ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №3.

Последовательное соединение элементов в систему.

Теоретические сведения

Соединение элементов называется последовательным, если отказ хотя бы одного элемента приводит к отказу всей системы. Система последовательно соединенных элементов работоспособна тогда, когда работоспособны все ее элементы.

Вероятность безотказной работы системы за время t определяется формулой

$$P_c(t) = P_1(t)*P_2(t)...P_n(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t), \tag{3.1}$$

где $P_i(t)$ - вероятность безотказной работы i-го элемента за время t.

Если $P_i(t) = P(t)$ то,

$$P_c(t) = P^n(t). \tag{3.2}$$

Выразим $P_c(t)$ через интенсивность отказов $\lambda_i(t)$ элементов системы.
Имеем:

$$P_c(t) = \exp(-\sum_{i=1}^{n} \int_0^t \lambda_i(t)dt) \tag{3. 3}$$

или

$$P_c(t) = \exp(-\int_0^t \lambda_c(t)dt), \tag{3.4}$$

Теоретические сведения

где

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(t). \qquad (3.5)$$

Здесь $\lambda_i(t)$ – интенсивность отказов i-го элемента; $\lambda_c(t)$ – интенсивность отказов системы.
Вероятность отказа системы на интервале времени (0, t) равна

$$q_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} \lambda_i(t). \qquad (3.6)$$

Частота отказов системы $f_c(t)$ определяется соотношением

$$f_c(t) = -\frac{dP_c(t)}{dt}. \qquad (3.7)$$

Интенсивность отказов системы

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)}. \qquad (3.8)$$

Теоретические сведения

Среднее время безотказной работы системы:

$$m_{tc} = \int_0^{\infty} P_c(t)dt. \tag{3. 9}$$

В случае экспоненциального закона надежности всех элементов системы имеем

$$\lambda_i(t) = \lambda_i = \text{const} . \tag{3.10}$$

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \lambda_c ; \tag{3.11}$$

$$P_i(t) = \exp(-\lambda t) ; \tag{3.12}$$

$$P_c(t) = e^{-\lambda_c t} ; \tag{3.13}$$

$$f_c(t) = \lambda_c * e^{-\lambda_c t} ; \tag{3.14}$$

$$q_c(t) = 1 - e^{-\lambda_c t} ; \tag{3.15}$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda_i} ; \tag{3.16}$$

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_i} , \tag{3.17}$$

Теоретические сведения

При расчете надежности систем часто приходится перемножать вероятности безотказной работы отдельных элементов расчета, возводить их в степень и извлекать корни. При значениях P(t), близких к единице, эти вычисления можно с достаточной для практики точностью выполнять по следующим приближенным формулам:

$$\left.\begin{aligned} P_1(t)P_2(t)\ldots P_n(t) &\approx 1-\sum_{i=1}^{n} q_i(t), \\ P_i^n(t) &= 1-Nq_i(t), \\ \sqrt[n]{P_i(t)} &= 1-q_i(t)/n, \end{aligned}\right\} \qquad (3.18)$$

где q_i (t) -- вероятность отказа i - го элемента.

Решение типовых задач.

Задача 3.1. Система состоит из трех устройств. Интенсивность отказов электронного устройства равна $\lambda_1=0{,}16*10^{-3}$ 1/час = const. Интенсивности отказов двух электромеханически устройств линейно зависят от времени и определяются следующими формулами

$$\lambda_2=0{,}23*10^{-4}t \text{ 1/час}, \quad \lambda_3=0{,}06*10^{-6}t^{2,6} \text{ 1/час}.$$

Необходимо рассчитать вероятность безотказной работы изделия в течение 100 час.

Решение. На основании формулы (3.3) имеем

$$P_c(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^{n}\int_0^t \lambda_i(t)dt\right) = \exp\left\{-\left[\int_0^t \lambda_1 dt + \int_0^t \lambda_2 dt + \int_0^t \lambda_3 dt\right]\right\} =$$

$$= \exp\left[-\left(\lambda_1 t + 0{,}23*10^{-4}\frac{t^2}{2} + 0{,}06*10^{-6}*\frac{t^{3,6}}{3{,}6}\right)\right].$$

Для t=100 час

$$P_c(100) = \exp\left[-\left(0{,}16*10^{-3}*100 + 0{,}23*10^{-4}*\frac{100^2}{2} + 0{,}06*10^{-6}*\frac{100^{3,6}}{3{,}6}\right)\right] \approx 0{,}33\ .$$

Решение типовых задач.

Задача 3.2. Система состоит из трех блоков, среднее время безотказной работы которых равно : m_{t1}=160 час; m_{t2}=320 час; m_{t3} = 600 час.
Для блоков справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется определить среднее время безотказной работы системы.

Решение. Воспользовавшись формулой (3.17) получим

$$\lambda_1 = \frac{1}{m_{t1}} = \frac{1}{160}; \lambda_2 = \frac{1}{m_{t2}} = \frac{1}{320}; \lambda_3 = \frac{1}{m_{t3}} = \frac{1}{600}.$$

Здесь λ_i - интенсивность отказов i -го блока. На основании формулы (3.11) имеем

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \frac{1}{160} + \frac{1}{320} + \frac{1}{600} \approx 0{,}011 \ 1/\text{час} .$$

Здесь λ_c - интенсивность отказов системы.

На основании формулы (3.16) получим:

$$m_{tc} = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0{,}011} \approx 91 \ \text{час} .$$

Решение типовых задач.

Задача 3.3. Система состоит из 12600 элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{ср}$=0,32*10^{-6} 1/час. Требуется определить $P_c(t)$, $q_c(t)$, $f_c(t)$, m_{tc}, для t=50 час.
Здесь $P_c(t)$ - вероятность безотказной работы системы в течение времени t ;
$q_c(t)$ – вероятность отказа системы в течение времени t ;
$f_c(t)$ – частота отказов или плотность вероятности времени T безотказной работы системы;
m_{tc} – среднее время безотказной работы системы.

Решение. Интенсивность отказов системы по формуле (3.11) будет

$$\lambda_c=\lambda_{ср}*n=0{,}32*10^{-6}*12600=4{,}032*10^{-3}\ 1/час .$$

Из (3.13) имеем

$$P_c(t)=e^{-\lambda_c t}\ ;\ P_c(50)=e^{-4?032*0{,}001*50}\approx 0{,}82 .$$

Из (3.15) получим

$$q_c(t)=\lambda_c e^{-\lambda_c t}=\lambda_c P_c(t);\ q_c(50)=1-P_c(50)\approx 0{,}18 .$$

Из (3.14) имеем

$$f_c(t)=\lambda_c e^{-\lambda_c t}=\lambda_c P_c(t);\ f_c(50)=4{,}032*10^{-3}*0{,}82=3{,}28*10^{-3}\ 1/час.$$

Из (3.16) получим

$$m_{tc}=1/\lambda_c=1/4{,}032*10^{-3}\approx 250\ час.$$

Решение типовых задач.

Задача 3.4. Система состоит из двух устройств. Вероятности безотказной работы каждого из них в течение времени **t** = 100 час равны: $P_1(100) = 0{,}95$; $P_2(100) = 0{,}97$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Необходимо найти среднее время безотказной работы системы.

Решение. Найдем вероятность безотказной работы изделия:

$$P_c(100)=P_1(100)*P_2(100)=0{,}95*0{,}97=0{,}92\ .$$

Найдем интенсивность отказов изделия, воспользовавшись формулой

$$P_c(t)=e^{-\lambda_c t}$$

или

$$P_c(100)=0{,}92=e^{-\lambda c*100}\ .$$

$$\lambda_c*100\approx 0{,}083 \text{ или } \lambda_c=0{,}83*10^{-3} \text{ 1/час}\ .$$

Тогда

$$m_{tc}=1/\lambda_c=1/(0{,}83*10^{-3})=1200 \text{ час.}$$

Решение типовых задач.

Задача 3.5. Вероятность безотказной работы одного элемента в течение времени t равна $P(t) = 0{,}9997$. Требуется определить вероятность безотказной работы системы, состоящей из $n = 100$ таких же элементов.

Решение. Вероятность безотказной работы системы равна $P_c(t)= P^n(t)=(0{,}9997)^{100}$. Вероятность $P_c(t)$ близка к единице, поэтому для ее вычисления воспользуемся формулой (3.18). В нашем случае $q(t)=1-P(t)=1-0{,}9997=0{,}0003$.

Тогда $P_c(t) \approx 1-nq(t)=1-100*0{,}0003=0{,}97$.

Задача.3.6.Вероятность безотказной работы системы в течение времени t равна $P_c(t)=0{,}95$. Система состоит из $n= 120$ равнонадежных элементов. Необходимо найти вероятность безотказной работы элемента.

Решение. Очевидно, что вероятность безотказной работы элемента будет $P_i(t) = \sqrt[n]{P_c(t)}$.

Так как $P(t)$ близка к единице, то вычисления $P(t)$ удобно выполнить по формуле (3.18).

В нашем случае $q_c(t)=1- P_c(t)=1-0{,}95=0{,}05$.

Тогда

$$P_i(t) = \sqrt[n]{P_c(t)} \approx 1 - \frac{q_c(t)}{n} = 1 - \frac{0{,}05}{120} \approx 0{,}9996.$$

Решение типовых задач.

Задача 3.7. Система состоит из 12600 элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{ср}=0,32*10^{-6}$ 1/час.

Необходимо определить вероятность безотказной работы в течение $t = 50$ час.

Решение. Интенсивность отказов системы по формуле (3.11) будет

$$\lambda_c=\lambda_{ср}*n=0,32*10^{-6}*12600=4,032*10^{-3} \text{ 1/час.}$$

Тогда на основании (3.13)

$$P_c(t)= e^{-\lambda_c t}$$

или

$$P_c(50)= e^{-4,032*0,001*50} \approx 0,82.$$

Решение типовых задач.

Задача 3.7. Система состоит из 12600 элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{ср}=0,32*10^{-6}$ 1/час.

Необходимо определить вероятность безотказной работы в течение $t = 50$ час.

Решение. Интенсивность отказов системы по формуле (3.11) будет

$$\lambda_c=\lambda_{ср}*n=0,32*10^{-6}*12600=4,032*10^{-3} \text{ 1/час.}$$

Тогда на основании (3.13)

$$P_c(t)= e^{-\lambda_c t}$$

или

$$P_c(50)= e^{-4,032*0,001*50} \approx 0,82.$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 3.8. Аппаратура связи состоит из 2000 элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{ср}= 0,33 * 10^{-5}$ 1/час.

Необходимо определить вероятность безотказной работы аппаратуры в течении $t = 200$ час и среднее время безотказной работы аппаратуры.

Задача 3.9. Невосстанавливаемая в процессе работы электронная машина состоит из 200000 элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda=0,2 * 10^{-6}$ 1/час . Требуется определить вероятность безотказной работы электронной машины в течении $t = 24$ часа и среднее время безотказной работы электронной машины.

Задача 3.10. Система управления состоит из 6000 элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{ср.} = 0,16*10^{-6}$ 1/час. Необходимо определить вероятность безотказной работы в течении $t = 50$ час и среднее время безотказной работы.

Задача 3.11. Прибор состоит из $n = 5$ узлов. Надежность узлов характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени t, которая равна: $P_1(t)=0,98$; $P_2(t)=0,99$; $P_3(t)=0,998$; $P_4(t)=0,975$; $P_5(t)=0,985$. Необходимо определить вероятность безотказной работы прибора.

Задача 3.12. Система состоит из пяти приборов, среднее время безотказной работы которых равно: $m_{t1}=83$ час; $m_{t2}=220$ час; $m_{t3}=280$ час; $m_{t4}=400$ час; $m_{t5}=700$ час . Для приборов справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется найти среднее время безотказной работы системы.

Задачи для самостоятельного решения

Задача 3.13. Прибор состоит из пяти блоков. Вероятность безотказной работы каждого блока в течение времени t = 50 час равна: $P_1(50)=0,98$; $P_2(50)=0,99$; $P_3(50)=0,998$; $P_4(50)=0,975$; $P_5(50)=0,985$. Справедлив экспоненциальный закон надежности. Требуется найти среднее время безотказной работы прибора.