

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ

№ 7.

**Резервирование с дробной
кратностью и постоянно
включенным резервом**

Теоретические сведения

Резервированная система состоит из l отдельных систем (рис. 7.1.). Для ее нормальной работы необходимо, чтобы исправными были не менее чем h систем. Кратность резервирования такой системы равна

$$m = \frac{l - h}{h} . \quad (7.1)$$

Предполагается, что основные и все резервные системы равнонадежны. Вероятность безотказной работы резервированной системы :

$$P_C(t) = \sum_{i=0}^{l-h} C_l^i P_0^{l-i}(t) \sum_{j=0}^i (-1)^j C_i^j P_0^j(t) ,$$

где

$$C_l^i = \frac{l!}{i!(l-i)!} . \quad (7.2)$$

Здесь $P_0(t)$ - вероятность безотказной работы основной системы или любой резервной системы; l - общее число основных и резервных систем; h - число систем, необходимых для нормальной работы.

На рис. 7.1 λ_0 есть интенсивность отказов любой одной из систем. Будем предполагать, что для любой отдельно взятой системы справедлив экспоненциальный закон надежности, т.е.

Теоретические сведения

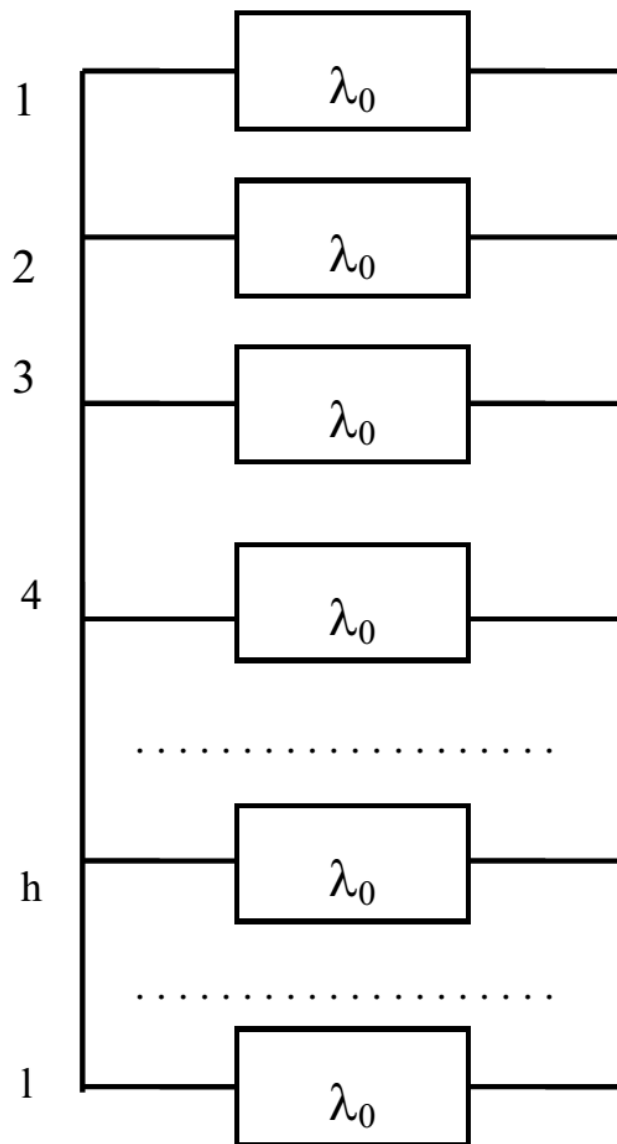


Рис. 7.1

Теоретические сведения

$$P_0(t) = e^{-\lambda_0 t}. \quad (7.3)$$

Определим среднее время безотказной работы системы. Имеем

$$m_{tc} = \int_0^{\infty} P_c(t) dt = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^{l-h} \frac{1}{h+i}. \quad (7.4)$$

Решение типовых задач.

Задача 7.1. Система электроснабжения блока ЭВМ состоит из четырех генераторов, номинальная мощность каждого из которых 18 квт. Безаварийная работа блока еще возможна, если система электроснабжения может обеспечивать потребителя мощностью 30 квт. Необходимо определить вероятность безотказной работы системы энергоснабжения в течение времени $t = 600$ час, среднее время безотказной работы m_{tc} , частоту отказов $f_c(t)$, интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ системы энергоснабжения, если интенсивность отказов каждого из генераторов $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-3}$ 1/час.

Решение. Мощности двух генераторов достаточно для питания блока ЭЦВМ, так как их суммарная мощность составляет 36 квт. Это означает, что отказ системы электроснабжения еще не наступит, если откажут один или два любых генератора, т.е. имеет место случай резервирования с дробной кратностью $m = 2/2$ при общем числе устройств, равном 4. На основании формулы (7.2) имеем

$$\begin{aligned} P_c(t) &= \sum_{i=0}^2 C_4^i P_0^{4-i}(t) \sum_{j=0}^i (-1)^j C_i^j P_0^j(t) = \\ &= C_4^0 P_0^4(t) C_0^0 P_0^0(t) + C_4^1 P_0^3(t) \cdot [C_1^0 P_0^0(t) - C_1^1 P_0^1(t)] + \\ &+ C_4^2 P_0^2(t) \cdot [C_2^0 P_0^0(t) - C_2^1 P_0^1(t) + C_2^2 P_0^2(t)]. \end{aligned}$$

Решение типовых задач.

Так как

$$C_4^0=1; C_0^0=1; C_4^1=4; C_1^0=1; C_1^1=1; C_4^2=6; C_2^0=1; C_2^1=2; C_2^2=1,$$

то

$$P_c(t)=6P_0^2(t)-8P_0^3(t)+3P_0^4(t).$$

Так как $P_0(t)=\exp(-\lambda t)$, то

$$P_c(t)=6e^{-2\lambda t}-8e^{-3\lambda t}+3e^{-4\lambda t}.$$

Для данных нашей задачи $\lambda t = 0,09$. Тогда

$$P_c(600)=0,997.$$

Среднее время безотказной работы на основании формулы (7.4) будет

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^2 \frac{1}{2+i} = \frac{13}{12\lambda} \approx 7220 \text{ час.}$$

Решение типовых задач.

Определим частоту отказов $f_c(t)$. Имеем

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt} = 12\lambda e^{-2\lambda t} - 24\lambda \cdot e^{-3\lambda t} + 12\lambda \cdot e^{-4\lambda t}.$$

Определим интенсивность отказов $\lambda_c(t)$. Получим

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{12\lambda \cdot (1 - 2e^{-\lambda t} + e^{-2\lambda t})}{6 - 8e^{-\lambda t} + 3e^{-2\lambda t}}.$$

Задача 7.2. Для повышения точности измерения некоторой величины применена схема группирования приборов из пяти по три, т.е. результат измерения считается верным по показанию среднего (третьего) прибора. Требуется найти вероятность безотказной работы $P_c(t)$, среднее время безотказной работы m_{tc} такой системы, а также частоту отказов $f_c(t)$ и интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ системы, если интенсивность отказов каждого прибора $\lambda = 0,4 \cdot 10^{-3}$ 1/час.

Решение. В данном случае измерительная система отказывает в том случае, если откажут из пяти приборов три и более, т.е. имеет место общее резервирование дробной кратности, когда общее число приборов $l = 5$, число приборов, необходимых для нормальной работы, $h = 3$, а кратность резервирования $m = 2/3$.

Используя формулу (7.2), получаем

$$\begin{aligned} P_c(t) &= \sum_{i=0}^{l-h} C_l^i P_0^{l-i}(t) \sum_{j=0}^i (-1)^j C_i^j P_0^j(t) = \sum_{i=0}^2 C_5^i P_0^{5-i}(t) \sum_{j=0}^i (-1)^j C_i^j P_0^j(t) = \\ &= C_5^0 P_0^5(t) \cdot C_0^0 P_0^0(t) + C_5^1 P_0^4(t) [C_1^0 P_0^0(t) - C_1^1 P_0^1(t)] + C_5^2 P_0^3(t) [C_2^0 P_0^0(t) - C_2^1 P_0^1(t) + C_2^2 P_0^2(t)] \end{aligned}$$

Решение типовых задач.

Так как

$$C_5^0=1; C_0^0=1; C_5^1=5; C_1^0=1; C_1^1=1; C_5^2=10; C_2^0=1; C_2^1=2; C_2^2=1,$$

то

$$P_c(t) = P_0^5(t) + 5P_0^4(t)[1 - P_0(t)] + 10P_0^3(t)[1 - 2P_0(t) + P_0^2(t)] = \\ = 6P_0^5(t) - 15P_0^4(t) + 10P_0^3(t).$$

Так как $P_0(t) = \exp(-\lambda t)$, то

$$P_c(t) = 6e^{-5\lambda t} - 15e^{-4\lambda t} + 10e^{-3\lambda t}.$$

Среднее время безотказной работы на основании формулы (7.4) будет

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^2 \frac{1}{3+i} = \frac{1}{\lambda_0} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) = \frac{47}{60\lambda} = 1958 \text{ час.}$$

Определим частоту отказов $f_c(t)$. Имеем

$$f_c(t) = - \frac{dP_c(t)}{dt} = -30\lambda \cdot e^{-5\lambda t} - 60\lambda \cdot e^{-4\lambda t} + 30\lambda \cdot e^{-3\lambda t} = \\ = 30\lambda e^{-3\lambda t} (e^{-2\lambda t} - 2e^{-\lambda t} + 1) = 30\lambda e^{-3\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^2.$$

Определим $\lambda_c(t)$. Получим

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{30\lambda (1 - e^{-\lambda t})^2}{6e^{-2\lambda t} - 15e^{-\lambda t} + 10}.$$

Задачи для самостоятельного решения.

Задача 7.3. Интенсивность отказов измерительного прибора $\lambda=0.83 \cdot 10^{-3}$ 1/час. Для повышения точности измерения применена схема группирования из трех по два ($m=1/2$). Необходимо определить вероятность безотказной работы схемы $P_c(t)$, среднее время безотказной работы схемы m_{tc} , частоту отказов $f_c(t)$, интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ схемы.

Задача 7.4. Интенсивность отказов измерительного прибора $\lambda=0.83 \cdot 10^{-3}$ 1/час. Для повышения точности измерения применена схема группирования из пяти по три ($m=2/3$). Необходимо определить вероятность безотказной работы схемы $P_c(t)$, частоту отказов $f_c(t)$, интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ схемы.

Задача 7.5. Автомобильный двигатель имеет $l=4$ свечи зажигания по одной на каждый цилиндр. Интенсивность отказов свечи $\lambda=10^{-3}$ 1/час, а длительность работы двигателя в течение всего путешествия $t=20$ час. Предполагается, что автомобиль может ехать также при одном неработающем цилиндре. Необходимо определить вероятность безотказной работы двигателя $P_c(t)$, среднее время безотказной работы двигателя m_{tc} , частоту отказов $f_c(t)$, интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ двигателя. Какова вероятность того, что автомобиль доставит туристов в пункт назначения без замены свечей?

Задача 7.6. В вычислительном устройстве применено резервирование с дробной кратностью “один из трех”. Интенсивность отказов одного нерезервированного блока равна: $\lambda_0=4 \cdot 10^{-3}$ 1/час. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы устройства $P_c(t)$ и среднее время безотказной работы m_{tc} резервированного вычислительного устройства.