Теплопроводность. Теория

21 апреля 2019 г.

Теплопроводность – это процесс распространения теплоты между соприкасающимися телами или частями одного тела с различной температурой. Для осуществления теплопроводности необходимы два условия: контакт и разница температур. Совокупность значений температуры во всех точках тела в данный момент времени называется *температурным полем*. Поверхность, во всех точках которой температура одинакова, называется *изотермической*. Быстрее всего температура изменяется при движении в направлении, перпендикулярном изотермической поверхности.

Градиент температуры – это векторная величина, направленная по нормали к изотермической поверхности в сторону увеличения температуры и численно равная производной от температуры по этому направлению:

$$\operatorname{grad}(t) = \lim \frac{\Delta t}{\Delta n} = \frac{\partial t}{\partial n}. \qquad (1.1)$$

Количество теплоты Q, проходящее в единицу времени через изотермическую поверхность F, называют *тепловым потоком*, обозначают Q^*, единица измерения – ватт.

Тепловой поток, приходящийся на 1 м^2 поверхности, называют *удельным тепловым потоком* (плотностью теплового потока или тепловой нагрузкой поверхности нагрева), обозначают q, единица измерения – ватт на квадратный метр.

$$Q^* = \frac{Q}{\tau}; \quad q = \frac{Q}{\tau F} = \frac{Q^*}{F}. \qquad (1.2)$$

Основной закон теплопроводности формулируется следующим образом: плотность теплового потока пропорциональна градиенту температуры (*закон Фурье*):

$$q = -\lambda \operatorname{grad} t, \qquad (1.3)$$

Здесь λ – коэффициент пропорциональности, Вт/(м·К). Коэффициент пропорциональности λ называют коэффициентом теплопроводности. Он характеризует способность материала проводить тепло. Значения коэффициентов приводятся в справочниках теплофизических свойств веществ. Величина коэффициента теплопроводности λ зависит от температуры, для большинства материалов эта зависимость линейная:

$$\lambda_t = \lambda_0(1 + b \cdot t), \qquad (1.4)$$

где λ_0, λ_t – значение коэффициента теплопроводности соответственно при 0°С и при данной температуре t; b – константа, определяемая экспериментально.

Зависимость изменения температуры тела от свойств тела и координат точки описывает дифференциальное уравнение Фурье:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho}\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right), \qquad (1.5)$$

где λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);

ρ – плотность материала, кг/м^3;

c – теплоемкость материала, Дж/(кг·К).

Процесс теплоотдачи между поверхностью тела и окружающей средой описывается уравнением Ньютона-Рихмана:

$$q = \alpha(t_{ст} - t_{ж}), \qquad (1.6)$$

где q – плотность теплового потока, Вт/м^2;

$t_{ст}$ – температура поверхности тела (стенки), К;

$t_{ж}$ – температура окружающей среды (жидкости), К;

α – коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом теплоотдачи, Вт/(м^2·К).

Коэффициент теплоотдачи характеризует интенсивность теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой. Он численно равен количеству теплоты, отдаваемой (или воспринимаемой) единицей поверхности в единицу времени при разности температур между поверхностью тела и окружающей средой в 1 градус.

Различают 2 режима распространения тепла в теле: установившийся (стационарный) режим, когда температурное поле тела не изменяется во времени и неустановившийся (нестационарный) режим, когда температурное поле изменяется во времени.

Рассмотрим частные случаи решения дифференциального уравнения Фурье (1.5).

Теплопроводность через плоскую стенку при стационарном режиме и граничных условиях первого рода:

$$Q^* = \frac{\lambda}{\delta} F(t'_{\text{ст}} - t''_{\text{ст}}), \qquad (1.7)$$

где δ - толщина стенки, м;

$t'_{\text{ст}}$ и $t''_{\text{ст}}$ – внутренняя и наружная температура поверхности стенки, град;

F – площадь поверхности теплообмена, м^2.

Отношение λ/δ называют тепловой проводимостью стенки, а обратную величину δ/λ – тепловым или внутренним термическим сопротивлением стенки и обозначают R_λ.
Для любого числа слоев n формула (1.7) имеет вид.

$$Q^* = \frac{F\,(t'_{ст} - t''_{ст})}{\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}}. \qquad (1.8)$$

Величину $\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}$ называют полным внутренним термическим сопротивлением многослойной стенки.

Теплопроводность через цилиндрическую стенку при стационарном режиме и граничных условиях 1-го рода

$$Q^* = \frac{2\pi\lambda L\,(t_{ст}' - t_{ст}'')}{\ln\frac{d_2}{d_1}}, \qquad (1.9)$$

где d_1 – внутренний диаметр трубы, м;

d_2 – наружный диаметр трубы, м;

L – длина трубы, м.

Граничные условия бывают трех родов:

1. первого рода, задается распределение температуры на поверхности тела в функции времени;
2. второго рода, задается плотность теплового потока для всей поверхности тела в функции времени;
3. третьего рода, задаются температура окружающей среды $t_ж$ и закон теплоотдачи между поверхностью тела и окружающей средой – закон Ньютона-Рихмана.

Для многослойной цилиндрической стенки уравнение для определения теплового потока будет иметь следующий вид:

$$Q^* = \frac{2\pi L\,(t'_{ст} - t''_{ст})}{\sum\limits_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}. \qquad (1.10)$$

Тепловой поток через плоскую стенку при стационарном режиме и граничных условиях 3-го рода

$$Q^* = \frac{F\,(t_1 - t_2)}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}, \qquad (1.11)$$

где t_1 и t_2 – температуры горячего и холодного теплоносителей, К.

Коэффициент теплопередачи k показывает количество теплоты, проходящей через единицу поверхности стенки в единицу времени от горячего к холодному теплоносителю при разности температур между ними в 1 градус, Вт/(м^2·К):

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}\ .$$

Уравнение для теплового потока (1.11) через произвольную плоскую стенку называют уравнением теплопередачи

$$Q^* = F\,k\,(t_1 - t_2)\ , \qquad (1.12)$$

где *k* – коэффициент теплопередачи произвольной плоской стенки, Вт/(м^2·К),

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (1.13)$$

Тепловой поток через цилиндрическую стенку при стационарном режиме и граничных условиях 3-го рода

$$Q^* = \frac{\pi L (t_1 - t_2)}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}. \quad (1.14)$$

Коэффициент теплопередачи для цилиндрической стенки или линейный коэффициент теплопередачи, Вт/(м·К),

$$k_ц = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}.$$

В общем случае для многослойной цилиндрической стенки, имеющей *n* слоев,

$$k_ц = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln\frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}. \qquad (1.15)$$

Уравнение для теплового потока –

$$Q^* = k_{ц}\pi L(t_1 - t_2). \quad (1.16)$$

Величину, обратную линейному коэффициенту теплопередачи, называют общим тепловым сопротивлением цилиндрической стенки:

$$R_{ц} = \frac{1}{k_{ц}} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2\lambda_i} \ln\frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}. \quad (1.17)$$

Критический диаметр изоляции можно определить из уравнения

$$d_{кр} = d_{из} = \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2}, \quad (1.18)$$

где $\lambda_{из}$ – коэффициент теплопроводности изоляции, Вт/(м·К);

α_2 – коэффициент теплоотдачи от наружной поверхности изоляции к окружающей среде, Вт/(м^2·К);

$d_{из}$ – наружный диаметр слоя изоляции, м.

Более точное выражение уравнения теплопередачи (1.12) имеет вид

$$Q^* = Fk\Delta t_{ср}, \qquad (1.19)$$

где $\Delta t_{ср}$ – средняя разность температур между двумя теплоносителями или средний температурный напор, К.

При нанесении дополнительного слоя на цилиндрическую стенку одновременно с ростом сопротивления теплопроводности наблюдаются увеличение наружной теплоотдающей поверхности и вследствие этого уменьшение сопротивления теплоотдаче к внешней среде.

Поэтому результат нанесения дополнительного слоя может быть двояким: в зависимости от теплопроводящих свойств материала этого слоя суммарный тепловой поток через изолированный цилиндр может, как уменьшаться, так и увеличиваться.

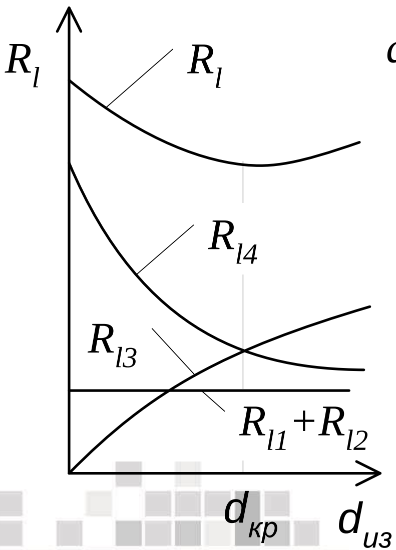
Отсюда возникает вопрос о выборе материала, пригодного для тепловой изоляции цилиндра. Предположим, что мы имеем трубу с внутренним диаметром d_1 и наружным d_2, которую нужно изолировать для уменьшения тепловых потерь. Обозначим наружный диаметр изоляции через d_3 (внутренним диаметром изоляции, естественно, будет d_2), тогда полное линейное термическое сопротивление изолированного трубопровода

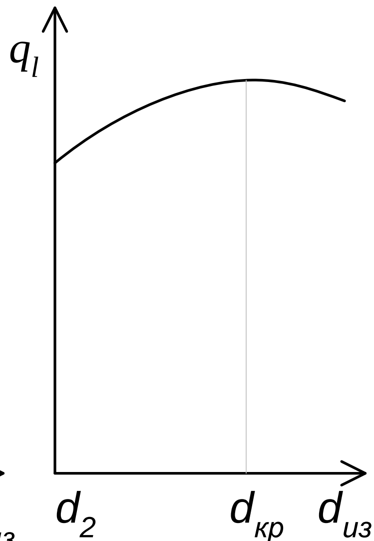
$$\boxed{R_l = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda_c} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{\text{из}}} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 d_3}}$$

Первые два слагаемых правой части уравнения не зависят от наружного диаметра изоляции d_3, поэтому сумма этих сопротивлений на графике может быть показана прямой, параллельной оси абсцисс.

Два последних слагаемых зависят от d_3, но эта зависимость различна: если линейное термическое сопротивление самой изоляции R_{l3} с ростом толщины изоляции, т. е. с увеличением d_3, будет повышаться, то линейное термическое сопротивление теплоотдаче на наружной поверхности изолированного трубопровода R_{l4} с увеличением d_3 будет понижаться.

Суммирование термических сопротивлений даст полное термическое сопротивление R_l.





Кривая термического сопротивления имеет явно выраженный минимум при наружном диаметре изоляции d_3, который называется критическим. Диаметр изоляции, при котором потери теплоты максимальные (термическое сопротивление минимальное) называют ***критическим диаметром тепловой изоляции***.

Для определения численного значения критического диаметра изоляции исследуем уравнение на экстремум.

Возьмем первую производную от правой части уравнения по d_3

$$\frac{\partial R_l}{\partial d_3} = \frac{1}{2\lambda_{\text{из}} d_3} - \frac{1}{\alpha_2 d_3^2}$$

При $d_3 = d_{\text{кр}}$ $\partial R_l / \partial d_3 = 0$.

Тогда диаметр изоляции, отвечающий экстремальной точке кривой $R_l = f(d_3)$ определится формулой

$$d_{\text{кр}} = 2\lambda_{\text{из}} / \alpha_2$$

Из формулы следует, что критический диаметр изоляции не зависит от размеров трубопровода и не имеет геометрического смысла, хотя и измеряется линейной величиной (в метрах).

Он будет тем меньше, чем меньше теплопроводность изоляции и чем больше коэффициент теплоотдачи a_2 от наружной поверхности изоляции к окружающей среде.

Из рисунка видно, что если на трубопровод наружным диаметром d_2 наносить материал, для которого расчетное значение $d_{кр}$ оказалось большим, чем d_2, то тепловые потери будут возрастать по сравнению с тепловыми потерями оголенного трубопровода, достигнут максимума при $d_3=d_{кр}$ и только при нанесении изоляции толщиной $(d'_3 - d_2)/2$ вновь станут такими же, как и для неизолированного трубопровода. Таким образом, окажется, что этот слой изоляции был нанесен напрасно.

Следовательно, для создания эффективной тепловой изоляции трубопровода необходимо, чтобы критический диаметр был меньше внешнего диаметра неизолированной трубы, т. е. $\boldsymbol{d_{кр}<d_2}$.
Только при этом условии нанесение слоя изоляции любой толщины будет вызывать немедленное снижение тепловых потерь.

Таким образом, для того чтобы изоляция вызвала уменьшение тепловых потерь по сравнению с неизолированным трубопроводом при данном наружном диаметре трубы d_2 и заданном коэффициенте теплоотдачи α_2, необходимо подобрать такой теплоизоляционный материал, для которого

$$d_{кр} = \frac{2\lambda_{из}}{\alpha_2} \leq d_2 ,$$

т.е. коэффициент теплопроводности материала должен удовлетворять условию

$$\lambda_{из} \leq \frac{\alpha_2 d_2}{2}$$

Это соотношение называют ***условием рационального выбора материала для тепловой изоляции трубопроводов***.

Соотношение $d_2 < d_{кр}$, при котором нанесение дополнительного слоя материала на цилиндр приводит к увеличению тепловых потерь, также используется на практике.

Именно такое «охлаждающее» действие должна оказывать, например, электрическая изоляция, наносимая на проводники, из которых формируются обмотки электромашин.

В этом случае теплофизические свойства наносимого материала должны удовлетворять условию

$$\lambda_{\text{из}} \geq \frac{\alpha_2 d_2}{2}$$

Все сказанное, очевидно, относится не только к трубам круглого сечения, но и к телам иной геометрической формы, у которых площади внутренней и внешней поверхностей различны.

Средний температурный напор определяется следующим образом:

$$\Delta t_{CP} = \frac{\Delta t_Б - \Delta t_М}{\ln \frac{\Delta t_Б}{\Delta t_М}}, \qquad (1.20)$$

где $\Delta t_Б$ и $\Delta t_М$- большая и меньшая разности температур на концах поверхности теплообмена. Если отношение большей разности температур к меньшей не превышает двух, то с достаточной точностью вместо уравнения (10-20) можно применять приближенное уравнение

$$\Delta t_{CP} = \frac{\Delta t_Б + \Delta t_М}{2}.$$

Формула (1.20) применяется при условии, что в теплообменнике значение коэффициента теплопередачи и произведение массового расхода на теплоемкость для каждого теплоносителя можно считать постоянной по всей поверхности теплообмена. При расчете теплообменного оборудования наряду с уравнением теплопередачи (1.19) используется уравнение теплового баланса:

$$G_1C_1\Delta t_1 = G_2C_2\Delta t_2, \qquad (1.21)$$

где G_1, G_2 – массовый расход теплоносителей, кг/с;
C_1, C_2 – теплоемкость теплоносителей, Дж/(кг·К);
Δt_1 и Δt_2 - перепад температуры теплоносителей, К