

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 8.

Скольльзящее резервирование при экспоненциальном законе надежности.

Теоретические сведения.

Вероятность безотказной работы резервированной системы определяется соотношением

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \cdot \sum_{i=0}^{m_0} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}, \quad (8.1)$$

где $\lambda_0 = n\lambda$ - интенсивность отказов нерезервированной системы;

λ - интенсивность отказа элемента, n - число элементов основной системы; m_0 - число резервных элементов, находящихся в ненагруженном резерве.

В этом случае кратность резервирования

$$m = m_0 / n. \quad (8.2)$$

Среднее время безотказной работы резервированной системы определяется формулой

$$m_{tc} = T_0 (m_0 + 1), \quad (8.3)$$

где T_0 - среднее время безотказной работы нерезервированной системы.

Решение типовых задач.

Задача 8.1. Система состоит из двух одинаковых элементов. Для повышения ее надежности конструктор предложил скольльзящее резервирование при одном резервном элементе, находящемся в ненагруженном состоянии (рис. 8.1). Интенсивность отказов элемента равна λ . Требуется найти вероятность безотказной работы $P_c(t)$ резервированной системы, среднее время безотказной работы m_{tc} системы, а также частоту отказов $f_c(t)$ и интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ резервированной системы.

Решение. В рассматриваемом случае $n = 2$; $m_0 = 1$; $\lambda_0 = n\lambda = 2\lambda$. На основании формулы (8.1) имеем

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \cdot \sum_{i=0}^1 \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t} (1 + \lambda_0 t)$$

или

$$P_c(t) = e^{-2\lambda t} (1 + 2\lambda t).$$

Определим m_{tc} . Получим

$$m_{tc} = T_0 (m_0 + 1); T_0 = \frac{1}{\lambda_0}$$

или

$$m_{tc} = \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot 2 = \frac{1}{\lambda}.$$

Определим частоту отказов $f_c(t)$. Имеем

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = -[-2 \cdot \lambda \cdot e^{-2\lambda t} (1 + 2 \cdot \lambda \cdot t) + 2 \cdot \lambda \cdot e^{-2\lambda t}]$$

или

$$f_c(t) = 4 \lambda^2 \cdot t \cdot e^{-2 \lambda \cdot t}.$$

Определим интенсивность отказов $\lambda_c(t)$. Получим

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{4 \cdot \lambda^2 \cdot t}{1 + 2 \cdot \lambda \cdot t}.$$

Задача 8.2. Цифровая вычислительная машина состоит из 1024 однотипных ячеек и сконструирована так, что есть возможность заменить любую из отказавших ячеек. В состав ЗИП имеется 3 ячейки, каждая из которых может заменить любую отказавшую. Требуется определить вероятность безотказной работы ЦВМ $P_c(t)$, среднее время безотказной работы m_{tc} , частоту отказов $f_c(t)$, интенсивность отказов $\lambda_c(t)$. Также требуется определить $P_c(t)$ при $t=10000$ час. Известно, что интенсивность отказов ячейки $\lambda=0.12 \cdot 10^{-6}$ 1/час. Под отказом будем понимать событие, когда ЦВМ не может работать из-за отсутствия ЗИПа, т.е. когда весь ЗИП израсходован и отказала еще одна ячейка памяти ЦВМ.

Решение. Так как любая ячейка из состава ЗИПа может заменить любую отказавшую ячейку ЦВМ, то имеет место “скользящее” резервирование. В нашем случае число элементов основной системы $n=1024$, интенсивность отказов нерезервированной системы $\lambda_0=n\lambda=1024 \cdot 0.12 \cdot 10^{-6} \approx 1.23 \cdot 10^{-4}$ 1/час, число резервных элементов $m_0=3$. На основании формулы (8.1) имеем

$$P_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^3 \frac{(\lambda_0 \cdot t)^i}{i!} = e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1 + \lambda_0 \cdot t + \frac{\lambda_0^2 \cdot t^2}{2} + \frac{\lambda_0^3 \cdot t^3}{6}\right).$$

Определим m_{tc} . Получим

$$m_{tc} = T_0 \cdot (m_0 + 1); T_0 = \frac{1}{\lambda_0}$$

или

$$m_{tc} = \frac{1}{1,23 \cdot 10^{-4}} (3 + 1) \approx 32500 \text{ час.}$$

Определим частоту отказов $f_c(t)$. Имеем

$$f_c(t) = - \frac{dP_c(t)}{dt} = \frac{1}{6} \cdot \lambda_0^4 \cdot t^3 \cdot e^{-\lambda_0 t}.$$

Определим интенсивность отказов $\lambda_c(t)$. Получим

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{1}{6} \cdot \frac{\lambda_0^4 \cdot t^3}{1 + \lambda_0 \cdot t + \frac{\lambda_0^2 \cdot t^2}{2} + \frac{\lambda_0^3 \cdot t^3}{6}}.$$

Определим $P_c(t)$ при $t=10000$ час. Имеем

$$P_c(t) = e^{-1,23 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4} \cdot \left[1 + 1,23 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4 + \frac{(1,23 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4)^2}{2} + \frac{(1,23 \cdot 10^{-4} \cdot 10^4)^3}{6}\right] \approx 0,96.$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 8.3. Машина состоит из 1024 стандартных ячеек и множества других элементов. В ЗИПе имеется еще две однотипные ячейки, которые могут заменить любую из отказавших. Все элементы, кроме указанных ячеек, идеальные в смысле надежности. Известно, что интенсивность отказов ячеек есть величина постоянная, а среднее время безотказной работы машины с учетом двух запасных ячеек $m_{tc}=60$ час. Предполагается, что машина допускает короткий перерыв в работе на время отказавших ячеек. Требуется определить среднее время безотказной работы одной ячейки $m_i=m_{tb}$, $i=1,1024$. Определить вероятность безотказной работы резервированной системы $P_c(t)$, частоту отказов $f_c(t)$, интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ резервированной системы.

Задача 8.4. Система состоит из n однотипных элементов, каждый из которых имеет среднее время безотказной работы $m_{ii}=m_i=1/\lambda$, $i=1, n$. Для повышения надежности применено скользящее резервирование, при котором m_0 резервных элементов находятся в ненагруженном режиме. Необходимо найти среднее время безотказной работы резервированной системы m_{ic} . Определить вероятность безотказной работы резервированной системы $P_c(t)$, если $m_0 = 2$, а также частоту отказов $f_c(t)$, интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ резервированной системы.

Задача 8.5. Бортовая аппаратура спутника включает в себя аппаратуру связи, командную и телеметрическую системы, систему питания и систему ориентации. Аппаратура связи состоит из двух работающих ретрансляторов и одного ретранслятора в ненагруженном резерве. Переключающее устройство предполагается абсолютно надежным. Командная система имеет постоянное резервирование. Системы питания, ориентации и телеметрии резерва не имеют. Заданы интенсивности отказа: каждого комплекта ретранслятора - λ_1 , командной системы - λ_2 , системы телеметрии - λ_3 , системы питания - λ_4 и системы ориентации - λ_5 . Требуется определить вероятность безотказной работы $P_c(t)$ бортовой аппаратуры спутника. Логическая схема для расчета надежности бортовой аппаратуры спутника представлена на рис. 8.2. Здесь I - аппаратура ретранслятора, II - командная система, III - остальные системы.

Задача 8.6. Блок усилителей промышленной частоты включает в себя $n = 4$ последовательно соединенных усилителя и один усилитель в ненагруженном резерве. Интенсивность отказов каждого работающего усилителя $\lambda = 6 \cdot 10^{-4}$ 1/час. Определить вероятность безотказной работы $P_c(t)$ резервированной системы, среднее время безотказной работы m_{ic} системы, частоту отказов $f_c(t)$, интенсивность отказов $\lambda_c(t)$. Определить также $P_c(t)$ при $t = 100$ час.

Задача 8.7. Блок телеметрии включает в себя два одинаковых приемника. Интенсивность отказов каждого приемника составляет $\lambda = 4 \cdot 10^{-4}$ 1/час. Имеется один приемник в ненагруженном скользящем резерве. Определить вероятность безотказной работы $P_c(t)$ резервированной системы, среднее время безотказной работы m_{ic} системы, частоту отказов

$f_c(t)$, интенсивность отказов $\lambda_c(t)$. Определить $P_c(t)$ при $t = 250$ час. Определить $P_c(t)$, когда резерв отсутствует.