# КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ОДНОФАЗНЫХ ТЕКУЧИХ СРЕДАХ

## 4.1 Основные понятия и определения

*Конвекция теплоты* происходит за счет перемещения макрообъемов среды из области с одной температурой в область с другой температурой. Конвекция протекает совместно с процессом теплопроводности. Сочетание конвекции и теплопроводности, наблюдаемое в текучих средах, называют *конвективным теплообменом.* Поэтому плотность теплового потока при конвективном теплообмене рассчитывают по формуле:

$$\vec{q}_{\text{кто}} = \vec{q}_{\text{конд}} + \vec{q}_{\text{конв}} = -\lambda_f \nabla T + \rho \vec{w} h, \qquad (4.1)$$

где $q_{\text{кто}}$ – плотность теплового потока при конвективном теплообмене, Вт/м$^2$;

$q_{\text{конд}}$ – плотность теплового потока при кондуктивном (за счет теплопроводности) теплообмене в текучей среде, Вт/м$^2$;

$q_{\text{конв}}$ – плотность теплового потока за счет конвекции текучей среды (флюида), Вт/м$^2$;

$\lambda_f$ – коэффициент теплопроводности флюида, Вт/(м·К);

$\nabla T$ – градиент температурного поля флюида, К/м;

$\rho$ – плотность флюида, кг/м$^3$;

$\vec{w}$ – скорость движения флюида, м/с;

$h = c_p \cdot T$ – удельная энтальпия флюида, Дж/кг;

$c_p$ – удельная изобарная теплоемкость, Дж/(кг·К);

$T$ – температура, °С или К.

Анализ формулы показывает, что необходимо предварительно рассчитать не только температурное поле текучей среды, но поле скорости перемещения флюида.

В зависимости от *причины*, вызывающей перемещение в пространстве текучей среды, различают конвекцию при вынужденном движении или *вынужденную конвекцию* и конвекцию при свободном движении или *свободную конвекцию*.

При *вынужденной конвекции* движение текучей среды происходит под действием внешней силы – разности давлений в потоке, которую создает какое-либо транспортирующее флюид устройство, например, вентилятор, насос и т.п. При *свободной конвекции* движение среды происходит без приложения внешней силы к флюиду, а вследствие разности плотностей различных объемов среды, которая может возникать из-за переменного поля температуры, т.к. плотность зависит от температуры $\rho = f\,(T)$. Неравномерное поле температур создает переменное поле плотности и вследствие этого в поле земного тяготения происходит перемещение масс с разной плотностью (легкие слои поднимаются вверх, тяжелые – опускаются вниз). В этом случае говорят о *свободной тепловой* или *естественной* конвекции. Заметим, что переменная по объему плотность текучей среды может быть создана и путем механического перемешивания сред с различной плотностью (например, при продувке жидкой стальной ванны кислородом).

В зависимости от *интенсивности движения* флюида различают два основных режима течения: *ламинарный и турбулентный*. Для большинства флюидов существует и *переходный* от ламинарного к турбулентному режим течения.

Признаки ламинарного режима течения:

- ✓ частицы среды движутся по плавным взаимно непересекающимся траекториям;
- ✓ параметры течения (температура, скорость, давление и концентрация примесей) являются гладкими функциями координат и времени;
- ✓ перенос субстанции (теплота, импульс и масса) происходит за счет взаимодействия *микрочастиц* среды (атомов, молекул, ионов и т. п.). Поэтому коэффициенты переноса субстанции (коэффициент температуропроводности, кинематический коэффициент вязкости и коэффициент диффузии) являются физическими характеристиками вещества. Коэффициенты переноса субстанции для разных веществ определяют экспериментально и в зависимости от температуры приводят в справочниках.

Признаки турбулентного режима течения:

- ✓ – частицы среды движутся по сложным, ломаным, взаимно пересекающимся траекториям;
- ✓ параметры течения (температура, скорость, давление и концентрация примесей) являются пульсирующими функциями координат и времени;
- ✓ перенос субстанции (теплота, импульс и масса) происходит за счет взаимодействия макрообъемов среды (турбулентных молей). Поэтому коэффициенты переноса субстанции (коэффициент температуропроводности, кинематический коэффициент вязкости и коэффициент диффузии) зависят от самого режима движения и не являются физическими характеристиками вещества. Коэффициенты турбу лентного переноса субстанции рассчитывают по так называемым *полуэмпирическим моделям турбулентности*.

Существование *ламинарного* или *турбулентного* режимов течения зависит от соотношения силы инерции $f_{ин}$ и силы трения $f_{тр}$, действующих в текучей среде. При условии $f_{ин} << f_{тр}$ существует ламинарный режим течения флюида и соответственно, наоборот, при $f_{ин} >> f_{тр}$ – турбулентный режим.

## 4.2. Дифференциальные уравнения конвективного теплообмена

В расчетах конвективного теплообмена для характеристики однофазной химически однородной текучей среды используют три параметра:

- ✓ поле температуры $T(x_i, \tau)$;
- ✓ поле скорости $\vec{w}(x_i, \tau) = w_x\vec{\imath} + w_y\vec{\jmath} + w_z\vec{k}$;
- ✓ поле давления $p(x_i, \tau)$,

где $x_i$ – ортогональная система координат (например, для декартовой системы координат $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$); $\tau$ – время. При этом физические свойства среды (плотность, теплоемкость, коэффициент вязкости, коэффициент теплопроводности) должны быть известны.

Для расчета температуры, давления и в общем случае трех составляющих вектора скорости необходимо решить пять дифференциальных уравнений конвективного теплообмена:

- ✓ дифференциальное уравнение переноса энергии в текучей среде – уравнение Фурье–Кирхгофа;
- ✓ дифференциальное уравнение переноса импульса в текучей среде – уравнение Навье–Стокса для трех составляющих вектора скорости;
- ✓ дифференциальное уравнение неразрывности (сплошности).

### 4.2.1. *Дифференциальное уравнение Фурье-Кирхгофа*

В векторной форме записи уравнение переноса энергии в текучей среде имеет вид

$$\rho c\left(\frac{\partial T}{\partial \tau} + \vec{w}\nabla T\right) = \mathrm{div}[\lambda \mathrm{grad}(T)] + q_v + \mu\Phi - p\mathrm{div}(\vec{w}), \qquad (4.2)$$

где $\rho c\dfrac{\partial T}{\partial \tau}$ – слагаемое в правой части уравнения энергии, которое отражает нестационарность процесса конвективного теплообмена – изменение внутренней энергии элементарного объема текучей среды во времени;

$\rho c\vec{w}\nabla T$ – конвективный член уравнения энергии, учитывающий перенос теплоты за счет движения среды;

$\mathrm{div}[\lambda \mathrm{grad}(T)]\ \cdot$ – диффузионный член уравнения, учитывающий перенос теплоты теплопроводностью;

$q_v$ – источниковый член уравнения, учитывающий поступление или убыль энергии за счет действия внутренних источников или стоков теплоты;

$\mu\Phi$ – слагаемое уравнения энергии, учитывающее нагрев текучей среды вследствие диссипации кинетической энергии движения за счет трения;

$\mu$ – динамический коэффициент вязкости;

$\Phi$ – диссипативная функция;

$p\mathrm{div}(\vec{w})$ – слагаемое уравнения энергии, учитывающее изменение энергии флюида при его идеальном сжатии или расширении.

Последние два слагаемых в уравнении переноса энергии в значительной степени зависят от скорости движения среды и для скоростей менее 100 м/с, характерных для энергетических и теплотехнологических агрегатов, в расчетах теплообмена не учитываются в силу их малости.

Если принять допущение о независимости физических свойств среды от температуры и отсутствии внутренних источников теплоты, то уравнение Фурье–Кирхгофа примет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \vec{w}\nabla T = a\nabla^2 T, \qquad (4.2a)$$

где $a = \frac{\lambda}{\rho c}$ – коэффициент температуропроводности текучей среды, м$^2$/с;

$\rho$ – плотность, кг/м$^3$;

$c$ – удельная массовая теплоемкость, Дж/(кг·К).

*Замечание.* Для неподвижной среды ($\vec{w} = 0$) уравнение Фурье–Кирхгофа переходит в дифференциальное уравнение теплопроводности – дифференциальное уравнение Фурье.

Для решения дифференциального уравнения Фурье–Кирхгофа требуется предварительно рассчитать поле скорости, решив уравнение Навье–Стокса.

### *4.2.2. Дифференциальное уравнение движения текучей среды (уравнение Навье–Стокса)*

Вывод уравнения Навье–Стокса основан на использовании закона сохранения количества движения (импульса) для фиксированной массы $M$ текучей среды. Согласно этому закону изменение импульса во времени происходит из-за внешних сил, действующих на элементарный объем массой $M$:

$$\frac{d\vec{K}}{d\tau} = \sum \vec{f}_{\text{внешн}};\;\; M\frac{d\vec{w}}{d\tau} = \sum \vec{f}_{\text{внешн}}; \qquad (4.3)$$

$$M\vec{a} = \sum \vec{f}_{\text{внешн}};\;\; M\frac{d\vec{w}}{d\tau} = \sum \vec{f}_{\text{внешн}}, \qquad (4.4)$$

где $\vec{K} = M\vec{w}$ – импульс, кг·м/с;

$\vec{w}$ – скорость, м/с;

$\tau$ – время, с;

$\vec{f}_{\text{внешн}}$ – внешние силы, действующие на элементарный объем флюида, Н;

$a = \frac{d\vec{w}}{d\tau}$ – ускорение, м/с$^2$.

Уравнение Навье–Стокса решают совместно с уравнением неразрывности

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau} + div(\rho\vec{w}) = 0, \tag{4.5}$$

где ρ – плотность текучей среды, кг/м$^3$.

Запишем без вывода уравнение Навье–Стокса и уравнение неразрывности в векторной форме для текучих сред с постоянной плотностью

$$\frac{\partial\vec{w}}{\partial\tau} + \vec{w}\nabla\vec{w} = \vec{g} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\vec{w}; \tag{4.6}$$

$$\mathrm{div}(\vec{w}) = 0. \tag{4.7}$$

В уравнении движения текучей среды (4.6) все слагаемые имеют размерность $\left[\frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{кг}}\right]$ и представляют собой массовую плотность силы:

–$\frac{\partial\vec{w}}{\partial\tau} \equiv f_{\text{лок}}$ – нестационарный член уравнения, характеризует изменение импульса элементарного объема во времени и имеет смысл локальной силы;

–$\vec{w}\nabla\vec{w} \equiv f_{\text{ин}}$ – конвективный член уравнения, характеризует силу инерции;

–$\vec{g} \equiv f_g$ – слагаемое, имеющее смысл объемной или массовой силы (силы тяжести);

–$\frac{1}{\rho}\nabla p \equiv f_p$ – слагаемое, которое характеризует силу давления;

– $\nu\nabla^2\vec{w}$ – диффузионный член уравнения, характеризует силу трения.

*Замечание.* Знак «≡» нужно читать, как «соответствует» или «характеризует».

### 4.2.3. *Условия однозначности, необходимые для решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена*

Для выделения единственного решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена (4.2), (4.6) и (4.7) необходимо задать:

– размеры расчетной области: ее геометрию и время процесса конвективного теплообмена;

– физические свойства текучей среды;

– закон изменения внутренних источников теплоты (в частном случае внутренние источники в текучей среде отсутствуют);

– начальные и граничные условия.

*Начальные условия* задают распределение температуры, скорости и давления в начальный момент времени процесса конвективного теплообмена во всей расчетной области

$$T(x_i, \tau = 0) = T_0(x_i); \tag{4.8}$$

$$\vec{w}(x_i, \tau = 0) = \vec{w}_0(x_i); \tag{4.9}$$

$$p(x_i, \tau = 0) = p_0(x_i). \tag{4.10}$$

*Граничные* условия необходимо задать на свободных (вход и выход потока) и твердых поверхностях для параметров, $T$, $\vec{w}$ и $p$, входящих в дифференциальные уравнения Фурье–Кирхгофа и Навье–Стокса.

Граничные условия для решения дифференциального уравнения энергии могут иметь вид граничных условий I, II, III и IV родов на твердых ограничивающих течение флюида поверхностях. Например, граничные условия IV рода в этом случае принимают вид

$$\lambda_w \left.\frac{\partial T_w}{\partial \boldsymbol{n}}\right|_{\text{г}} = \lambda_f \left.\frac{\partial T_f}{\partial \boldsymbol{n}}\right|_{\text{г}}, \tag{4.11}$$

где $\lambda_w$ – коэффициент теплопроводности твердых ограждений;

$\lambda_f$ – коэффициент теплопроводности флюида;

$\boldsymbol{n}$ – нормаль к твердой поверхности;

г – граница, разделяющая твердую стенку и текучую среду.

Скорость флюида на твердых, ограничивающих текучую среду поверхностях, равна нулю в силу условия прилипания

$$w|_{\text{г}} = 0. \tag{4.12}$$

Для расчета поля давления на твердых ограничивающих поверхностях, как правило, задают граничное условие вида

$$\left.\frac{\partial p}{\partial \boldsymbol{n}}\right|_{\text{г}} = 0. \tag{4.13}$$

На свободных поверхностях расчетной области (на участках входа и выхода потока флюида в заданный объем) температура, давление и скорость текучей среды должны быть, либо заданы, либо рассчитаны методом последовательных приближений.

### *4.2.4. Методы решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена*

Аналитическое решение системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена с соответствующими условиями однозначности в общем случае не получено.

В специальной литературе известны аналитические решения весьма ограниченного числа частных случаев конвективного теплообмена при ламинарном течении флюида. В настоящее время для моделирования теплообмена в текучих средах применяют численные методы решения системы дифференциальных уравнений конвективного теплообмена, оформленные в виде вычислительных комплексов (пакетов прикладных программ), изучение которых выходит за рамки данного курса.

На сегодняшний день инженерные методы расчета конвективного теплообмена используют в основном информацию, полученную в результате проведения лабораторного или промышленного эксперимента. При этом при постановке опытов и математической обработке экспериментальных данных используют *теорию подобия* физических процессов, методологической базой для которой служит система дифференциальных уравнений конвективного теплообмена.

## 4.3. Инженерный метод расчета конвективного теплообмена

Основой инженерных методов расчета конвективного теплообмена служит экспериментальное исследование этих процессов. При этом для расчета температурных полей и тепловых потоков применяют методы аналогий, теорию планирования эксперимента и методы теории подобия.

### *4.3.1. Основные положения теории подобия процессов конвективного теплообмена*

При расчете и проектировании теплообменных устройств, как правило, требуется рассчитать тепловой поток при конвективной теплоотдаче от флюида к стенке или, наоборот, от стенки к флюиду по формуле

$$Q = \alpha \Delta T F \text{ или } q = \alpha \Delta T,$$

где $\Delta T = \left|T_w - T_f\right|$ – модуль разности температур между стенкой и флюидом, °C (K);

$T_w$ – температура поверхности теплообмена (стенки), °C (K);

$T_f$ – температура текучей среды (флюида) вдали от стенки, °C (K);

$Q$ – тепловой поток, Вт;

$q$ – поверхностная плотность теплового потока, Вт/м$^2$;

$F$ – площадь поверхности теплообмена (площадь поверхности стенки), м$^2$;

$\alpha$ – средний коэффициент теплоотдачи, Вт/(м$^2$·К).

При заданных геометрических размерах системы теплообмена, температурах стенки и текучей среды задача расчета теплового потока сводится к определению коэффициента теплоотдачи $\alpha$. Заметим, что коэффициент теплоотдачи $\alpha$ не имеет физического смысла и выступает в роли коэффициента пропорциональности в законе теплоотдачи Ньютона.

Коэффициент теплоотдачи находят, используя закон Ньютона, определив экспериментально тепловой поток при теплоотдаче и разность температур между стенкой и флюидом:

$$\alpha = \frac{Q}{\Delta T \cdot F}. \tag{4.14}$$

Для получения универсальной зависимости коэффициента теплоотдачи при конвективном теплообмене в сложных системах необходимо, в принципе, выполнить бесконечное множество экспериментов, поскольку коэффициент теплоотдачи зависит от многих параметров, таких как время, координаты, скорость, температура, физические свойства среды и т.д.:

$$\alpha = f(\tau, x_i, \vec{w}, T, \nu, \lambda, \rho, \ldots). \tag{4.15}$$

Для уменьшения числа независимых переменных была разработана *теория подобия* процессов кондуктивного, конвективного и радиационного теплообмена, а также процессов массообмена. Теория подобия оперирует с безразмерными комплексами – *критериями* или *числами* подобия, которые получают на основе дифференциальных уравнений переноса энергии, импульса и массы.

*Критерий подобия* – безразмерный комплекс, который *характеризует* отношение физических эффектов. Другими словами, критерий представляет собой *меру* отношения физических эффектов.

Согласно теории подобия, экспериментальное определение коэффициента теплоотдачи выполняют на физических моделях, в которых реализован процесс той же физической природы, что и в объекте моделирования (образце).

Поэтому теория подобия дает правила моделирования и позволяет распространить результаты ограниченного числа экспериментов на группу подобных явлений.

Теория подобия базируется на трех положениях теоремы Кирпичева–Гухмана:

1. Подобные процессы должны иметь одинаковую физическую природу;

2. В модели и объекте моделирования (образце) должно выполняться подобие краевых условий. Для процессов конвективного теплообмена это геометрическое подобие, кинематическое подобие (подобие скоростей), динамическое подобие (подобие сил), тепловое подобие (подобие температурных полей и тепловых потоков).
3. В модели и объекте моделирования (образце) определяющие критерии должны быть равны. В этом случае равны и определяемые критерии.

Все критерии подобия подразделяют на две основные группы: *определяемые* и *определяющие*. Определяемые критерии находят из эксперимента, результаты которого зависят от определяющих критериев. Существует и группа независимых критериев или параметров, к которым следует отнести безразмерные координаты и безразмерное время. Однако в обратных задачах конвективного теплообмена безразмерное время может быть определяемым критерием. *Определяемые* критерии подобия также называют *числами подобия.*

При моделировании процессов тепломассообмена часто используют два *свойства критериев* подобия:

- ✓ – любая комбинация критериев также является критерием;
- ✓ – если процесс течения и тепломассообмена не зависит от какого-либо критерия, то этот процесс называют *автомодельным* (независимым) по отношению к этому критерию.

### *4.3.2. Определяемые критерии конвективного теплообмена*

Для расчета теплового потока по закону теплоотдачи Ньютона необходимо найти из эксперимента коэффициент теплоотдачи, поэтому к определяемым критериям подобия относят безразмерные коэффициенты теплоотдачи – критерий Нуссельта ($Nu$) и критерий Стантона ($St$).

Рассмотрим физический смысл данных критериев, используя схему конвективной теплоотдачи (рис. 4.1).

Пусть флюид ($f$) омывает стенку произвольной формы ($w$). Вблизи стенки существуют гидродинамический и тепловой пограничные слои. Внутри гидродинамического пограничного слоя скорость флюида уменьшается от скорости невозмущенного потока ($w = w_0$) до нуля на стенке ($w = 0$) в силу условия прилипания. В тепловом пограничном слое происходит изменение температуры флюида от $T = T_0$ – температуры за пределами пограничного слоя до $T = T_w$ – температуры стенки. Пограничный слой имеет сложную структуру, которая описана в специальной литературе. В непосредственной близости у поверхности стенки существует вязкий подслой флюида, через который теплота передается только теплопроводностью по закону Фурье:

$$\vec{q} = -\lambda_f \frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{n}}\bigg|_w, \qquad (4.16)$$

где $\lambda_f$ – коэффициент теплопроводности текучей среды.

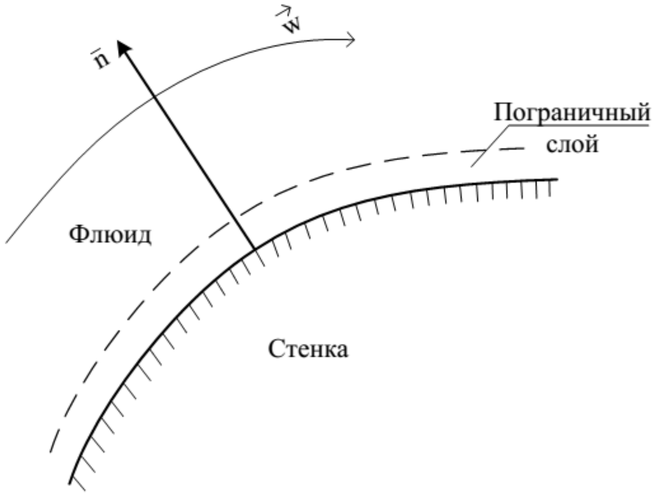


Рис. 4.1. К выводу критерия Нуссельта

Критерий Нуссельта (Нуссельт) характеризует отношение двух форм математического описания теплового потока, которым обмениваются флюид и стенка:

$$Nu \equiv \frac{q_{\text{конв}}}{q_{\text{конд},f}} = \frac{\alpha \Delta T}{\lambda_f \dfrac{\partial T}{\partial \boldsymbol{n}}}\ , \qquad (4.17)$$

где $q_{\text{конв}}$ – плотность теплового потока конвективной теплоотдачей, рассчитываемая по закону теплоотдачи Ньютона;

$q_{\text{конд},f}$ – плотность теплового потока кондукцией в теплопроводной части пограничного слоя, рассчитываемая по закону Фурье.

Учитывая, что градиент температурного поля флюида $\frac{\partial T}{\partial \boldsymbol{n}}$ прямо пропорционален отношению $\frac{\Delta T}{R_0}$, окончательно получим формулу критерия Нуссельта

$$Nu = \frac{\alpha \Delta T}{\lambda_f \dfrac{\Delta T}{R_0}} = \frac{\alpha}{\left(\dfrac{\lambda_f}{R_0}\right)} = \frac{\alpha R_0}{\lambda_f}\ , \qquad (4.18)$$

где $R_0$ – определяющий или характерный размер в системе конвективного теплообмена, м;

$\Delta T = |T_f - T_w|$ – перепад температур между флюидом и стенкой, К;

$\lambda_f$ – коэффициент теплопроводности текучей среды, Вт/(м·К).

Критерий Нуссельта характеризует отношение плотности теплового потока конвективной теплоотдачей к плотности теплового потока кондукцией в слое текучей среды вблизи стенки.

Без вывода запишем математическую формулировку критерия Стантона:

$$St = \frac{\alpha}{\rho c_p w_0} = \frac{Nu}{Pe}\,, \tag{4.19}$$

где ρ – плотность флюида, кг/м$^3$;

$c_p$ – изобарная теплоемкость, Дж/(кг·К);

$Pe$ – критерий Пекле – критерий теплового подобия.

К группе определяемых критериев также относят критерий Эйлера (безразмерную силу давления) или Эйлер, который характеризует отношение силы давления к силе инерции или отношение энергии давления к кинетической энергии потока:

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho w_0^2}\,, \tag{4.20}$$

*Замечание.* Формально запись критерия Нуссельта $Nu = \frac{\alpha R_0}{\lambda_f}$ и запись критерия Био $Bi = \frac{\alpha R}{\lambda_w}$ совпадают. Однако можно выделить три принципиальных отличия друг от друга этих критериев подобия:

– во-первых, Био относится к группе *определяющих* критериев, а Нуссельт – к группе *определяемых* критериев;

– во-вторых, в критерий Био входит коэффициент теплопроводности твердого тела, а в критерий Нуссельта коэффициент теплопроводности текучей среды;

– в-третьих, определяющие размеры $R$ и $R_0$, входящие в оба критерия, имеют разный смысл и разное значение, поскольку характеризуют разные расчетные области теплообмена.

### *4.3.3. Определяющие критерии конвективного теплообмена*

Определяющие критерии подобия конвективного теплообмена подразделяют на две группы: критерии теплового подобия и критерии гидродинамического подобия. Определяющие критерии теплового подобия получают, используя дифференциальное уравнение Фурье–Кирхгофа, а определяющие критерии гидродинамического подобия – дифференциальное уравнение Навье–Стокса.

Для вывода определяющих критериев конвективного теплообмена систему дифференциальных уравнений конвективного теплообмена удобно записать в векторной форме:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \vec{w}\nabla T = a\nabla^2 T;$$

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial \tau} + \vec{w}\nabla\vec{w} = \vec{g} - \frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\vec{w}.$$

Далее задают *базовые* или *определяющие* параметры расчетной области конвективного теплообмена, которые характеризуют условия однозначности краевой задачи конвективного теплообмена:

a) определяющий размер $R_0$;
b) время процесса в нестационарных задачах конвективного теплообмена $\tau_0$;
c) определяющую температуру $T_0$;
d) определяющую скорость $w_0$;
e) базовое давление флюида $p_0$;
f) физические свойства флюида, взятые из справочника при определяющей температуре: $\rho = f(T_0)$ – плотность, $a = f(T_0)$ – коэффициент температуропроводности, $\nu = f(T_0)$ – кинематический коэффициент вязкости.

Определяющие критерии *теплового подобия* получают отношением всех слагаемых уравнения Фурье–Кирхгофа к диффузионному члену уравнения, который моделирует перенос теплоты теплопроводностью или кондукцией.

Отношение локального теплового потока, который характеризует изменение энтальпии элементарного объема в единицу времени, к кондуктивному тепловому потоку равно:

$$\frac{q_{\text{лок}}}{q_{\text{конд}}} = \frac{\frac{\partial T}{\partial \tau}}{a\nabla^2 T} \equiv \frac{\frac{T_0}{\tau_0}}{a\frac{T_0}{R_0^2}} = \frac{T_0 R_0^2}{a\tau_0} = \frac{1}{Fo}\,, \qquad (4.21)$$

где $Fo = \frac{a\tau_0}{R_0^2}$ – критерий Фурье – безразмерное время в задачах теплообмена; $a$ – коэффициент температуропроводности при определяющей температуре $T_0$.

Физический смысл критерия Фурье состоит в том, что он характеризует отношение теплового потока за счет теплопроводности к локальному тепловому потоку, отражающему изменение внутренней энергии элементарного объема.

Отношение конвективного теплового потока к кондуктивному тепловому потоку равно:

$$\frac{q_{\text{конв}}}{q_{\text{конд}}} = \frac{\vec{w}\nabla T}{a\nabla^2 T} \equiv \frac{w_0 \dfrac{T_0}{R_0}}{a\dfrac{T_0}{R_0^2}} = \frac{w_0 T_0 R_0^2}{a T_0 R_0} = \frac{w_0 R_0}{a} = Pe\,, \tag{4.22}$$

где $Pe = \frac{w_0 R_0}{a}$ – критерий Пекле – безразмерный конвективный тепловой поток.

Физический смысл критерия Пекле – критерия теплового подобия – состоит в том, что он характеризует отношение теплового потока, переданного конвекцией к кондуктивному тепловому потоку в данной расчетной области теплообмена.

Определяющие критерии *гидродинамического подобия* получают отношением всех слагаемых уравнения Навье–Стокса к конвективному члену этого уравнения, который моделирует силу инерции.

Отношение локальной силы, которая характеризует изменение импульса элементарного объема в единицу времени, к силе инерции равно:

$$\frac{f_{\text{лок}}}{f_{\text{ин}}} = \frac{\dfrac{\partial\vec{w}}{\partial\tau}}{\vec{w}\nabla\vec{w}} \equiv \frac{\dfrac{w_0}{\tau_0}}{\dfrac{w_0^2}{R_0}} = \frac{w_0 R_0}{w_0^2 \tau_0} = \frac{R_0}{w_0 \tau_0} = \frac{1}{Ho}\,, \tag{4.23}$$

где $Ho = \frac{w_0 \tau_0}{R_0}$ – критерий гомохронности (однородности во времени) – безразмерное время в задачах механики жидкости и газа.

Физический смысл критерия гомохронности состоит в том, что он характеризует отношение силы инерции к локальной силе.

Отношение гравитационной силы (силы тяжести) к силе инерции равно:

$$\frac{f_g}{f_{\text{ин}}} = \frac{g}{\vec{w}\nabla\vec{w}} \equiv \frac{g}{\dfrac{w_0^2}{R_0}} = \frac{g R_0}{w_0^2} = Fr, \tag{4.24}$$

где $Fr$ – критерий Фруда (Фруд) – безразмерная сила тяжести; $g$ – ускорение свободного падения.

Физический смысл критерия Фруда состоит в том, что он характеризует отношение гравитационной силы (силы тяжести) к силе инерции.

Отношение силы давления к силе инерции равно:

$$\frac{f_p}{f_{\text{ин}}} = \frac{\frac{1}{\rho}\nabla p}{\vec{w}\cdot\nabla\vec{w}} \equiv \frac{\frac{p_0}{\rho R_0}}{\frac{w_0^2}{R_0}} = \frac{p_0 R_0}{\rho R_0 w_0^2} = \frac{p_0}{\rho w_0^2} = Eu\,, \tag{4.25}$$

где *Eu* – критерий Эйлера (Эйлер) – безразмерная сила давления; ρ – плотность флюида при определяющей температуре $T_0$.

Физический смысл критерия Эйлера состоит в том, что он характеризует отношение силы давления к силе инерции. В энергетической трактовке Эйлер характеризует отношение потенциальной энергии давления к кинетической энергии движения потока.

Отношение силы трения к силе инерции равно:

$$\frac{f_{\text{тр}}}{f_{\text{ин}}} = \frac{\nu\nabla^2\vec{w}}{\vec{w}\nabla\vec{w}} \equiv \frac{\nu\frac{w_0}{R_0^2}}{\frac{w_0^2}{R_0}} = \frac{\nu w_0 R_0}{w_0^2 R_0^2} = \frac{\nu}{w_0 R_0} = \frac{1}{Re}\,, \tag{4.26}$$

где *Re* – критерий Рейнольдса (Рейнольдс) – безразмерная сила инерции; ν – кинематический коэффициент вязкости при определяющей температуре $T_0$.

Физический смысл критерия Рейнольдса – критерия динамического подобия – состоит в том, что он характеризует отношение силы инерции к силе трения. По величине критерия Рейнольдса судят о режиме течения флюида при вынужденной конвекции.

В правой части уравнений Навье–Стокса стоят три критерия: Фруд (*Fr*), Эйлер (*Eu*) и Рейнольдс (*Re*), два из которых однозначно определяют третий критерий. При моделировании, как правило, считают *Fr* и *Re* определяющими критериями, а *Eu* – определяемым критерием.

При решении задач теплообмена при свободной конвекции скорость течения флюида определить довольно сложно, поэтому ее исключают из критериев подобия и учитывают косвенно, рассчитывая гравитационную силу, возникающую из-за переменного поля плотности в неоднородном поле температур. В этом случае в расчетах конвективного теплообмена используют критерий Галилея (*Ga*), критерий Архимеда (*Ar*), критерий Грасгофа (*Gr*) и критерий Рэлея (*Ra*).

Поскольку любая комбинация критериев тоже является критерием, можно записать:

$$Re^2 Fr = \frac{w_0^2 R_0^2}{\nu^2}\cdot\frac{gR_0}{w_0^2} = \frac{gR_0^3}{\nu^2} = Ga, \tag{4.27}$$

где *Ga* – критерий Галилея (Галилей);

ν – кинематический коэффициент вязкости при определяющей температуре $T_0$.

Физический смысл критерия Галилея состоит в том, что он характеризует отношение силы тяжести к силе вязкого трения.

Для учета свободной конвекции, возникающей из-за переменной плотности в данном объеме, умножим критерий Галилея (Ga) на параметрический критерий $\Delta\rho/\rho$:

$$Ga\frac{\Delta\rho}{\rho}=\frac{gR_0^3}{\nu^2}\cdot\frac{\Delta\rho}{\rho}=Ar, \tag{4.28}$$

Это критерий Архимеда (Архимед). Его физический смысл состоит в том, что он характеризует отношение подъемной силы, возникающей из-за разности плотностей текучей среды, к силе вязкого трения.

Переменная плотность текучей среды в заданном объеме может возникать путем механического перемешивания двух или нескольких флюидов с разной плотностью и вследствие переменного температурного поля, так как плотность зависит от температуры. Если переменная плотность среды возникает вследствие процесса конвективного теплообмена, то в этом случае справедливо равенство

$$\frac{\Delta\rho}{\rho}=\beta\Delta T, \tag{4.29}$$

где $\Delta T$ – модуль разности температур между стенкой и флюидом, °C (K);

β – коэффициент объемного расширения флюида, 1/K.

С учетом равенства (4.29) формулу для расчета критерия Архимеда записывают в виде

$$Ar=\frac{gR_0^3}{\nu^2}\cdot\frac{\Delta\rho}{\rho}=\frac{gR_0^3}{\nu^2}\cdot\beta\Delta T. \tag{4.30}$$

Критерий Архимеда, выраженный в виде (4.30), называют критерием Грасгофа ($Gr$, Грасгоф).

Физический смысл критерия Грасгофа состоит в том, что он характеризует отношение термогравитационной подъемной силы к силе вязкого трения.

Коэффициент объемного расширения капельных жидкостей приведен в справочниках в зависимости от температуры флюида, а для газов его рассчитывают по формуле:

$$\beta=\frac{1}{T_0}, \tag{4.31}$$

где $T_0$ – определяющая температура, К.

По величине критерия Грасгофа судят о режиме течения флюида в задачах теплообмена при свободной конвекции для заданной текучей среды.

Для обобщения экспериментальных данных о режиме течения флюидов разной физической природы в расчетах свободной конвекции используют критерий Рэлея

$$Ra \cdot Gr = Pr, \tag{4.32}$$

где $Pr$ – критерий Прандтля

$$Pr = \frac{\nu}{a}\,. \tag{4.33}$$

Физический смысл критерия Рэлея состоит в том, что он, как и критерий Грасгофа, характеризует отношение подъемной силы при тепловой (естественной) конвекции к силе трения, обусловленной вязкостью. Критерий Прандтля представляет собой отношение двух характеристик молекулярного переноса импульса (ν) и теплоты ($a$) и является физическим параметром среды, значение которого приводят в справочниках в зависимости от температуры.

По величине критерия Прандтля ($Pr$) все текучие среды можно разделить на три группы:

Pr << 1 – жидкие металлы;

Pr ≈ 1 – газы;

Pr > 1 – текучие среды (вода, минеральные масла и органические жидкости).