

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1.

Определение количественных характеристик надежности
по статистическим данным об отказах изделия.

Определение количественных характеристик надежности
по статистическим данным об отказах изделия.

Теоретические сведения

Вероятность безотказной работы по статистическим данным об отказах оценивается выражением

$$P^*(t) = \frac{n(t)}{N}, \quad (1.1)$$

где $n(t)$ - число изделий, не отказавших к моменту времени t ; N - число изделий, поставленных на испытания; $P^*(t)$ - статистическая оценка вероятности безотказной работы изделия.

Для вероятности отказа по статистическим данным справедливо соотношение

$$q^*(t) = \frac{N - n(t)}{N}, \quad (1.2)$$

где $N - n(t)$ - число изделий, отказавших к моменту времени t ; $q^*(t)$ - статистическая оценка вероятности отказа изделия.

Частота отказов по статистическим данным об отказах определяется выражением

$$f^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t}, \quad (1.3)$$

где $\Delta n(t)$ - число отказавших изделий на участке времени $(t, t + \Delta t)$; $f^*(t)$ - статистическая оценка частоты отказов изделия; Δt - интервал времени.

Интенсивность отказов по статистическим данным об отказах определяется формулой

$$\lambda^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)}, \quad (1.4)$$

где $n(t)$ - число изделий, не отказавших к моменту времени t ; $\Delta n(t)$ - число отказавших изделий на участке времени $(t, t+\Delta t)$; $\lambda^*(t)$ - статистическая оценка интенсивности отказов изделия.

Среднее время безотказной работы изделия по статистическим данным оценивается выражением

$$m_t^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i, \quad (1.5)$$

где t_i - время безотказной работы i -го изделия; N - общее число изделий, поставленных на испытания; m_t^* - статистическая оценка среднего времени безотказной работы изделия.

Для определения m_t^* по формуле (1.5) необходимо знать моменты выхода из строя всех N изделий. Можно определять m_t^* из уравнения

$$m_t^* \approx \sum_{i=1}^m n_i t_{cp,i}, \quad (1.6)$$

где n_i - количество вышедших из строя изделий в i -ом интервале времени; $t_{cp,i} = (t_{i-1} + t_i)/2$; $m = t_k/\Delta t$; $\Delta t = t_{i+1} - t_i$; t_{i-1} - время начала i -го интервала; t_i - время конца i -го интервала; t_k - время, в течение которого вышли из строя все изделия; Δt -интервал времени.

Дисперсия времени безотказной работы изделия по статистическим данным определяется формулой

Интенсивность отказов по статистическим данным об отказах определяется формулой

$$\lambda^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)}, \quad (1.4)$$

где $n(t)$ - число изделий, не отказавших к моменту времени t ; $\Delta n(t)$ - число отказавших изделий на участке времени $(t, t+\Delta t)$; $\lambda^*(t)$ - статистическая оценка интенсивности отказов изделия.

Среднее время безотказной работы изделия по статистическим данным оценивается выражением

$$m_t^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i, \quad (1.5)$$

где t_i - время безотказной работы i -го изделия; N - общее число изделий, поставленных на испытания; m_t^* - статистическая оценка среднего времени безотказной работы изделия.

Для определения m_t^* по формуле (1.5) необходимо знать моменты выхода из строя всех N изделий. Можно определять m_t^* из уравнения

$$m_t^* \approx \sum_{i=1}^m n_i t_{cp,i}, \quad (1.6)$$

где n_i - количество вышедших из строя изделий в i -ом интервале времени;
 $t_{cp,i} = (t_{i-1} + t_i)/2$; $m = t_k/\Delta t$; $\Delta t = t_{i+1} - t_i$; t_{i-1} - время начала i -го интервала; t_i - время конца i -го интервала; t_k - время, в течение которого вышли из строя все изделия; Δt -интервал времени.

Дисперсия времени безотказной работы изделия по статистическим данным определяется формулой

$$D_t^* = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - m_t^*)^2, \quad (1.7)$$

где D_t^* - статистическая оценка дисперсии времени безотказной работы изделия.

Решение типовых задач

Задача 1.1. На испытание поставлено 1000 однотипных электронных ламп, за 3000 час. отказало 80 ламп. Требуется определить $P^*(t)$, $q^*(t)$ при $t = 3000$ час.

Решение. В данном случае $N = 1000$; $n(t) = 1000 - 80 = 920$; $N - n(t) = 1000 - 920 = 80$. По формулам (1.1) и (1.2) определяем

$$P^*(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{920}{1000} = 0.92,$$

или $q^*(3000) = \frac{N - n(t)}{N} = \frac{80}{1000} = 0.08,$

$$q^*(3000) = 1 - P^*(3000) = 1 - 0.92 = 0.08.$$

Задача 1.2. На испытание было поставлено 1000 однотипных ламп. За первые 3000 час. отказало 80 ламп, а за интервал времени 3000 - 4000 час. отказало еще 50 ламп. Требуется определить статистическую оценку частоты и интенсивности отказов электронных ламп в промежутке времени 3000 - 4000 час.

Решение. В данном случае $N=1000$; $t=3000$ час; $\Delta t = 1000$ час; $\Delta n(t)=50$; $n(t)=920$.
По формулам (1.3) и (1.4) находим

$$f^*(t) = f^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{50}{1000 \cdot 1000} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/час}$$

$$\lambda^*(t) = \lambda^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} = \frac{100}{100 \cdot 200} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/час}$$

Задача 1.3. На испытание поставлено $N = 400$ изделий. За время $t = 3000$ час отказало 200 изделий, т.е. $n(t) = 400 - 200 = 200$. За интервал времени $(t, t + \Delta t)$, где $\Delta t = 100$ час, отказало 100 изделий, т.е. $\Delta n(t) = 100$. Требуется определить $P^*(3000)$, $P^*(3100)$, $f^*(3000)$, $\lambda^*(3000)$.

Решение. По формуле (1.1) находим

$$P^*(3000) = \frac{n(t)}{N} = \frac{200}{400} = 0,5.$$

$$P^*(3100) = \frac{n(t)}{N} = \frac{100}{400} = 0,25.$$

Используя формулы (1.3) и (1.4), получим

$$f^*(t) = f^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t} = \frac{100}{400 \cdot 100} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ (1/час)}$$

$$\lambda^*(t) = \lambda^*(3000) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)} = \frac{100}{100 \cdot 200} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ (1/час)}$$

Задача 1.4. На испытание поставлено 6 однотипных изделий. Получены следующие значения t_i (t_i - время безотказной работы i -го изделия) : $t_1 = 280$ час; $t_2 = 350$ час; $t_3 = 400$ час; $t_4 = 320$ час; $t_5 = 380$ час; $t_6 = 330$ час.

Определить статистическую оценку среднего времени безотказной работы изделия.

Решение. По формуле (1.5) имеем

$$m_t^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i = \frac{280 + 350 + 400 + 320 + 380 + 330}{6} = \frac{2060}{6} = 343,3 \text{ час.}$$

Задача 1.5. За наблюдаемый период эксплуатации в аппаратуре было зафиксировано 7 отказов. Время восстановления составило:

$t_1 = 12$ мин.; $t_2 = 23$ мин.; $t_3 = 15$ мин.; $t_4 = 9$ мин.; $t_5 = 17$ мин.; $t_6 = 28$ мин.; $t_7 = 25$ мин.; $t_8 = 31$ мин. Требуется определить среднее время восстановления аппаратуры m_{te}^* .

Решение.

$$m_{te}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i = \frac{12 + 23 + 15 + 9 + 17 + 28 + 25 + 31}{8} = \frac{160}{8} = 20 \text{ мин.}$$

Задача 1.6. В результате наблюдения за 45 образцами радиоэлектронного оборудования получены данные до первого отказа всех 45 образцов, сведенные в табл.1.1. Требуется определить m_e^* .

Таблица 1.1

$\Delta t_i, \text{час.}$	n_i	$\Delta t_i, \text{час.}$	n_i	$\Delta t_i, \text{час.}$	n_i
0-5	1	30-35	4	60-65	3
5-10	5	35-40	3	65-70	3
10-15	8	40-45	0	70-75	3
15-20	2	45-50	1	75-80	1
20-25	5	50-55	0	–	–
25-30	6	55-60	0	–	–

Решение. В данном случае

$$t_{cp1} = 2,5; t_{cp2} = 7,5; t_{cp3} = 12,5; t_{cp4} = 17,5; t_{cp5} = 22,5; t_{cp6} = 27,5; t_{cp7} = 32,5; t_{cp8} = 37,5; t_{cp9} = 42,5; \\ t_{cp10} = 47,5; t_{cp11} = 52,5; t_{cp12} = 57,5; t_{cp13} = 62,5; t_{cp14} = 67,5; t_{cp15} = 72,5; t_{cp16} = 77,5; N = 45; m = 16.$$

Используя формулу (1.6), получим

$$m_t^* \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m n_i \cdot t_{сд.i} = \frac{1 \cdot 2,5 + 5 \cdot 7,5 + 8 \cdot 12,5 + 2 \cdot 17,5 + 5 \cdot 22,5 + 6 \cdot 27,5 + 4 \cdot 32,5 + \\ + 3 \cdot 37,5 + 0 \cdot 42,5 + 1 \cdot 47,5 + 0 \cdot 52,5 + 0 \cdot 57,5 + 3 \cdot 62,5 + 3 \cdot 67,5 + 3 \cdot 72,5 + 1 \cdot 77,5}{45} = \frac{1427,5}{45} = 31,7 \text{ ч.}$$

Задачи для самостоятельного решения

Задача 1.7. На испытание поставлено 100 однотипных изделий. За 4000 час. отказало 50 изделий. За интервал времени 4000 - 4100 час. отказало ещё 20 изделий. Требуется определить $f^*(t), \lambda^*(t)$ при $t=4000$ час.

Задача 1.8. На испытание поставлено 100 однотипных изделий. За 4000 час. отказало 50 изделий. Требуется определить $p^*(t)$ и $q^*(t)$ при $t=4000$ час.

Задача 1.9. В течение 1000 час из 10 гироскопов отказало 2. За интервал времени 1000 - 1100 час. отказал еще один гироскоп. Требуется определить $f^*(t), \lambda^*(t)$ при $t=1000$ час.

Задача 1.10. На испытание поставлено 1000 однотипных электронных ламп. За первые 3000 час. отказало 80 ламп. За интервал времени 3000 - 4000 час. отказало еще 50 ламп. Требуется определить $p^*(t)$ и $q^*(t)$ при $t=4000$ час.

Задача 1.11. На испытание поставлено 1000 изделий. За время $t=1300$ час. вышло из строя 288 штук изделий. За последующий интервал времени 1300-1400 час. вышло из строя еще 13 изделий. Необходимо вычислить $p^*(t)$ при $t=1300$ час. и $t=1400$ час.; $f^*(t), \lambda^*(t)$ при $t=1300$ час.

Задача 1.12. На испытание поставлено 45 изделий. За время $t=60$ час. вышло из строя 35 штук изделий. За последующий интервал времени 60-65 час. вышло из строя еще 3 изделия. Необходимо вычислить $p^*(t)$ при $t=60$ час. и $t=65$ час.; $f^*(t), \lambda^*(t)$ при $t=60$ час.

Задача 1.13. В результате наблюдения за 45 образцами радиоэлектронного оборудования, которые прошли предварительную 80-часовую приработку, получены данные до первого отказа всех 45 образцов, сведенные в табл.1.2. Необходимо определить m_T^* .

Таблица 1.2.

$\Delta t_i, \text{час.}$	n_i	$\Delta t_i, \text{час.}$	n_i	$\Delta t_i, \text{час.}$	n_i
0-10	19	30-40	3	60-70	1
10-20	13	40-50	0	—	—
20-30	8	50-60	1	—	—

Задача 1.14. На испытание поставлено 8 однотипных изделий. Получены следующие значения t_i (t_i - время безотказной работы i -го изделия):

$t_1=560\text{час.}; t_2=700\text{час.}; t_3=800\text{час.}; t_4=650\text{час.}; t_5=580\text{час.}; t_6=760\text{час.}; t_7=920\text{час.}; t_8=850\text{час.}$

Определить статистическую оценку среднего времени безотказной работы изделия.

Задача 1.15. За наблюдаемый период эксплуатации в аппаратуре было зарегистрировано 6 отказов. Время восстановления составило: $t_1=15\text{мин.}; t_2=20\text{мин.}; t_3=10\text{мин.};$

$t_4=28\text{мин.}; t_5=22\text{мин.}; t_6=30\text{мин.}$

Требуется определить среднее время восстановления аппаратуры $m_{Tв}^*$.

Задача 1.16. На испытание поставлено 1000 изделий. За время $t=11000$ час. вышло из строя 410 изделий. В последующий интервал времени 11000-12000 час. вышло из строя еще 40 изделий. Необходимо вычислить $p^*(t)$ при $t=11000$ час. и $t=12000$ час., а также $f^*(t)$, $\lambda^*(t)$ при $t=11000$ час.