ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4.

Последовательное соединение элементов в систему.

Теоретические сведения

При постоянном резервировании резервные элементы 1,2,.... соединены параллельно с основным (рабочим) элементом в течение всего периода работы системы. Все элементы соединены постоянно, перестройка схемы при отказах не происходит, отказавший элемент не отключается (рис .4.1.).

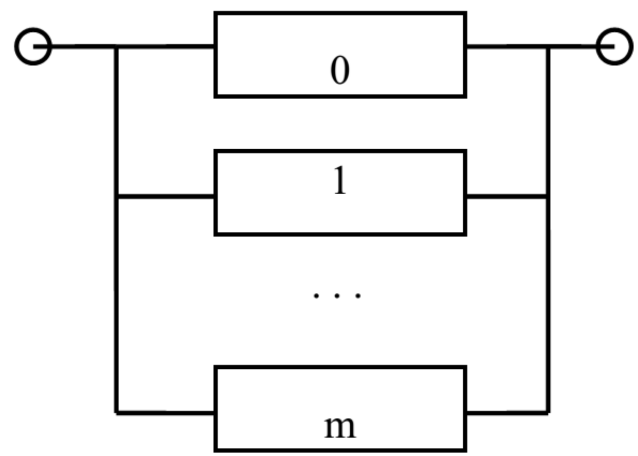
Вероятность отказа системы $q_c(t)$ определяется формулой

$$q_c(t) = \prod_{j=0}^{m} q_j(t), \qquad (4.1)$$

где $q_j(t)$ - вероятность отказа j - го элемента .

Вероятность безотказной работы системы

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m} \left[1 - P_j(t)\right], \qquad (4.2)$$



где $P_j(t)$ - вероятность безотказной работы j - го элемента

Если $P_j(t) = P(t)$, $j = 0, 1, \ldots, m$, то

$$\left.\begin{aligned} q_c(t) &= q^{m+1}(t); \\ P_c(t) &= 1 - \left[1 - P(t)\right]^{m+1}. \end{aligned}\right\}$$

При экспоненциальном законе надежности отдельных элементов имеем

Теоретические сведения

$$\left.\begin{aligned} P_j(t) &= P(t) = e^{-\lambda t};\\ q_c(t) &= (1-e^{-\lambda t})^{m+1};\\ P_c(t) &= 1-\left(1-e^{-\lambda t}\right)^{m+1};\\ m_{tc} &= \frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{m}\frac{1}{1+i}. \end{aligned}\right\} \qquad (4.4)$$

Резервирование называется общим, если резервируется вся система, состоящая из последовательного соединения n элементов. Схема общего резервирования показана на рис.4.2. Основная цепь содержит n элементов. Число резервных цепей равно m, т. е. кратность резервирования равна m.

Определим количественные характеристики надежности системы с общим резервированием (резервные цепи включены постоянно).

Запишем вероятность безотказной работы j - ой цепи

$$P_j(t) = \prod_{j=1}^{n} P_{ij}(t);\ j = 0,1,..,m, \qquad (4.5)$$

Теоретические сведения

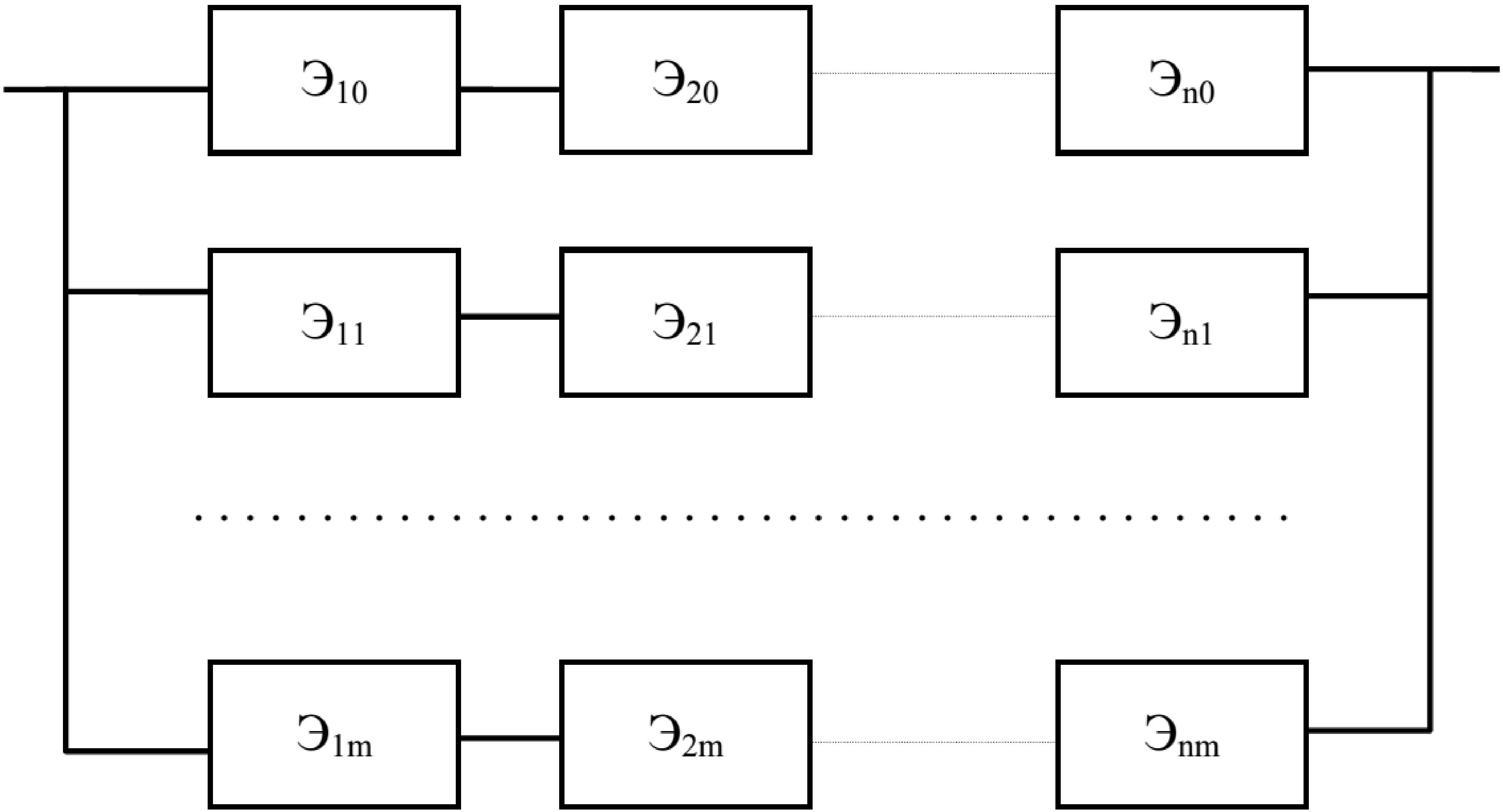


Рис. 4.2

Теоретические сведения

где $P_{ij}(t)$, $j=0,1,2,...m$; $i=1,2,3,...,n$ - вероятность безотказной работы элемента $Э_{ij}$.

Вероятность отказа j - ой цепи

$$q_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t) \ . \tag{4.6}$$

Вероятность отказа системы с общим резервированием

$$q_c(t) = \prod_{j=0}^{m} \left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t). \right] . \tag{4.7}$$

Вероятность безотказной работы системы с общим резервированием

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m} \left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t) \right] . \tag{4.8}$$

Частный случай: основная и резервные цепи имеют одинаковую надежность, т.е.

$$P_{ij}(t) = P_i(t) \ . \tag{4.9}$$

Теоретические сведения

Тогда

$$q_c(t) = \left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_i(t)\right]^{m+1}; \qquad (4.10)$$

$$p_c(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^{n} p_i(t)\right]^{m+1}. \qquad (4.11)$$

Рассмотрим экспоненциальный закон надежности, т. е.

$$P_i(t)=e^{-\lambda_i t}. \qquad (4.12)$$

В этом случае формулы (5.10), (5.11) примут вид

$$q_c(t)=(1-e^{-\lambda_0 t})^{m+1}, \qquad (4.13)$$

$$P_c(t)=1-(1-e^{-\lambda_0 t})^{m+1},$$

(4.14)

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i, \qquad (4.15)$$

где λ_0 – интенсивность отказов цепи, состоящей из n элементов.

Теоретические сведения

Частота отказов системы с общим резервированием

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = \lambda_0 \cdot (m+1)e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^m \ . \qquad (4.16)$$

Интенсивность отказов системы с общим резервированием

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{\lambda_0 (m+1)e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^m}{1 - \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1}}. \qquad (4.17)$$

Среднее время безотказной работы резервированной системы

$$m_{tc} = T_0 \sum_{j=0}^{m} \frac{1}{1+j} \ , \qquad (4.18)$$

где $T_0 = 1/\lambda_0$, - среднее время безотказной работы нерезервированной системы.

Решение типовых задач.

Задача 4.1. Система состоит из 10 равнонадежных элементов, среднее время безотказной работы элемента m_t = 1000 час. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности для элементов системы и основная и резервная системы равнонадежны. Необходимо найти среднее время безотказной работы системы m_{tc}, а также частоту отказов $f_c(t)$ и интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ в момент времени t = 50 час в следующих случаях:

а) нерезервированной системы,

б) дублированной системы при постоянно включенном резерве.

Решение.

а)

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i ,$$

где λc – интенсивность отказов системы; λ_i - интенсивность отказов i - го элемента ; $n = 10$.

$$\lambda_i=1/m_{ti} = 1/1000=0{,}001;\ i = 1,2,\ldots,n\ ;\ \lambda=\lambda_i;$$

$$\lambda_c=\lambda n=0{,}001*10=0{,}01\ 1/\text{час};$$

$$m_{tc}=1/\lambda_c=100\ \text{час};$$

$$f_c(t)=\lambda_c(t)\ P_c(t);$$

$$\lambda_c(50)=\lambda_c;\ P_c(t)=e^{-\lambda_c t};$$

$$f_c(50)=\lambda_c e^{-\lambda_c t}=0{,}01*e^{-0{,}01*50}\approx 6*10^{-3}\ 1/\text{час};$$

$$\lambda_c(50)=0{,}01\ 1/\text{час}.$$

Решение типовых задач.

б) $m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c}\sum_{j=0}^{m}\frac{1}{1+j}$; $m=1$; $m_{tc} = \frac{1}{0.01}\left(1+\frac{1}{2}\right) = 150$ час ;

$$p_c(t) = 1-\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1} \; ; \; \lambda_0 = \lambda_c = 0.01 \text{ 1/час} \; ;$$

$$p_c = 1-\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)^2 = 2e^{-\lambda_0 t} - e^{-2\lambda_0 t} \; ;$$

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = 2\lambda_0 e^{-\lambda_0 t}\cdot\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right) \; ;$$

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{2\lambda_0\left(1-e^{-\lambda_0 t}\right)}{2-e^{-\lambda_0 t}} \; ;$$

$f_c(50) \approx 4.8*10^{-3}$ 1/час ; $\lambda_c(50) \approx 5.7*10^{-3}$ 1/час .

Задача 4.2. В системе телеуправления применено дублирование канала управления. Интенсивность отказов канала $\lambda=10^{-2}$ 1/час. Рассчитать вероятность безотказной работы системы $P_c(t)$ при t=10 час, среднее время безотказной работы m_{tc}, частоту отказов $f_c(t)$, интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ системы.

Решение типовых задач.

Решение. В данном случае n=1; $\lambda_i=\lambda$; $\lambda_0=n\lambda=\lambda$;m=1. По формуле (4.14) имеем

$$P_c(t)=1-(1-e^{-\lambda t})^2;$$

$$P_c(10)=1-(1-e^{-0,1})^2 .$$

Из приложения П.7.14 [1] получим

$$e^{-0,1}=0,9048 .$$

Тогда

$$P_c(10)=1-(1-0,9048)^2 =1-0,0952^2\approx 1-0,01=0,99 .$$

Определим m_{tc}. Из формулы (4.4) имеем

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda}\sum_{i=0}^{1}\frac{1}{1+i} = \frac{1}{\lambda}\left(1+\frac{1}{2}\right) = 150 \text{ час} .$$

Определим частоту отказов $f_c(t)$. Получим

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = 2\lambda\cdot e^{-\lambda t}\cdot\left(1-e^{-\lambda t}\right).$$

Определим интенсивность отказов $\lambda_c(t)$. Имеем

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{2\lambda e^{-\lambda t}\cdot\left(1-e^{-\lambda t}\right)}{e^{-\lambda t}\left(2-e^{-\lambda t}\right)} = \frac{2\lambda\cdot\left(1-e^{-\lambda t}\right)}{2-e^{-\lambda t}}.$$

Решение типовых задач.

Задача 4.3. Нерезервированная система управления состоит из $n = 5000$ элементов. Для повышения надежности системы предполагается провести общее дублирование элементов. Чтобы приближенно оценить возможность достижения заданной вероятности безотказной работы системы $P_c(t) = 0{,}9$ при $t = 10$ час., необходимо рассчитать среднюю интенсивность отказов одного элемента при предположении отсутствия последействия отказов.

Решение. Вероятность безотказной работы системы при общем дублировании и равнонадежных элементах равна

$$P_c(t)=1-(1-e^{-\lambda nt})^2$$

или

$$P_c(t)=1-[1-P^n(t)]^2,$$

где

$$P(t)=e^{-\lambda t}\ .$$

Здесь $P(t)$ – вероятность безотказной работы одного элемента.

Так как должно быть

$$1-[1-P^n(t)]^2\geq 0{,}9,$$

то

$$p(t) \geq \left(1-\sqrt{0.1}\right)^{1/n}\ .$$

Решение типовых задач.

Разложив $\left(1-\sqrt{0.1}\right)^{1/n}$ по степени 1/n в ряд и пренебрегая членами ряда высшего порядка малости, получим

$$\left(1-\sqrt{0.1}\right)^{1/5000} \approx 1-\frac{1}{5000}\sqrt{0.1} = 1-6.32\cdot 10^{-5}.$$

Учитывая, что $P(t)= \exp(-\lambda t)\approx 1-\lambda t$, получим

$$1-\lambda t \geq 1-6{,}32*10^{-5}$$

или

$$\lambda \leq (6{,}32*10^{-5})/t=(6{,}32*10^{-5})/10=6{,}32*10^{-6}\ \text{1/час.}$$

Задачи для самостоятельного решения.

Задача 4.4. Приемник состоит из трех. блоков: УВЧ, УПЧ и УНЧ. Интенсивности отказов этих блоков соответственно равны: $\lambda_1 = 4*10^{-4}$ 1/час; $\lambda_2 = 2{,}5*10^{-4}$ 1/час; $\lambda_3 = 3*10^{-4}$ 1/час. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы приемника при t=100 час для следующих случаев:

а) резерв отсутствует; б) имеется общее дублирование приемника в целом.

Задача 4.5. Для изображенной на рис.4.3. логической схемы системы определить $P_c(t)$, m_{tc}, $f_c(t)$, $\lambda_c(t)$. Здесь резерв нагруженный, отказы независимы.

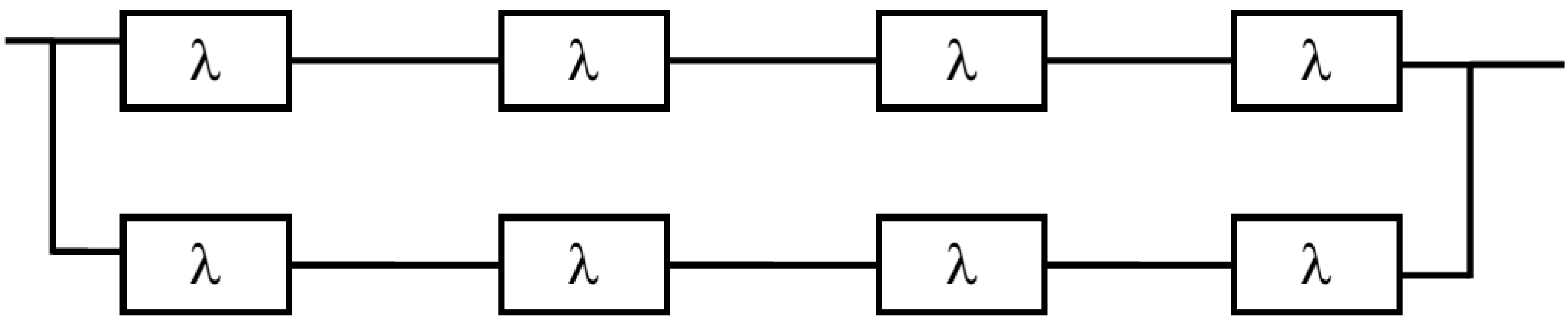
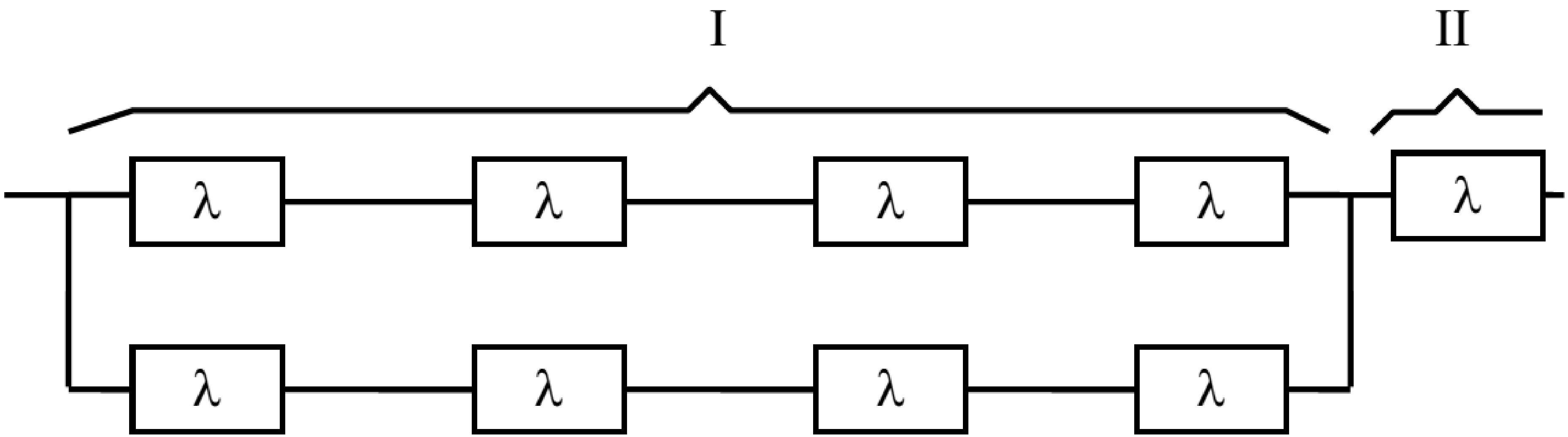


Рис. 4.3

Задача 4.6. В радиопередатчике, состоящем из трех равнонадежных каскадов (n = 3) применено общее постоянное дублирование всего радиопередатчика. Интенсивность отказов каскада равна $\lambda=5*10^{-4}$ 1/час. Определить $P_c(t)$, m_{tc}, $f_c(t)$, $\lambda_c(t)$ радиопередатчика с дублированием.

Задачи для самостоятельного решения.

Задача 4. 7. Для изображенной на рис.4.4. логической схемы системы определить интенсивность отказов $\lambda_c(t)$. Здесь резерв нагруженный, отказы независимы.



Задача 4.8. Радиоэлектронная аппаратура состоит из трех блоков I,II,III . Интенсивности отказов этих трех блоков соответственно равны: λ_1, λ_2, λ_3. Требуется определить вероятность безотказной работы аппаратуры $P_c(t)$ для следующих случаев:

а) резерв отсутствует;

б) имеется дублирование радиоэлектронной аппаратуры в целом.

Задача 4.9.Схема расчета надежности изделия показана на рис.4.5. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности для элементов изделия. Интенсивности отказов элементов имеют значения: $\lambda_1 = 0{,}3 \cdot 10^{-3}$ 1/час; $\lambda_2 = 0{,}7 \cdot 10^{-3}$ 1/час. Требуется найти вероятность безотказной работы изделия в течении времени $t = 100$ час, среднее время безотказной работы изделия, частоту отказов и интенсивность отказов в момент времени $t=100$ час.

Задачи для самостоятельного решения.

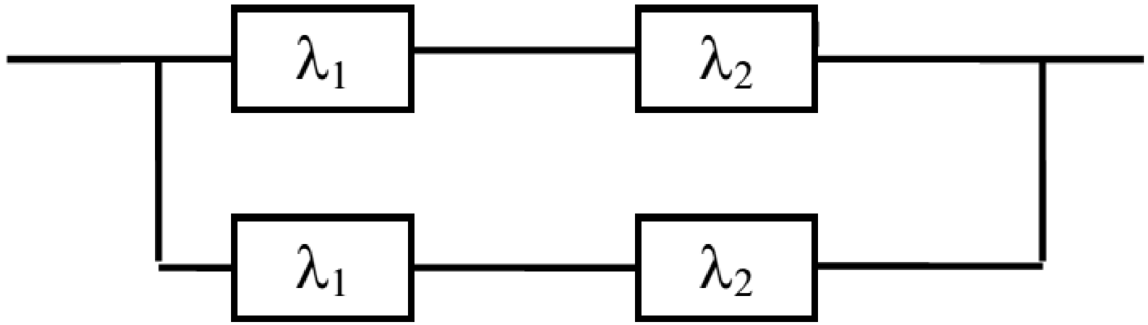


Рис. 4.5

Задача 4.10. В телевизионном канале связи, состоящем из приемника и передатчика, применено общее дублирование. Передатчик и приемник имеют интенсивности отказов $\lambda_п$=2*10^{-3} 1/час, $\lambda_{пр}$=1*10^{-3} 1/час, соответственно. Схема канала представлена на рис.4.6. Требуется определить вероятность безотказной работы канала $P_c(t)$, среднее время безотказной работы m_{tc}, частоту отказов $f_c(t)$, интенсивность отказов $\lambda_c(t)$.

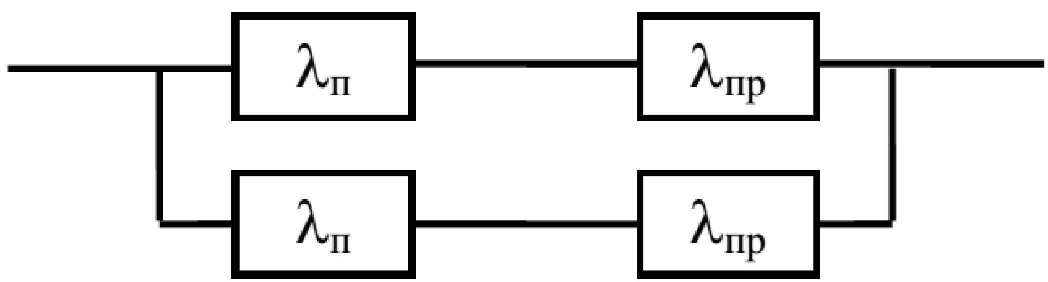


Рис. 4.6

Задачи для самостоятельного решения.

Задача 4.11. Схема расчета надежности изделия приведена на рис.4.7. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности для элементов изделия. Требуется определить интенсивность отказов изделия, если интенсивности отказов элементов имеют значения λ_1, λ_2.

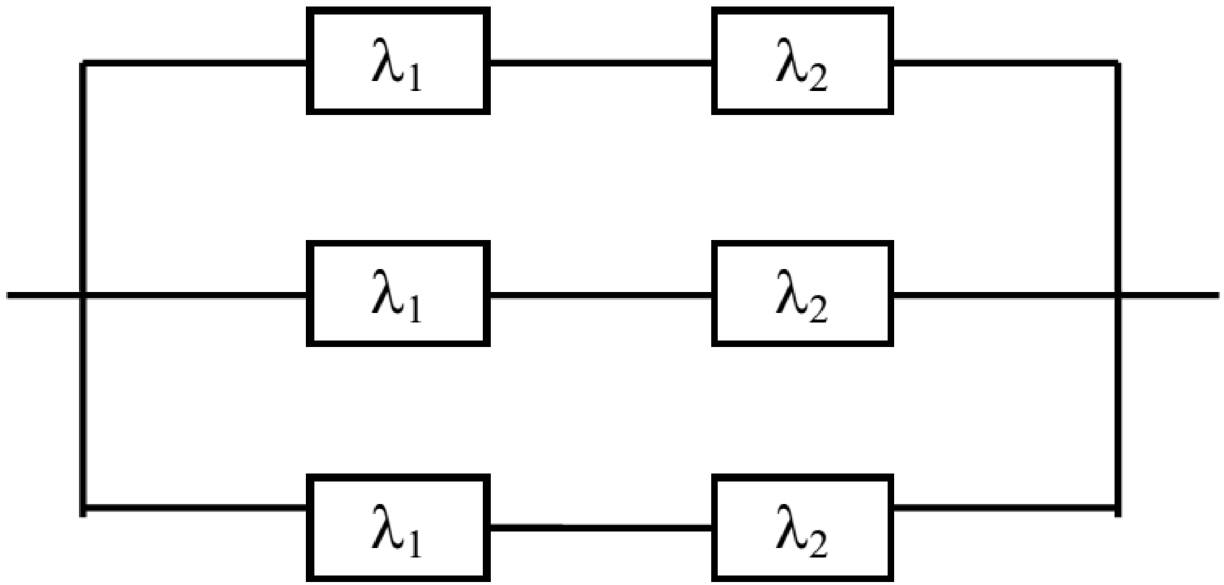


Рис. 4.7

Задача 4.12. Нерезервированная система управления состоит из n = 4000 элементов. Известна требуемая вероятность безотказной работы системы $P_c(t) = 0,9$ при t = 100 час. Необходимо рассчитать допустимую среднюю интенсивность отказов одного элемента, считая элементы равнонадежными, для того чтобы приближенно оценить достижение заданной вероятности безотказной работы при отсутствии профилактических осмотров в следующих случаях: а) резервирование отсутствует ; б) применено общее дублирование .

Задачи для самостоятельного решения.

Задача 4.13. Устройство обработки состоит из трех одинаковых блоков. Вероятность безотказной работы устройства $P_y(t_i)$ в течение $(0, t_i)$ должна быть не менее 0,9. Определить, какова должна быть вероятность безотказной работы каждого блока в течение $(0, t_i)$ для случаев: а) резерв отсутствует; б) имеется пассивное общее резервирование с неизменной нагрузкой всего устройства в целом; в) имеется пассивное раздельное резервирование с неизменной нагрузкой по блокам.

Задача 4.14. Вычислитель состоит из двух блоков, соединенных последовательно и характеризующихся соответственно интенсивностями отказов $\lambda_1=120{,}54*10^{-6}$ 1/час и $\lambda_2=185{,}66*10^{-6}$ 1/час. Выполнено пассивное общее резервирование с неизменной нагрузкой всей системы (блока 1 и 2) (см.рис.4.8) . Требуется определить вероятность безотказной работы $P_c(t)$ вычислителя, среднее время безотказной работы m_{tc}, частоту отказов $f_c(t)$ и интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ вычислителя. Определить $P_c(t)$ при $t = 20$ час.