Физико-технический институт

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Практическое занятие № 12

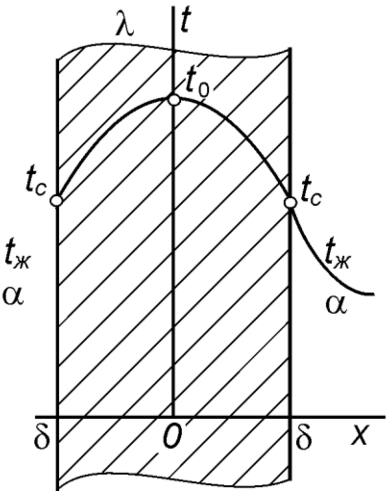
12 июня 2017 г.

Теплопроводность однородной пластины

Рассмотрим длинную пластину, толщина которой 2δ – величина малая по сравнению с двумя другими размерами. Рассматриваемая задача соответствует случаю плоского тепловыделяющего элемента без оболочки.

Источники тепла равномерно распределены по всему объему и $q_v = \mathrm{const}$. Заданы коэффициенты теплоотдачи α и температура жидкости вдали от пластины $t_ж$, причем $\alpha = \mathrm{const}$ и $t_ж = \mathrm{const}$. Благодаря равномерному охлаждению температуры обеих поверхностей пластины одинаковы.

Теплопроводность однородной пластины



При указанных условиях температура пластины будет изменяться только вдоль оси x, направленной нормально к поверхности тела. Температуры на оси пластины и на ее поверхности обозначим соответственно через t_0 и t_c; эти температуры неизвестны. Кроме того, необходимо найти распределение температуры в пластине и количество тепла, отданного в окружающую среду.

Теплопроводность однородной пластины

При указанных условиях температура пластины будет изменяться только вдоль оси x, направленной нормально к поверхности тела.

$$t(x) = t_{ж} + \frac{q_v \delta}{\alpha} + \frac{q_v}{2\lambda}(\delta^2 - x^2), -\delta \le x \le \delta$$

Тепловой поток изменяется вдоль оси x:

$$q = q_v x.$$

Тепловой поток с единицы поверхности пластины при $x = \delta$

$$q = \alpha(t_{с} - t_{ж}) = q_v \delta$$

Теплопроводность однородной пластины

Общее количество тепла, отданное всей поверхностью в единицу времени (вся поверхность F равна двум боковым поверхностям F_1),

$$Q = qF = 2q_v\delta F_1.$$

Для граничных условий первого рода

$$t(x) = t_c + \frac{q_v}{2\lambda}(\delta^2 - x^2), -\delta \le x \le \delta.$$

При этом температура на плоскости симметрии пластины ($x = 0$)

$$t_0 = t_c + \frac{q_v\delta^2}{2\lambda},$$

Теплопроводность однородной пластины

а перепад температур между плоскостью симметрии стенки и ее поверхностью равен:

$$t_0 - t_c = \frac{q_v \delta^2}{2\lambda} = \frac{q\delta}{2\lambda}.$$

Если необходимо учитывать температурную зависимость теплопроводности, то

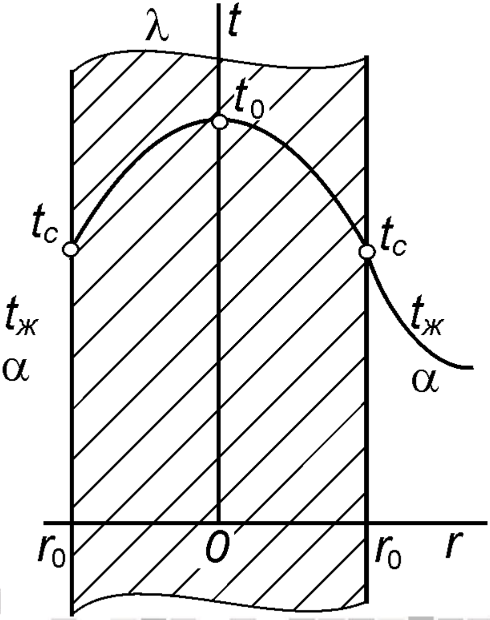
$$t(x) = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(t_0 + \frac{1}{b}\right)^2 - \frac{q_v x^2}{\lambda_0 b}}, -\delta \le x \le \delta.$$

Теплопроводность однородной пластины

Если температуры среды с двух сторон пластины отличаются друг от друга, то изотермическая плоскость, соответствующая максимальной температуре, смещается относительно плоскости симметрии пластины. В этом случае ее координата определяется из выражения

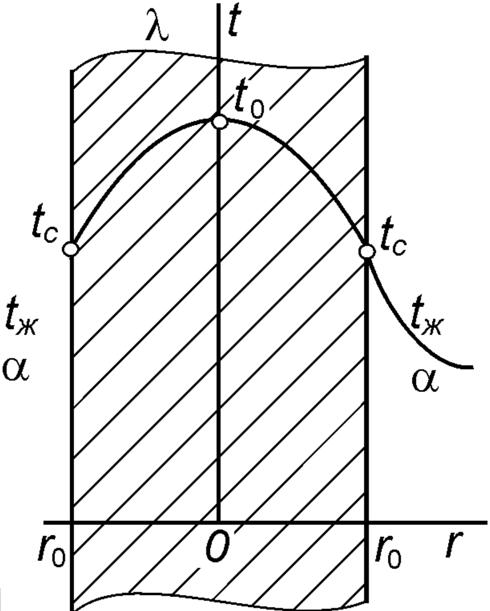
$$x_0 = \frac{\lambda}{2q_v\delta}(t_{c2} - t_{c1}).$$

Теплопроводность однородного цилиндрического стержня



Круглый цилиндр, радиус которого мал по сравнению с длиной, соответствует случаю цилиндрического тепловыделяющего элемента без оболочки (длинный топливный стержень или столб цилиндрических топливных таблеток).

Теплопроводность однородного цилиндрического стержня



Внутренние источники тепла равномерно распределены по объему тела. Заданы температура окружающей среды $t_{ж} = \mathrm{const}$ и постоянный по всей поверхности коэффициент теплоотдачи. При этих условиях температура во всех точках внешней поверхности цилиндра будет одинакова.

Теплопроводность однородного цилиндрического стержня

Для цилиндра, как и для пластины, задача будет одномерной и симметричной.

$$t(r) = t_ж + \frac{q_v r_0}{2\alpha} + \frac{q_v}{4\lambda}(r_0^2 - r^2), 0 \le r \le r_0.$$

Температура на оси цилиндра:

$$t_0 = t_ж + \frac{q_v r_0}{2\alpha} + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}$$

Удельный тепловой поток с единицы поверхности стержня

$$q = \alpha(t_с - t_ж) = \frac{q_v r_0}{2}.$$

Теплопроводность однородного цилиндрического стержня

Полный тепловой поток с поверхности цилиндра:

$$Q = qF = q_v \pi r_0^2 l.$$

Если заданы граничные условия первого рода, т.е. температура поверхности цилиндра t_c, то

$$t(r) = t_c + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}\left[1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right], 0 \le r \le r_0.$$

Температура на оси цилиндра ($r = 0$)

$$t_0 = t_c + \frac{q_v r_0^2}{4\lambda}.$$

Теплопроводность однородного цилиндрического стержня

Если необходимо учитывать зависимость коэффициента теплопроводности от температуры, заданную в виде $\lambda(t) = \lambda_0(1 + bt)$, то

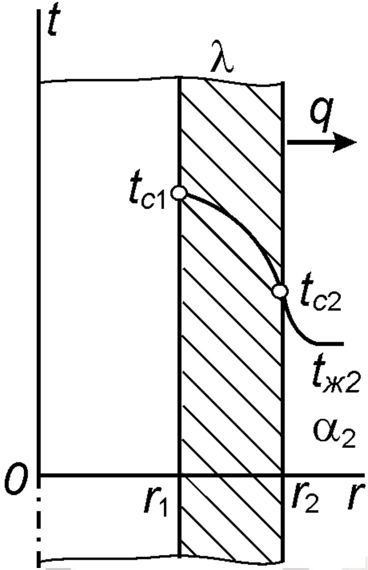
$$t(r) = -\frac{1}{b} + \sqrt{\left(t_0 + \frac{1}{b}\right)^2 - \frac{q_v r^2}{2\lambda_0 b}}, 0 \leq r \leq r_0.$$

Теплопроводность цилиндрической стенки

Рассмотрим бесконечно длинную цилиндрическую стенку (трубу) с внутренним радиусом r_1, наружным r_2 и постоянным коэффициентом теплопроводности λ. Внутри стенки имеются равномерно распределенные источники тепла мощностью q_v. Задача соответствует случаю трубчатого тепловыделяющего элемента без оболочки.

Возможны три случая теплообмена, когда теплоотдающей поверхностью являются: а). только внутренняя поверхность; б). только наружная поверхность; в). обе поверхности одновременно.

Теплопроводность цилиндрической стенки



а) Тепло отводится только через наружную поверхность трубы. Пусть заданы граничные условия третьего рода, т.е. температура окружающей среды со стороны наружной поверхности и постоянный коэффициент теплоотдачи на внешней поверхности трубы.

Теплопроводность цилиндрической стенки

Температурное поле

$$t(r) = t_{ж2} + \frac{q_v r_2}{2\alpha}\left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right] + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda}\left[1 + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 2\ln\frac{r}{r_2} - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2\right],$$

$r_1 \le r \le r_2$.

Температура внешней теплоотдающей поверхности

$$t_{c2} = t_{ж2} + \frac{q_v r_2}{2\alpha}\left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right]$$

Температура внутренней поверхности трубы

$$t_{c1} = t_{ж2} + \frac{q_v r_2}{2\alpha}\left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right] + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda}\left[1 + 2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \ln\frac{r_1}{r_2} - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right]$$

Теплопроводность цилиндрической стенки

Удельный тепловой поток с единицы теплоотдающей поверхности

$$q = \alpha_2(t_{c2} - t_{ж2}) = \frac{q_v r_2}{2}\left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right].$$

При заданных граничных условиях первого рода, т.е. при известной температуре теплоотдающей поверхности t_{c2}

$$t(r) = t_{c2} + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda}\left[1 + 2\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \ln\frac{r}{r_2} - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2\right],$$

$r_1 \le r \le r_2$.

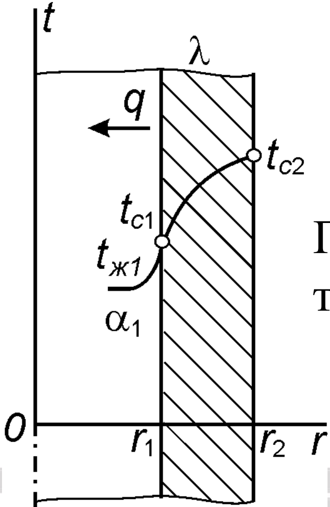
Теплопроводность цилиндрической стенки

Перепад температуры на стенках:

$$t_{c1} - t_{c2} = \frac{q_v r_1^2}{4\lambda}\left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 2\ln\frac{r_2}{r_1} - 1\right]$$

Теплопроводность цилиндрической стенки

б) Тепло отводится только через внутреннюю поверхность трубы



$$t(r) = t_{ж1} + \frac{q_v r_1}{2\alpha}\left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right] + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda}\left[2\ln\frac{r}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2\right], \qquad r_1 \le r \le r_2.$$

Перепад температур между средой и теплоотдающей поверхностью

$$t_{c1} - t_{ж1} = \frac{q_v r_1}{2\alpha}\left[\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 - 1\right].$$

Теплопроводность цилиндрической стенки

Для граничных условий первого рода

$$t(r) = t_{c1} + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda}\left[2\ln\frac{r}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - \left(\frac{r}{r_2}\right)^2\right],$$

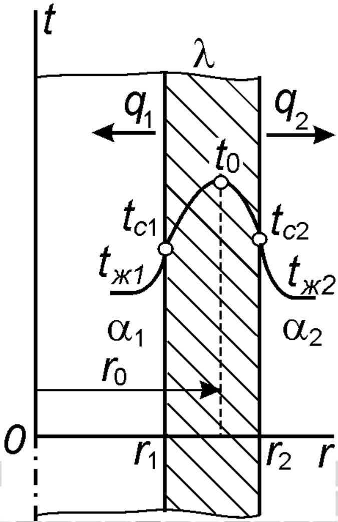
$$r_1 \le r \le r_2.$$

Полный температурный напор в стенке:

$$t_{c2} - t_{c1} = \frac{q_v r_2^2}{4\lambda}\left[2\ln\frac{r_2}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 - 1\right],$$

Теплопроводность цилиндрической стенки

в) Тепло отводится через внутреннюю и наружную поверхности.



В этом случае существует максимум температуры внутри стенки. Изотермическая поверхность, с максимальной температурой разделяет цилиндрическую стенку на два слоя. Во внутреннем слое тепло передается внутрь трубы, во внешнем – наружу. Максимальное значение температуры соответствует условию $dt/dr = 0$ и, следовательно, $q = 0$.

Теплопроводность цилиндрической стенки

Таким образом, для решения данной задачи можно использовать уже полученные соотношения. Для этого нужно знать радиус r_0, соответствующий максимальной температуре t_0. В случае задания граничных условий первого рода

$$r_0^2 = \frac{q_v(r_2^2 - r_1^2) - 4\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{2q_v \ln\frac{r_2}{r_1}}.$$

Задачи

1. Электрический нагреватель выполнен из нихромовой проволоки диаметром d = 2 мм и длиной l = 10 м. Он обдувается холодным воздухом с температурой $t_ж$ = 20° C.
Вычислить тепловой поток с 1 м нагревателя, а также температуры на поверхности t_c и на оси проволоки t_0, если через нагреватель проходит ток 25 A.
Удельное электрическое сопротивление нихрома ρ = 1,1 Ом×мм^2/м; коэффициент теплопроводности нихрома λ = 17,5 Вт/(м·°C) и коэффициент теплоотдачи от поверхности нагревателя к воздуху α = 46,5 Вт/(м^2·°C).

Задачи

Решение

Электрическое сопротивление нагревателя

$$R = \frac{\rho l}{\pi r^2} = \frac{1{,}1 \cdot 10}{3{,}14 \cdot 1} = 3{,}5\ \text{Ом}.$$

Количество теплоты, выделяемой нагревателем,

$$Q = I^2 R = 25^2 \cdot 3{,}5 = 2185\ \text{Вт}.$$

Тепловой поток на 1 м проволоки

$$q_l = \frac{Q}{l} = \frac{2185}{10} = 218{,}5\ \text{Вт/м}.$$

Задачи

Решение

Температура поверхности проволоки определяется из условий теплоотдачи:

$$t_с = t_ж + \frac{q_l}{\pi d \alpha} = 20 + \frac{218{,}5}{3{,}14 \cdot 0{,}002 \cdot 46{,}5} = 769 \text{ °C}.$$

Температура на оси проволоки определяется из условий теплопроводности при наличии внутренних источников теплоты:

$$t_0 = t_c + \frac{q_l}{4\pi\lambda} = 769 + \frac{218{,}5}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 17{,}5} = 770 \text{ °C}.$$

Задачи

2. Трубка из нержавеющем стали внутренним диаметром d_1 = 7,6 мм и наружным диаметром d_1 = 8 мм обогревается электрическим током путем непосредственного включения в электрическую цепь. Вся теплота, выделяемая в стенке трубки, отводится через внутреннюю поверхность трубки. Вычислить объемную производительность источников теплоты и перепад температур в стенке трубки, если по трубке пропускается ток I = 250 А. Удельное электрическое сопротивление стали ρ = 0,85 Ом·мм²/м, коэффициент теплопроводности λ = 18,6 Вт/(м·°С).

Задачи

Решение

Электрическое сопротивление на единицу длины трубки

$$R_l = \frac{\rho}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} = \frac{0{,}85}{3{,}14 \cdot (4^2 - 3{,}8^2)} = 0{,}174\ ^{\text{Ом}}/_{\text{м}}.$$

Тепловой поток на единицу длины

$$q_l = I^2 R = 250^2 \cdot 0{,}174 = 10870\ ^{\text{Вт}}/_{\text{м}}$$

Объемная производительность внутренних источников теплоты

$$q_v = \frac{q_l}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} = \frac{10870}{3{,}14 \cdot (4^2 - 3{,}8^2) \cdot 10^{-6}} = 2{,}22 \cdot 10^9\ ^{\text{Вт}}/_{\text{м}}$$

Задачи

Решение

Перепад температур в стенке трубки

$$t_{c2}-t_{c1}=\frac{q_l r_2^2}{4\pi\lambda(r_2^2-r_1^2)}\left[2\ln\frac{r_2}{r_1}+\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2-1\right]=$$

$$=\frac{q_v r_2^2}{4\lambda}\left[2\ln\frac{r_2}{r_1}+\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2-1\right]=$$

$$=\frac{2{,}22\cdot 10^9\cdot 0{,}004^2}{4\cdot 18{,}6}\left[2\cdot\ln\frac{4}{3{,}8}+\left(\frac{3{,}8}{4}\right)^2-1\right]\approx$$

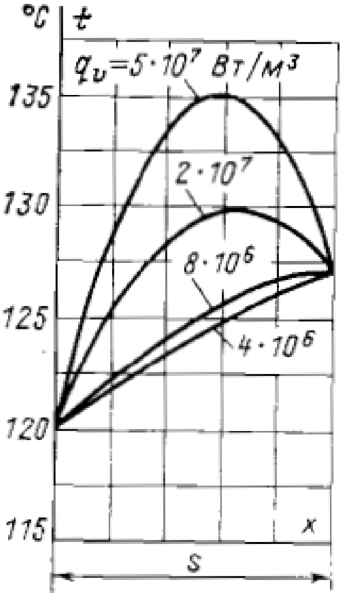
$$\approx 2{,}4\ ^\circ\mathrm{C}.$$

Задачи

3. В пластине толщиной S = 6 мм, выполненной из материала с коэффициентом теплопроводности λ = 20 Вт/(м·°С), действуют равномерно распределенные внутренние источники теплоты. Температуры на поверхностях пластины соответственно равны t_{c1} = 120 °С и t_{c2} = 127,2 °С.

Определить координату x_0 и значение максимальной температуры в пластине t_0, а также плотности теплового потока на поверхностях пластины q_{c1} и q_{c2}, если $q_v = 5\cdot10^7$; $2\cdot10^7$; $8\cdot10^6$ и $4\cdot10^6$ Вт/м^3.

Задачи



Решение

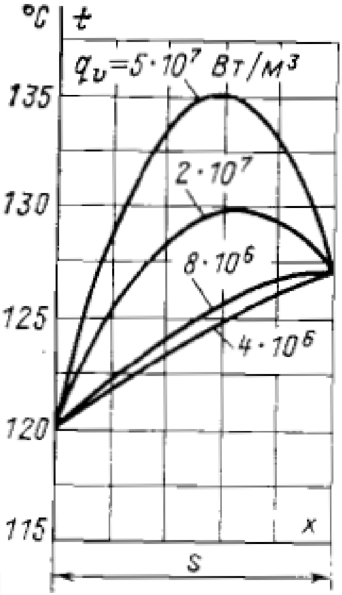
Если расположить начало координат так, как показано на рисунке, уравнение температурного поля в пластине имеет вид:

$$t - t_{c1} = \frac{q_v x}{2\lambda}(2x_0 - x),$$

где

$$x_0 = \frac{S}{2} + \frac{\lambda}{q_v S}(t_{c2} - t_{c1}),$$

Задачи



а максимальная температура

$$t_0 = t_{c1} + \frac{q_v x_0^2}{2\lambda}$$

При $q_v = 5 \cdot 10^7$ Вт/м^3

$$x_0 = \frac{0{,}006}{2} + \frac{20 \cdot (127{,}2 - 120)}{5 \cdot 10^7 \cdot 0{,}006} =$$

$$= 0{,}00348 \text{ м} = 3{,}48 \text{ мм};$$

$$t_0 = 120 + \frac{5 \cdot 10^7 \cdot 0{,}00348^2}{2 \cdot 20} \approx$$

$$\approx 135 \text{ °C}$$

Задачи

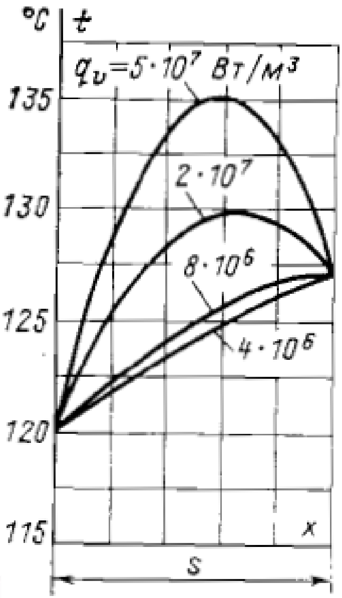
$$q_{c1} = q_v x_0 = 5 \cdot 10^7 \cdot 0{,}00348 = 1{,}74 \cdot 10^5 \ {}^{\text{Вт}}\!/_{\text{м}^2}$$

$$q_{c2} = q_v (S - x_0) = 5 \cdot 10^7 \cdot (6 - 3{,}48) \cdot 10^{-3} =$$
$$= 1{,}26 \cdot 10^5 \ {}^{\text{Вт}}\!/_{\text{м}^2}.$$

Для других значений расчеты проводятся аналогичным образом.

При q_v = 8·10⁶ Вт/м³ $x_0/S = 1$, т.е. максимум температур располагается на поверхности пластины с температурой $t_0 = t_{c2} = 127{,}2$ °С, $q_{c2} = 0$ и вся теплота, выделяемая в пластине, отводится через другую поверхность: $q_{c1} = q_v x_0 = q_v S$.

Задачи



При $q_v = 4\cdot10^6$ Вт/м³ температура имеет фиктивный максимум вне пластины ($x_0 > S$) и теплота к одной из поверхностей пластины подводится извне, т. е. происходит передача теплоты через стенку: $q_{c2}=q_v(S–x_0)=–1,2\cdot10^4$ Вт/м². Через другую поверхность отводится $q_{c1}=q_v x_0=q_v S+|q_2|=2,4\cdot10^4+1,2\cdot10^4$ Вт/м².

Распределения температур приведены на рисунке.

Задачи

4. В пластине толщиной S = 5 мм действуют равномерно распределенные внутренние источники теплоты q_v=2,7·10^7 Вт/м^3. Коэффициент теплопроводности материала пластины λ = 25 Вт/(м·°С). Коэффициенты теплоотдачи от поверхностей пластины к обтекающей их жидкости α_1=3000 Вт/(м^2·°С) и α_2=1500 Вт/(м^2·°С), а температуры жидкости соответственно равны $t_{ж1}$=130°С и $t_{ж2}$ =140° С.

Определить координату и значение максимальной температуры в пластине x_0 и t_0, а также температуры на поверхностях пластины $t_{с1}$ и $t_{с2}$.

Задачи

Решение

Относительная координата максимальной температуры в пластине при q_v = const, λ = const, несимметричном температурном поле и граничных условиях третьего рода

$$\frac{x_0}{S} = \frac{\dfrac{1}{2} + \dfrac{\lambda}{q_v S^2}(t_{ж2} - t_{ж1}) + \dfrac{\lambda}{\alpha_2 S}}{1 + \dfrac{\lambda}{S}\left(\dfrac{1}{\alpha_1} + \dfrac{1}{\alpha_2}\right)},$$

где x_0 отсчитывается от поверхности, обтекаемой жидкостью с температурой $t_{ж1}$.

Задачи

Решение

В рассматриваемом случае

$$\frac{x_0}{S} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{25}{2{,}7 \cdot 10^7 \cdot (5 \cdot 10^{-3})^2}(140 - 130) + \frac{25}{1{,}5 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}}{1 + \frac{25}{5 \cdot 10^{-3}}\left(\frac{1}{3000} + \frac{1}{1500}\right)} = 0{,}7;$$

$$x_0 = 0{,}7 \cdot 5 = 3{,}5 \text{ мм.}$$

Задачи

Решение

Температуры на поверхностях пластины

$$t_{c1} = t_{ж1} + \frac{q_{c1}}{\alpha_1} = t_{ж1} + \frac{q_v x_0}{\alpha_1} = $$
$$= 130 + \frac{2{,}7 \cdot 10^7 \cdot 3{,}5 \cdot 10^{-3}}{3000} = 161{,}5\ ^\circ\text{C};$$

$$t_{c2} = t_{ж2} + \frac{q_{c2}}{\alpha_2} = t_{ж2} + \frac{q_v (S - x_0)}{\alpha_2} = $$
$$= 140 + \frac{2{,}7 \cdot 10^7 \cdot (5 - 3{,}5) \cdot 10^{-3}}{1500} = 167\ ^\circ\text{C};$$

Задачи

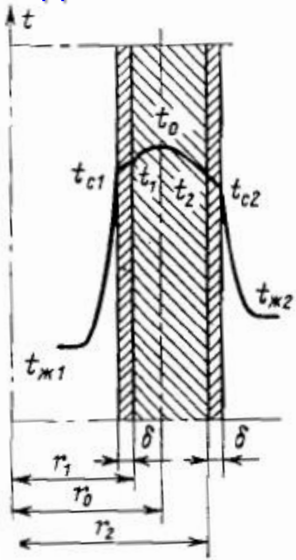
Решение

Максимальная температура

$$t_0 = t_{c1} + q_{c1}\frac{x_0}{2\lambda} = t_{c1}\frac{q_v x_0^2}{2\lambda}$$

$$= 161{,}5 + \frac{2{,}7 \cdot 10^7 \cdot (3{,}5 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 25} = 168{,}1\ ℃.$$

Задачи



5. Рассчитать распределение температуры в поперечном сечении тепловыделяющего элемента (ТВЭЛа), имеющего форму длинного полого цилиндра (рисунок) с внутренним диаметром d_1 = 16 мм и наружным диаметром d_2 = 26 мм, выполненного из урана [λ = 31 Вт/(м·°С)]. Обе поверхности твэла покрыты плотно прилегающими оболочками из нержавеющей стали [$\lambda_{об}$ = 21 Вт/(м·°С)] толщиной δ = 0,5 мм.

Задачи

Объемную плотность тепловыделении в уране принять равномерной по сечению и равной $q_v = 5 \cdot 10^7$ Вт/м^3. ТВЭЛ охлаждается двуокисью углерода (CO_2), движущейся по внутреннему и внешнему каналам. Среднемассовая температура CO_2 во внутреннем канале $t_{ж1} = 200$°C и во внешнем канале $t_{ж2} = 240$°C. Коэффициенты теплоотдачи от поверхностей оболочек к газу соответственно равны $\alpha_1 = 520$ Вт/(м$^2 \cdot$°C) и $\alpha_2 = 560$ Вт/(м$^2 \cdot$°C). Определить максимальную температуру твэла t_0, температуры на поверхностях оболочек t_{c1} и t_{c2} и на поверхностях урана t_1 и t_2.

Задачи

Решение

Для расчета распределения температур необходимо найти радиус нейтрального сечения r_0. Так как он зависит от интенсивности отвода теплоты с поверхностей урана, а известны α_1 и α_2 с поверхностей оболочек, то вначале определяем значения эффективных коэффициентов теплоотдачи $\alpha_{эф1}$, и $\alpha_{эф2}$, учитывающие термические сопротивления оболочек:

Задачи

Решение

$$\frac{1}{\alpha_{эф1} d_1} = \frac{1}{\alpha_1 (d_1 - 2\delta)} + \frac{1}{2\lambda_{об}} \ln \frac{d_1}{(d_1 - 2\delta)} =$$

$$= \frac{1}{520 \cdot (16-1) \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{2 \cdot 21} \ln \frac{16}{16-1} =$$

$$= 0{,}1298;$$

$$\alpha_{эф1} = \frac{1}{0{,}1298 \cdot 16 \cdot 10^{-3}} = 482 \ {}^{\text{Вт}}/_{(\text{м}^2 \cdot {}^\circ\text{C})}$$

Задачи

Решение

$$\frac{1}{\alpha_{эф2} d_2} = \frac{1}{\alpha_2 (d_2 + 2\delta)} + \frac{1}{2\lambda_{об}} \ln \frac{(d_2 + 2\delta)}{d_2} =$$

$$= \frac{1}{560 \cdot (26 + 1) \cdot 10^{-3}} + \frac{1}{2 \cdot 21} \ln \frac{26 + 1}{26} =$$

$$= 0{,}0672;$$

$$\alpha_{эф2} = \frac{1}{0{,}0672 \cdot 26 \cdot 10^{-3}} = 573 \ {}^{\text{Вт}}/_{(\text{м}^2 \cdot {}^\circ\text{C})}$$

Задачи

Решение

Значение радиуса нейтрального сечения

$$r_0 = \sqrt{\frac{(t_{ж2} - t_{ж1}) + \frac{q_v}{2}\left[\frac{r_1}{\alpha_{эф1}} + \frac{r_2}{\alpha_{эф2}} + \frac{1}{2\lambda}(r_2^2 - r_1^2)\right]}{\frac{q_v}{2}\left(\frac{1}{\alpha_{эф1} r_1} + \frac{1}{\alpha_{эф2} r_2} + \frac{1}{\lambda}\ln\frac{r_2}{r_1}\right)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(240 - 220) + 2{,}5 \cdot 10^7 \cdot \left[\frac{0{,}008}{482} + \frac{0{,}013}{573} + \frac{10^{-6}}{2 \cdot 31} \cdot (13^2 - 8^2)\right]}{2{,}5 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{1}{482 \cdot 0{,}008} + \frac{1}{573 \cdot 0{,}013} + \frac{1}{31}\ln\frac{13}{8}\right)}} =$$

$$= 10{,}2 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Задачи

Решение

Плотность теплового потока на внутренней поверхности урана определяем из соотношения

$$q_1 2\pi r_1 = q_v \pi (r_0^2 - r_1^2).$$

$$q_1 = \frac{q_v r_1}{2}\left(\frac{r_0^2}{r_1^2} - 1\right) = \frac{5 \cdot 10^7 \cdot 0{,}008}{2} \cdot \left(\frac{10{,}2^2}{8^2} - 1\right) =$$
$$= 1{,}25 \cdot 10^5 \ \text{Вт}/_{\text{м}^2}.$$

Задачи

Решение

Температура на внутренней поверхности урана

$$t_1 = t_{ж1} + \frac{q_1}{\alpha_{эф1}} = 200 + \frac{1{,}25 \cdot 10^5}{482} = 200 + 259 = 459\ °C.$$

Плотность теплового потока на внутренней поверхности оболочки

$$q_{c1} = \frac{q_1 d_1}{d_1 - 2\delta} = \frac{1{,}25 \cdot 10^5 \cdot 16}{15} = 1{,}335 \cdot 10^5\ {Вт}/{м^2}.$$

Задачи

Решение

Температура на внутренней поверхности оболочки

$$t_{с1} = t_{ж1} + \frac{q_{с1}}{\alpha_1} = 200 + \frac{1{,}335 \cdot 10^5}{520} = 200 + 257 = 457\ ℃.$$

Плотности теплового потока q_2 и $q_{с2}$ и температуры t_2 и $t_{с2}$ на внешней поверхности твэла определяем аналогичным образом:

$$q_2 = \frac{q_v r_2}{2}\left(1 - \frac{r_0^2}{r_2^2}\right) = \frac{5 \cdot 10^7 \cdot 0{,}013}{2} \cdot \left(1 - \frac{10{,}2^2}{8^2}\right) =$$

$$= 1{,}25 \cdot 10^5\ ^{\text{Вт}}/_{\text{м}^2};$$

Задачи

Решение

Температура на внутренней поверхности оболочки

$$t_2 = t_{ж2} + \frac{q_2}{\alpha_{эф2}} = 240 + \frac{1{,}25 \cdot 10^5}{573} = 240 + 218 = 458\ °C;$$

$$q_{c2} = \frac{q_2 d_2}{d_2 + 2\delta} = \frac{1{,}25 \cdot 10^5 \cdot 26}{27} = 1{,}205 \cdot 10^5\ ^{Вт}/_{м^2};$$

$$t_{c2} = t_{ж2} + \frac{q_{c2}}{\alpha_2} = 240 + \frac{1{,}205 \cdot 10^5}{560} = 240 + 215 = \\ = 455\ °C.$$

Задачи

Решение

Распределение температуры по сечению твэла определяется уравнением

$$t = t_1 + \frac{q_v}{4\lambda}\left[2r_0^2 \ln\frac{r}{r_1} - (r^2 - r_1^2)\right],$$

а максимальная температура находится из условия: при $r = r_0$ $t = t_0$ и, следовательно,

$$t_0 = t_1 \frac{q_v}{4\lambda}\left[2r_0^2 \ln\frac{r_0}{r_1} - (r_0^2 - r_1^2)\right] =$$

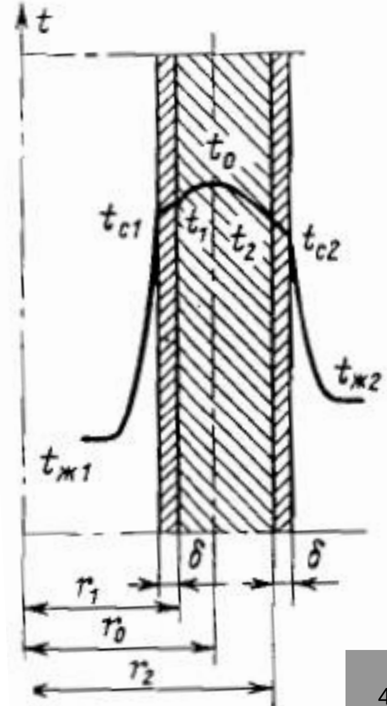
$$= 459 + \frac{5 \cdot 10^7}{4 \cdot 31} \cdot \left[2 \cdot 10{,}2^2 \ln\frac{10{,}2}{8} - (10{,}2^2 - 8^2)\right] \cdot 10^{-6} =$$

$$= 459 + 4{,}2 \approx 463\ ℃.$$

Задачи

Решение

Распределение температуры по сечению твэла



Задачи

6. Определить максимальную температуру твэла при условиях задачи 5, если

а) внутренний канал по какой-либо причине перестал охлаждаться;

б) внешний канал перестал охлаждаться.

Задачи

Решение

а) Если внутренний канал перестал охлаждаться, то $q_1 = 0$ и максимальная температура будет при $r = r_1$. В этих условиях

$$q_2 = \frac{q_v r_2}{2}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right) = \frac{5 \cdot 10^7 \cdot 0{,}013}{2} \cdot \left(1 - \frac{8^2}{13^2}\right) = 2{,}02 \cdot 10^5 \ \text{Вт}/_{\text{м}^2};$$

$$t_2 = t_{\text{ж}2} + \frac{q_2}{\alpha_{\text{эф}2}} = 240 + \frac{2{,}02 \cdot 10^5}{573} = 240 + 353 = 593\ ℃;$$

$$t_0 = t_1 = t_2 + \frac{q_v}{4\lambda}\left[(r_2^2 - r_1^2) - 2r_1^2 \ln\frac{r_2}{r_1}\right] =$$

$$= 593 + \frac{5 \cdot 10^7}{4 \cdot 31} \cdot \left[(13^2 - 8^2) - 2 \cdot 13^2 \ln\frac{13}{8}\right] \cdot 10^{-6} =$$

$$= 593 + 17{,}4 \approx 610\ ℃.$$

Задачи

Решение

а) Если внешний канал перестал охлаждаться, то $q_2 = 0$ и максимальная температура будет при $r_0 = r_2$. Тогда

$$q_1 = \frac{q_v r_1}{2}\left(\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1\right) = \frac{5 \cdot 10^7 \cdot 0{,}008}{2} \cdot \left(\frac{13^2}{8^2} - 1\right) = 3{,}28 \cdot 10^5 \ \mathrm{Вт}/_{\mathrm{м}^2};$$

$$t_1 = t_{ж1} + \frac{q_1}{\alpha_{эф1}} = 200 + \frac{3{,}28 \cdot 10^5}{482} = 200 + 680 = 880\ °\mathrm{C};$$

$$t_0 = t_2 = t_1 + \frac{q_v}{4\lambda}\left[2r_2^2 \ln\frac{r_2}{r_1} - (r_2^2 - r_1^2)\right] =$$

$$= 880 + \frac{5 \cdot 10^7}{4 \cdot 31} \cdot \left[2 \cdot 13^2 \ln\frac{13}{8} - (13^2 - 8^2)\right] \cdot 10^{-6} =$$

$$= 880 + 23{,}8 \approx 904\ °\mathrm{C}.$$

Задачи

Решение

а) Если внешний канал перестал охлаждаться, то $q_2 = 0$ и максимальная температура будет при $r_0 = r_2$. Тогда

$$q_1 = \frac{q_v r_1}{2}\left(\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1\right) = \frac{5 \cdot 10^7 \cdot 0{,}008}{2} \cdot \left(\frac{13^2}{8^2} - 1\right) = 3{,}28 \cdot 10^5 \ {}^{\text{Вт}}\!/_{\text{м}^2};$$

$$t_1 = t_{ж1} + \frac{q_1}{\alpha_{эф1}} = 200 + \frac{3{,}28 \cdot 10^5}{482} = 200 + 680 = 880\ °\text{C};$$

$$t_0 = t_2 = t_1 + \frac{q_v}{4\lambda}\left[2r_2^2 \ln\frac{r_2}{r_1} - (r_2^2 - r_1^2)\right] =$$

$$= 880 + \frac{5 \cdot 10^7}{4 \cdot 31} \cdot \left[2 \cdot 13^2 \ln\frac{13}{8} - (13^2 - 8^2)\right] \cdot 10^{-6} =$$

$$= 880 + 23{,}8 \approx 904\ °\text{C}.$$