

Лекция 8

СТРУКТУРНАЯ НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ (2)

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Обеспечение требуемого уровня надежности технических систем требует проведения широкого комплекса мероприятий, выполняемых на стадиях проектирования, изготовления и эксплуатации.

Анализ расчетных зависимостей для определения основных характеристик надежности систем различных типов показывает, что надежность системы в первую очередь зависит от ее структуры (структурно-логической схемы), надежности элементов и большого числа технологических и эксплуатационных факторов.

Поэтому для сложных технических систем возможны различные методы повышения надежности.

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Для достижения высоких показателей надежности технической системы в первую очередь необходимо проанализировать возможность повышения надежности ее элементов. Эффект увеличения надежности системы тем значительнее, чем сложнее система и чем больше в ней элементов. Однако чаще всего более надежные элементы имеют большие габариты и массу, более сложную собственную структуру и, как правило, более высокую стоимость.

Кроме того, осуществление некоторых методов повышения надежности элементов требует проведения сложных конструктивных, технологических, эксплуатационных и организационных мероприятий.

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Поэтому в каждом конкретном случае необходимо соотнести полезный эффект от повышения надежности элемента с затратами на ее осуществление.

Часто, однако, использование методов повышения надежности элементов не дает значительного эффекта или неосуществимо по различным причинам.

В этих случаях повышение надежности технической системы возможно только в результате изменения ее структурной схемы.

Для ряда технических систем возможно повышение надежности за счет сокращения числа элементов.

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Например, для системы с последовательным соединением десяти элементов при $p = 0,99$ уменьшение числа элементов в два раза уменьшает вероятность ее отказа также примерно в два раза (с 9,6 % до 4,9 %).

Сокращение числа элементов может достигаться за счет упрощения структуры технической системы или совмещения функций нескольких элементов в одном. Однако такой способ повышения надежности системы имеет очень ограниченное применение.

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Перестройка структуры технической системы с целью повышения ее надежности, как правило, означает изменение ее функциональной и конструктивной схемы (за исключением структурного резервирования) и возможно лишь в исключительных случаях.

Если конструктивные, технологические, эксплуатационные и организационные мероприятия по повышению надежности системы за счет повышения надежности ее элементов не дают желаемого эффекта или неосуществимы, могут использоваться различные способы резервирования.

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Резервирование - применение дополнительных средств и возможностей с целью сохранения работоспособного состояния объекта при отказе одного или нескольких элементов.

К дополнительным средствам и возможностям относятся функциональные, алгоритмические, программные и информационные резервы, использование избытка времени, запасов нагрузочной способности и т.д., а также введение в структуру схемы резервных элементов. В соответствии с этим различаются несколько видов резервирования.

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Временное резервирование - (с применением резервов времени) реализуется с использованием следующих приемов:

- ✓ увеличение расчетного времени функционирования для выполнения поставленной задачи или выпуска заданного количества продукции;
- ✓ разработка оборудования на большее, чем расчетное, значение производительности;
- ✓ введение в структуру системы промежуточных накопителей;
- ✓ обеспечение функциональной инерционности элементов системы.

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Временное резервирование может обеспечить безостановочную работу системы при отказе некоторых элементов на время, необходимое для восстановления (замены). Не изменяя вероятности безотказной работы, временное резервирование улучшает комплексные показатели надежности.

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Информационное резервирование (с применением резервов информации) используется в объектах, в которых возникновение отказа приводит к потере или искажению обрабатываемой или передаваемой информации (системы контроля, управления, вычислительная техника и т.д.).

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Используются следующие приемы информационного резервирования:

- ✓ многократная передача информации по одному каналу;
- ✓ параллельная передача информации по нескольким каналам;
- ✓ замена полной информации кодированной.

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Функциональное резервирование предусматривает использование способности элементов выполнять дополнительные избыточные функции (например, резервирование нескольких специализированных станков одним универсальным).

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Нагрузочное резервирование заключается в обеспечении оптимальных запасов способности элементов выдерживать действующие на них нагрузки или введении в объект дополнительных защитных или разгружающих элементов для защиты основных элементов от нагрузок (например, использование коэффициентов запаса прочности, использование предохранительных устройств).

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Структурное резервирование (с применением резервных элементов) осуществляется путем введения в структуру объекта дополнительных элементов, выполняющих функции основных в случае их отказа.

Классификация различных способов структурного резервирования осуществляется по следующим признакам:

по схеме включения резерва:

- ✓ общее резервирование, при котором резервируется объект в целом;
- ✓ отдельное резервирование, при котором резервируются отдельные элементы или их группы;

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Классификация способов структурного резервирования

по однородности резервирования:

- ✓ однородное резервирование, при котором используется один способ резервирования;
- ✓ смешанное резервирование, при котором сочетаются различные виды резервирования;

по способу включения резерва:

- ✓ постоянное резервирование, при котором при отказе элемента перестройки структуры системы не происходит;
- ✓ динамическое резервирование, при котором при отказе элемента происходит перестройка структуры системы;

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Классификация способов структурного резервирования

по способу включения резерва:

- ✓ резервирование замещением, при котором функции основного элемента передаются резервному только после отказа основного;
- ✓ скользящее резервирование, при котором несколько основных элементов резервируются одним или несколькими резервными, каждый из которых может заменить любой основной;
- ✓ фиксированное резервирование, при котором каждый резервный элемент закреплен за одним из основных;

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Классификация способов структурного резервирования

по способу включения резерва:

- ✓ скользящее резервирование, при котором несколько основных элементов резервируются одним или несколькими резервными, каждый из которых может заменить любой основной;
- ✓ фиксированное резервирование, при котором каждый резервный элемент закреплен за одним из основных;

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Классификация способов структурного резервирования

по восстановлению работоспособности отказавших элементов:

- ✓ резервирование с восстановлением (восстанавливаемый резерв), при котором работоспособность отказавших резервных элементов восстанавливается без прекращения функционирования всей системы;
- ✓ резервирование без восстановления (невосстанавливаемый резерв), при котором работоспособность элементов не восстанавливается;

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Классификация способов структурного резервирования

по состоянию резерва:

- ✓ нагруженное («горячее») резервирование (нагруженный резерв), при котором резервные элементы находятся в режиме основного элемента;
- ✓ облегченное («теплое») резервирование (облегченный резерв), при котором резервные элементы находятся в менее нагруженном режиме по сравнению с основным;
- ✓ ненагруженное («холодное») резервирование (ненагруженный резерв), при котором резервные элементы до начала выполнения ими функций основного элемента находятся в ненагруженном режиме.

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Основной характеристикой структурного резервирования является *кратность* - отношение числа резервных элементов к числу основных, выраженное несокращенной дробью. Резервирование одного основного элемента одним резервным (с кратностью 1:1) называется *дублированием*.

Практически любой вид структурного резервирования сводится к замене одного или группы последовательно соединенных элементов группой с параллельным соединением.

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Как уже отмечалось, даже при высокой надежности элементов надежность системы с последовательным соединением оказывается низкой и не превышает надежности самого ненадежного элемента и даже из высоконадежных элементов нельзя создать высоконадежную систему с последовательным соединением. Структурное резервирование позволяет преодолеть это ограничение - увеличивая число резервных элементов, можно создать систему со сколь угодно высокой надежностью.

Структурная надежность систем

Методы повышения структурной надежности систем

Повышение надежности в результате резервирования или другой модернизации можно оценить по *коэффициенту выигрыша надежности* - отношению значений показателей надежности до и после преобразования.

В общем случае при выборе элемента (или группы элементов) для повышения надежности или резервирования необходимо исходить из условия обеспечения максимального эффекта.

В качестве критерия эффективности могут использоваться как конструктивные, технологические, производственные или экономические показатели, так и показатели надежности.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Структурное резервирование является одним из основных методов повышения надежности технических систем, который позволяет существенно повышать вероятность безотказной работы.

Расчет количественных характеристик надежности систем с резервированием отдельных элементов или групп элементов определяется видом резервирования. Ниже описаны некоторые методы расчета систем с резервированием для самых распространенных случаев.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Следует отметить, что все основные зависимости получены без учета надежности переключающих устройств, обеспечивающих перераспределение нагрузки между основными и резервными элементами (т.е. для случаев «*идеальных*» переключателей). В реальных условиях при резервировании введение переключающих устройств в структурную схему часто приходится учитывать и расчет системы производить с учетом их надежности.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Нагруженное резервирование

Расчет систем с *нагруженным резервированием* без восстановления осуществляется по формулам последовательного и параллельного соединений элементов аналогично расчету комбинированных систем. При этом считается, что отказ резервной группы, состоящей из основного и резервных элементов, произойдет тогда, когда откажет ее последний элемент, и резервные элементы работают в режиме основных как до, так и после их отказа, поэтому надежность резервных элементов не зависит от момента их перехода из резервного в основное состояние.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Нагруженное резервирование

Вероятность безотказной работы и вероятность отказа системы или части системы, состоящей из n элементов (одного основного и $n - 1$ резервного), без учета надежности переключателей рассчитываются по формулам для параллельного соединения элементов:

$$Q = q_1 q_2 \cdots q_n = \prod_{i=1}^n q_i,$$

$$P = 1 - Q = 1 - q_1 q_2 \cdots q_n = 1 - \prod_{i=1}^n q_i = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i) \quad (8.1)$$

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Нагруженное резервирование

или для одинаковых элементов

$$Q = q^n, \quad P = 1 - (1 - p)^n. \quad (8.2)$$

Формулы (8.2) легко разрешаются относительно любой входящей в них величины. Так, число резервных элементов, которое обеспечит минимальную заданную вероятность безотказной работы системы P_{min} при известной вероятности безотказной работы элементов p , можно получить из формулы (8.2):

$$\begin{aligned} 1 - (1 - p)^n \geq P_{min} &\rightarrow n \cdot \ln(1 - p) \leq \ln(1 - P_{min}) \rightarrow \\ &\rightarrow n \geq \frac{\ln(1 - P_{min})}{\ln(1 - p)} \end{aligned} \quad (8.3)$$

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Нагруженное резервирование

Если, наоборот, требуется определить минимальную надежность элементов, которые при заданном числе элементов n обеспечат заданную надежность системы, то

$$\begin{aligned} P = 1 - (1 - p)^n \geq P_{min} &\rightarrow (1 - p)^n \leq 1 - P_{min} \rightarrow \\ \rightarrow p \geq 1 - \sqrt[n]{1 - P_{min}}. & \end{aligned} \quad (8.4)$$

Для высоконадежных элементов ($q_i \ll 1$) при экспоненциальном законе

$$q_i = 1 - \exp(-\lambda_i t) \approx 1 - (1 - \lambda_i t) = \lambda_i t \quad (8.5)$$

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Нагруженное резервирование

для расчета системы с нагруженным резервированием можно воспользоваться приближенной формулой

$$Q = q_1 q_2 \cdots q_n \approx \lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n t^n = t^n \prod_{i=1}^n \lambda_i \quad (8.6)$$

или для равнонадежных элементов

$$Q \approx (\lambda t)^n \quad (8.7)$$

Формулы (7.28) и (7.29) дают верхнюю оценку вероятности отказа с погрешностью не более

$$\frac{(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)t}{2}.$$

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Нагруженное резервирование

Для определения средней наработки можно воспользоваться формулой для системы с параллельным соединением элементов

$$T = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} = t \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} \quad (8.8)$$

или (при больших значениях n) приближенной формулой

$$T \approx t \left(\ln n + \frac{1}{2n} + C \right), \quad (8.9)$$

где $C = 0,577216$ – постоянная Эйлера.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Ненагруженное резервирование

При *ненагруженном резервировании* (резервировании замещением) резервные элементы включаются в работу при отказе основного, затем первого резервного и т.д., поэтому надежность элементов в каждый момент времени зависит от момента их перехода из резервного состояния в основное. При этом считается, что замена отказавшего элемента резервным происходит мгновенно, отказ системы произойдет тогда, когда откажет последний элемент, в нерабочем состоянии элемент не может отказать и его надежность не изменяется.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Ненагруженное резервирование

Ненагруженное резервирование встречается довольно часто, т.к. оно аналогично замене отказавших элементов (деталей, узлов или агрегатов) на запасные.

Если элементы до включения абсолютно надежны, то для системы из n элементов (одного основного и $n - 1$ резервного) при $q_i < 0,1$

$$Q \approx \frac{1}{n!} \prod_{i=1}^n q_i, \quad P \approx 1 - \frac{1}{n!} \prod_{i=1}^n (1 - p_i), \quad (8.10)$$

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Ненагруженное резервирование

т.е. вероятность отказа при резервировании замещением в $n!$ раз меньше, чем при нагруженном резервировании. Для идентичных по надежности основного и резервных элементов

$$Q \approx \frac{q^n}{n!}, \quad P \approx 1 - \frac{1}{n!} (1 - p)^n. \quad (8.11)$$

Если интенсивности отказов основного и резервных элементов постоянны (т.е. надежность подчиняется экспоненциальному закону), то

$$P = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{(\lambda t)^i}{i!} \exp(-\lambda t). \quad (8.12)$$

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Ненагруженное резервирование

При ненагруженном резервировании средняя наработка на отказ

$$T = \sum_{i=1}^n t_i \quad (8.13)$$

или для идентичных по надежности элементов

$$T = nt,$$

т.е. ненагруженное резервирование позволяет увеличить среднюю наработку в n раз по сравнению с одиночным элементом.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Ненагруженное резервирование

Выигрыш надежности по средней наработке по отношению к нагруженному резерву

$$G_T = \frac{T_{\text{нн}}}{T_{\text{н}}} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{i}} \approx \frac{n}{\ln n + \frac{1}{2n} + C}. \quad (8.14)$$

Следовательно, выигрыш надежности по средней наработке G_T при ненагруженном резерве тем больше, чем больше кратность резервирования: например, при $n = 2$ $G_T \approx 1,3$, а при $n = 10$ $G_T \approx 3,4$.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Облегченное резервирование

Облегченное резервирование используется в технических системах при большой инерционности процессов перехода элементов из резервного в основной режим в случаях, когда использовать нагруженное резервирование нецелесообразно из-за недостаточного выигрыша в надежности. При этом считается, что замена отказавшего элемента резервным происходит мгновенно, отказ резервной группы произойдет тогда, когда откажет ее последний элемент, и в состоянии резерва (в облегченном режиме) элемент может отказать и его надежность изменяется.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Облегченное резервирование

Очевидно, облегченный резерв занимает промежуточное положение между нагруженным и ненагруженным.

Точные формулы для расчета надежности системы при облегченном резервировании даже с идеальными переключателями довольно громоздки, однако при экспоненциальном законе распределения характеристик надежности элементов можно воспользоваться приближенной формулой

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Облегченное резервирование

$$\begin{aligned} P &= \frac{t^n}{n!} \lambda (\lambda + \lambda_0) (\lambda + 2\lambda_0) \cdots [\lambda + (n - 1)\lambda_0] = \\ &= \frac{t^n}{n!} \prod_{i=0}^{n-1} (\lambda + i\lambda_0), \end{aligned} \quad (8.15)$$

где λ_0 - интенсивность отказов элементов в облегченном режиме.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Скользящее резервирование

Скользящее резервирование используется для резервирования нескольких одинаковых (или взаимозаменяемых) элементов системы одним или несколькими резервными, причем резервирование может быть как нагруженным, так и ненагруженным. Отказ системы произойдет, если число отказавших основных элементов превысит число резервных.

При *нагруженном скользящем резервировании* с идеальными переключателями расчет надежности системы аналогичен расчету систем типа «*m* из *n*».

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Скользящее резервирование

Если интенсивности отказов основных и резервных элементов постоянны и одинаковы, то вероятность безотказной работы системы, содержащей n основных и m резервных элементов, в режиме нагруженного резерва можно определить по формуле

$$P = \sum_{k=0}^m C_{n+m}^k p^{n+m-k} (1-p)^k. \quad (8.16)$$

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Скользящее резервирование

Если вероятность безотказной работы элементов подчиняется экспоненциальному закону, то можно рассчитать и среднюю наработку системы:

$$T = \frac{1}{n\lambda} + \frac{1}{(n+1)\lambda} + \dots + \frac{1}{(n+m)\lambda} = \frac{1}{\lambda} \sum_{k=n}^{n+m} \frac{1}{k}. \quad (8.17)$$

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Скользящее резервирование

При *ненагруженном скользящем резервировании* в общем случае характеристики надежности системы выражаются сложными формулами. Однако если интенсивности отказов основного и резервных элементов постоянны и одинаковы, т.е. вероятность безотказной работы элементов подчиняется экспоненциальному закону, то вероятность безотказной работы системы, содержащей n основных и m резервных элементов, в режиме ненагруженного резерва можно определить по формуле Пуассона

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Скользящее резервирование

$$P = \sum_{k=0}^m \frac{(n\lambda t)^k}{k!} \exp(-n\lambda t). \quad (8.18)$$

Так как при ненагруженном скользящем резервировании суммарная интенсивность отказов равна $n\lambda$ и отказ системы произойдет в момент отказа $(m+1)$ -го элемента, то средняя наработка системы

$$T = \frac{m + 1}{n\lambda}. \quad (8.19)$$

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Оптимизация структурного резервирования

Структурное резервирование позволяет повысить надежность технической системы практически до любого уровня. Однако на практике часто возможности резервирования ограничиваются имеющимися ресурсами (например, числом элементов или их стоимостью, весом или объемом объекта и т.д.). Поэтому чаще всего ставится задача не максимального увеличения надежности, а обеспечение максимально возможной или достижение заданной надежности системы при минимальных или предельно допустимых затратах, т.е. оптимизация надежности.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Оптимизация структурного резервирования

Задачи оптимального резервирования отличаются большим разнообразием по постановке, числу и виду наложенных ограничений, однако, как правило, все они сводятся к задачам двух типов: определению числа резервных элементов, обеспечивающих заданную надежность при минимальном расходовании ресурсов (*прямая основная задача оптимизации*), или обеспечивающих максимальную надежность системы при ограниченных ресурсах (*обратная основная задача оптимизации*).

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Оптимизация структурного резервирования

При этом в качестве показателей надежности могут использоваться вероятность безотказной работы, коэффициент готовности, средняя наработка и другие характеристики, а в качестве ресурса - стоимость, масса, габаритные размеры или число элементов.

При отсутствии ограничивающих факторов решение задачи оптимального структурного резервирования сводится, как правило, к определению элемента или элементов, резервирование которых дает максимальное увеличение показателей надежности или коэффициента выигрыша надежности.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Оптимизация структурного резервирования

Для систем с последовательным соединением элементов для этой цели выбирается самый ненадежный элемент, для систем с более сложной структурой применяются различные методы анализа, в том числе в первую очередь - аналитические.

Кроме того, простейшие задачи оптимального резервирования часто возникают при проектировании промышленного оборудования и технологических линий, когда требуется из нескольких возможных вариантов конструктивного или технологического решения выбрать наилучший (оптимальный).

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Оптимизация структурного резервирования

В этих случаях, как правило, приходится рассчитывать и анализировать все возможные варианты, сравнивать их между собой.

Наличие ограничений усложняет задачу оптимизации и для ее решения применяются более сложные и трудоемкие методы: метод простого перебора, метод неопределенных множителей Лагранжа, градиентные методы (метод наискорейшего покоординатного спуска), метод максимального элемента, метод динамического программирования, метод ветвей и границ и др.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Оптимизация структурного резервирования

Метод простого перебора сводится к расчету и сравнению друг с другом всех возможных в рамках наложенных ограничений вариантов резервирования, из которых затем выбирается оптимальный. При большом числе вариантов и для схем со сложной структурой и большим количеством элементов этот метод становится очень трудоемким и требует слишком большого объема вычислений.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Оптимизация структурного резервирования

Метод неопределенных множителей Лагранжа при решении задач структурной оптимизации достаточно прост и удобен. Однако в более сложных случаях (например, при ненагруженном или облегченном резервировании, при наличии нескольких ограничений и т.д.) его использование не всегда позволяет найти аналитическое решение и поэтому для этого часто приходится использовать численные методы, из-за чего преимущества метода множителей Лагранжа теряются.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Оптимизация структурного резервирования

В этих случаях может быть целесообразно воспользоваться *методом наискорейшего спуска*, хорошо приспособленным для нахождения целочисленных решений.

Нахождение оптимальной структуры резервированной системы по методу наискорейшего спуска представляет собой многошаговый процесс, на каждом шаге которого добавляется резервный элемент, который обеспечит наибольшее удельное приращение надежности в расчете на единицу затрат.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Оптимизация структурного резервирования

Процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнуто требуемое значение вероятности безотказной работы или другой характеристики надежности (при решении прямой задачи оптимизации), или не будет достигнута предельная стоимость технической системы (при решении обратной задачи оптимизации). В качестве начального может рассматриваться как исходное состояние системы, так и какое-либо приближенное к оптимальному, выбранное по дополнительным соображениям исходя из конкретных условий задачи.

Структурная надежность систем

Надежность систем с резервированием

Оптимизация структурного резервирования

Модификацией метода наискорейшего спуска является метод *максимального элемента*, который используется при решении комплексных задач оптимизации показателей надежности сложных систем.

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Для нерезервированных систем восстановление отказавших элементов не изменяет значения вероятности безотказной работы, но приводит к повышению комплексных показателей надежности (например, коэффициента готовности). При резервировании восстановление является одним из действенных методов повышения надежности в целом, в том числе и вероятности безотказной работы.

Для расчета надежности системы с восстановлением чаще всего используется топологический метод с построением графа состояний.

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Граф состояний технической системы

Граф состояний технической системы (граф переходов)

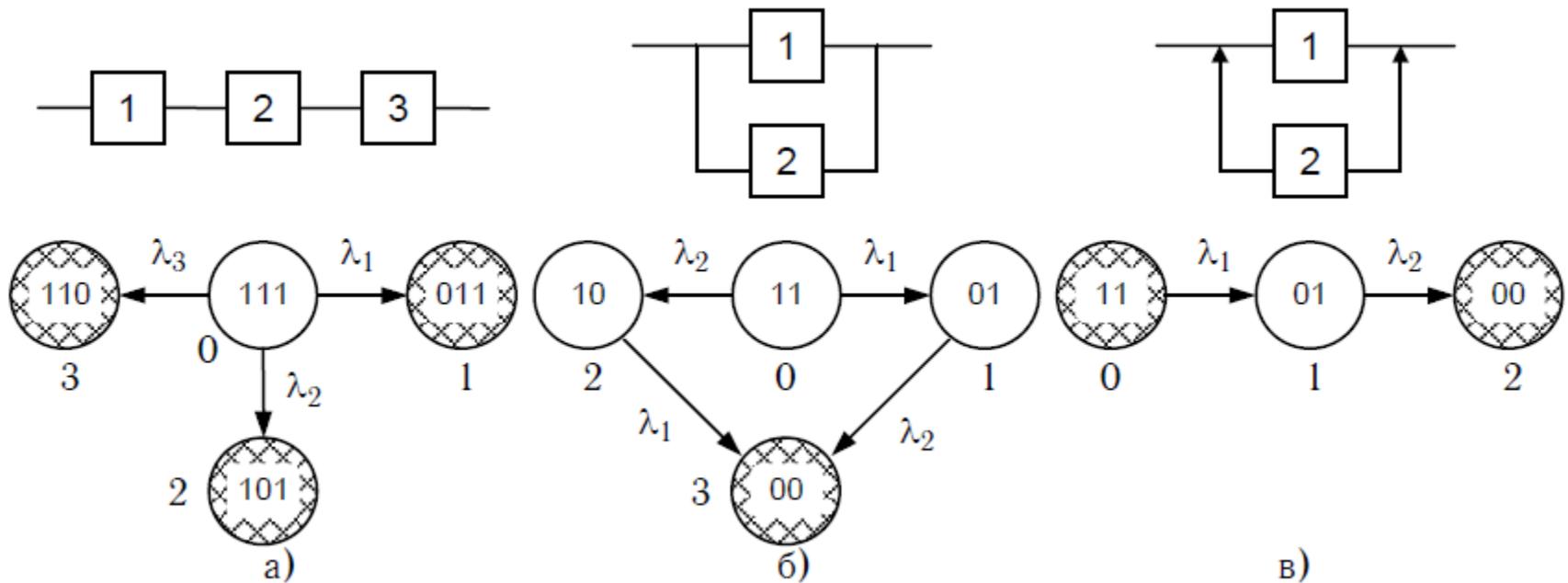
- одна из графических форм математической модели надежности технической системы, в которой возможные состояния системы изображаются в виде точек (*вершин графа*), а возможные направления переходов из одного состояния в другое - в виде стрелок, соединяющих вершины (*ребер графа*).

На рисунке (следующий слайд) представлены типовые графы состояний наиболее часто встречающихся соединений элементов: последовательного, параллельного (или нагруженного резерва) и ненагруженного резерва.

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Граф состояний технической системы



Типовые графы состояний технических систем:
последовательного (а) и параллельного соединений (б),
ненагруженного резерва (в)

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Граф состояний технической системы

Вершины графа обозначены кодом, в котором число знаков равно числу элементов, место знака соответствует номеру элемента, работоспособное состояние элемента обозначено цифрой 1, неработоспособное (отказ) - 0. Около ребер графа указаны интенсивности переходов из состояния в состояние (интенсивности отказов элементов).

Неработоспособные состояния системы выделены штриховкой.

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Граф состояний технической системы

При построении графа состояний необходимо руководствоваться следующими основными правилами:

- ✓ построение начинается с состояния, в котором все элементы системы работоспособны, этой вершине, как правило, присваивается номер 0;
- ✓ каждое последующее состояние получается из предыдущего при отказе одного из элементов системы;

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Граф состояний технической системы

- ✓ количество последующих состояний равно количеству элементов, которые могут отказать в предыдущем состоянии (считается, что неработающие и неработоспособные элементы отказать не могут);
- ✓ состояния, совпадающие по сочетанию состояний элементов, объединяются в одну вершину графа;
- ✓ новые состояния (вершины графа) добавляются до тех пор, пока все состояния не станут неработоспособными;

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Граф состояний технической системы

- ✓ все неработоспособные состояния системы являются конечными вершинами графа (считается, что неработоспособная система уже не может отказать), такие состояния и соответствующие им вершины графа для систем без восстановления называются *поглощающими*.

При построении графа состояний целесообразно воспользоваться методом декомпозиции и предварительно построить графы подсистем, в том числе подсистем с резервированием.

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Граф состояний технической системы

Очевидно, при нагруженном резервировании так же, как и при параллельном соединении элементов, все пути графа подсистемы сходятся к одному конечному состоянию, соответствующему отказу всех элементов подсистемы, а конечные состояния графа основной подсистемы являются начальными состояниями для подсистемы, находящейся в ненагруженном резерве.

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Расчет надежности систем с восстановлением

При расчете надежности систем с восстановлением с использованием графов состояний необходимо учитывать некоторые особенности системы. В зависимости от назначения и режима применения системы к ней могут предъявляться различные требования. Например, если после включения система должна безотказно работать заданное время и перерывы в работе недопустимы, то для таких систем рассчитывается вероятность непрерывной безотказной работы (условная вероятность безотказной работы).

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

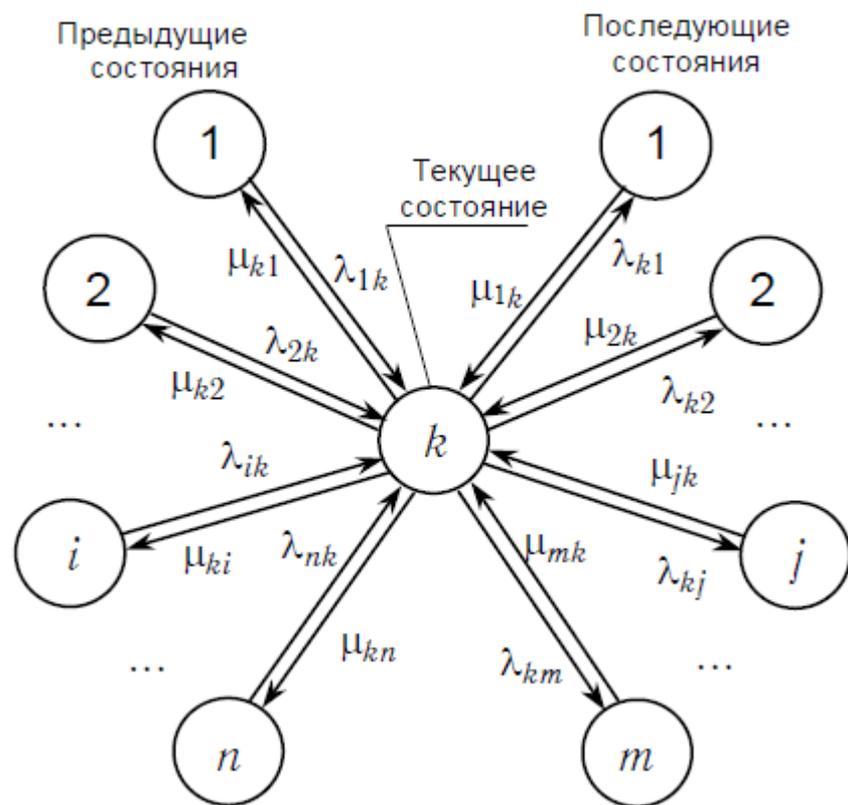
Расчет надежности систем с восстановлением

При этом возможность обратных переходов из неработоспособных (*поглощающих*) состояний в работоспособные не рассматривается. Если же перерывы в работе системы для восстановления элементов допускаются, но вероятность застать систему в работоспособном состоянии в заданный момент времени должна быть достаточно высокой (т.е. большое значение имеет готовность системы к функционированию), то для таких систем определяются коэффициенты готовности или коэффициент оперативной готовности.

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Расчет надежности систем с восстановлением



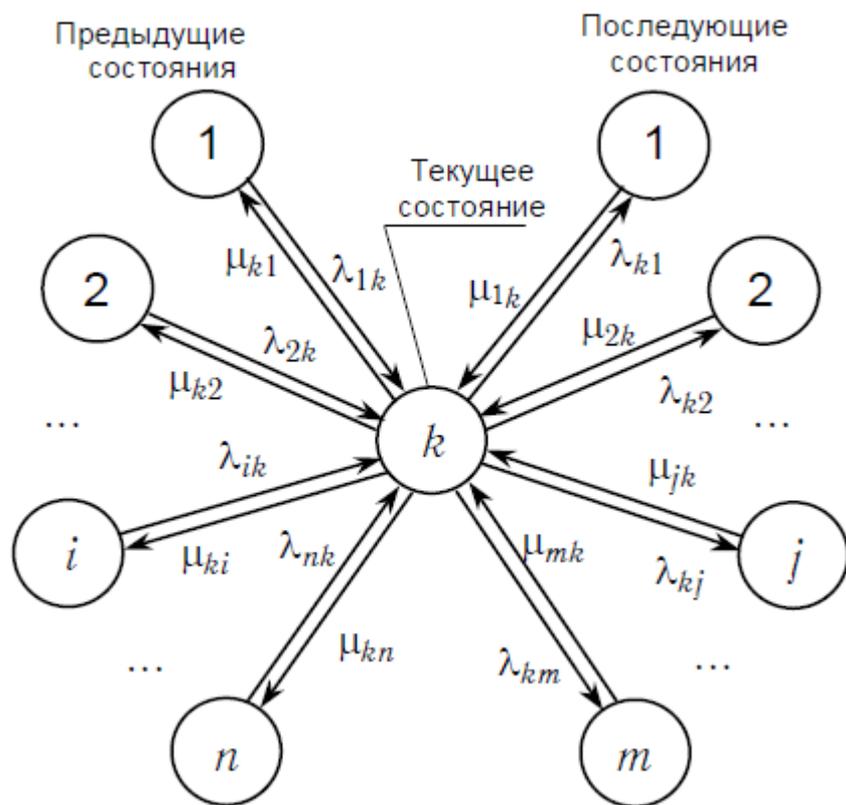
При этом допускается возможность обратных переходов из неработоспособных (в данном случае *отражающих*) состояний в работоспособные.

Пусть для системы известны вероятности всех состояний в момент времени t .

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Расчет надежности систем с восстановлением

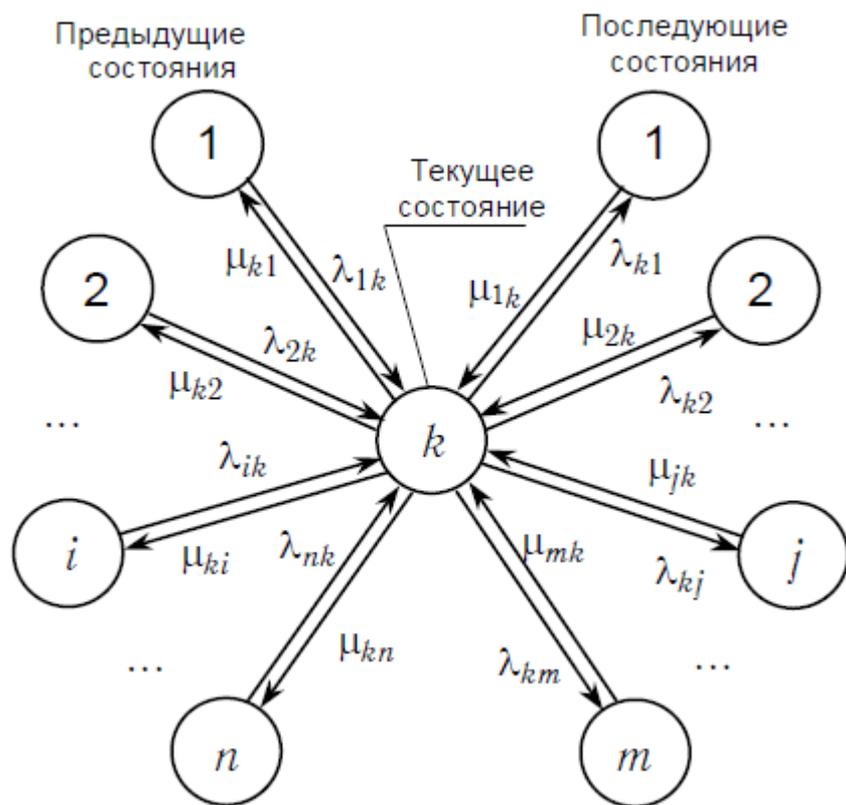


Рассмотрим изменение состояния системы через малый промежуток времени Δt , настолько малый, что вероятность того, что в течение этого времени произойдет более одного события (отказа или восстановления элемента) пренебрежимо мала.

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Расчет надежности систем с восстановлением



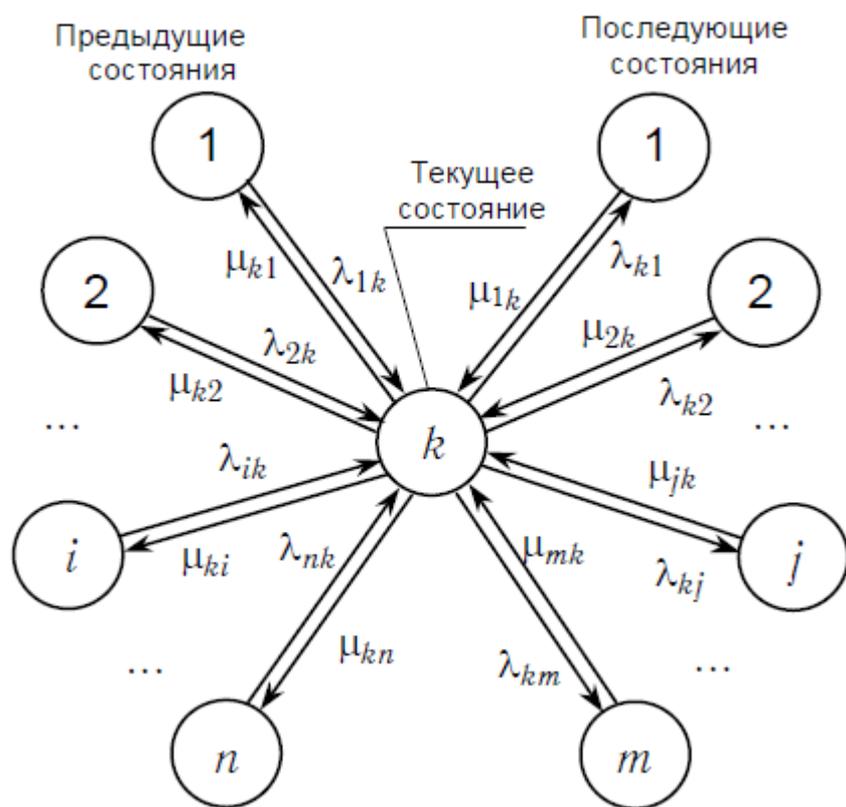
В момент времени $t+\Delta t$ система может находиться в k -м состоянии только в одном из следующих случаев:

1) В момент t система находилась в одном из предыдущих состояний i ($i=1,2,\dots,n$), и в течение времени Δt отказал один из элементов, т.е. произошел один из переходов $i \rightarrow k$.

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Расчет надежности систем с восстановлением



Если надежность элементов подчиняется экспоненциальному закону, то вероятность каждого такого перехода

$$p_{ik}(t, t + \Delta t) = q_i(\Delta t) = 1 - \exp(-\lambda_{ik}\Delta t) \approx \lambda_{ik}\Delta t, \quad (8.20)$$

где q_i и λ_{ik} - вероятность и интенсивность отказов элемента, работоспособность которого определяет прямой переход из i -го состояния в k -е.

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Расчет надежности систем с восстановлением

2) В момент t система находилась в одном из последующих состояний j ($j=1,2,\dots,m$), и в течение времени Δt был восстановлен один элемент, т.е. произошел один из обратных переходов $j \rightarrow k$. Если процесс восстановления подчиняется экспоненциальному закону, то вероятность такого перехода

$$\begin{aligned} p_{jk}(t, t + \Delta t) &= p_{vj}(\Delta t) = 1 - \exp(-\mu_{jk}\Delta t) \approx \\ &\approx 1 - (1 - \mu_{jk}\Delta t) = \mu_{jk}\Delta t, \end{aligned} \quad (8.21)$$

где p_{vj} и μ_{jk} - вероятность и интенсивность восстановления элемента, работоспособность которого определяет обратный переход из j -го состояния в k -е.

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Расчет надежности систем с восстановлением

3) В момент времени t система уже находилась в k -м состоянии, и в течение времени Δt ни один из работоспособных элементов не отказал и ни один из отказавших не был восстановлен, т.е. не состоялись ни прямые ($i \rightarrow k, i=1,2,\dots,n$), ни обратные ($j \rightarrow k, j=1,2,\dots,m$) переходы. Вероятности этих событий, соответственно:

$$\begin{aligned} \bar{p}_{ik}(t, t + \Delta t) &= 1 - p_{ik}(t, t + \Delta t) = 1 - q_i(\Delta t) = \\ &= 1 - [1 - \exp(-\lambda_{ik}\Delta t)] \approx 1 - \lambda_{ik}\Delta t, \end{aligned} \quad (8.22)$$

$$\begin{aligned} \bar{p}_{jk}(t, t + \Delta t) &= 1 - p_{jk}(t, t + \Delta t) = 1 - p_{Bj}(\Delta t) = \\ &= 1 - [1 - \exp(-\mu_{jk}\Delta t)] \approx 1 - \mu_{jk}\Delta t. \end{aligned} \quad (8.23)$$

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Расчет надежности систем с восстановлением

Здесь q_i и λ_{ik} - вероятность и интенсивность отказов элемента, работоспособность которого определяет прямой переход $i \rightarrow k$, p_{vj} и μ_{jk} - вероятность и интенсивность восстановлений элемента, работоспособность которого определяет обратный переход $j \rightarrow k$.

Чтобы в момент $t + \Delta t$ система оказалась в k -м состоянии, необходимо, чтобы либо состоялся переход первого или второго вида, либо не состоялся ни один из переходов третьего вида.

$$\begin{aligned}
 & \approx \sum_{i=1}^n P_i(t) \lambda_{ik} \Delta t + \sum_{j=1}^m P_j(t) \mu_{jk} \Delta t + P_k(t) \left[\prod_{j=1}^m (1 - \lambda_{kj} \Delta t) \prod_{i=1}^n (1 - \mu_{ki} \Delta t) \right] \approx \\
 & \approx \Delta t \sum_{i=1}^n \lambda_{ik} P_i(t) + \Delta t \sum_{j=1}^m \mu_{jk} P_j(t) + P_k(t) \left(1 - \Delta t \sum_{j=1}^m \lambda_{kj} \right) \left(1 - \Delta t \sum_{i=1}^n \mu_{ki} \right) \approx \\
 & \approx \Delta t \sum_{i=1}^n \lambda_{ik} P_i(t) + \Delta t \sum_{j=1}^m \mu_{jk} P_j(t) + P_k(t) \left(1 - \Delta t \sum_{j=1}^m \lambda_{kj} - \Delta t \sum_{i=1}^n \mu_{ki} \right), \quad (5.97) \text{ЭЙ}
 \end{aligned}$$

(для третьего) вероятностей n -го столбца системы в момент времени $t + \Delta t$

Структурная надежность систем

Надежность систем с восстановлением

Расчет надежности систем с восстановлением

$$\begin{aligned} P_k(t + \Delta t) &= \\ &= \sum_{i=1}^n P_i(t) p_{ik}(t, t + \Delta t) + \sum_{j=1}^m P_j(t) p_{jk}(t, t + \Delta t) + P_k(t) \left[\prod_{j=1}^m \bar{p}_{kj}(t, t + \Delta t) \prod_{i=1}^n \bar{p}_{ki}(t, t + \Delta t) \right] \approx \\ &\approx \sum_{i=1}^n P_i(t) \lambda_{ik} \Delta t + \sum_{j=1}^m P_j(t) \mu_{jk} \Delta t + P_k(t) \left[\prod_{j=1}^m (1 - \lambda_{kj} \Delta t) \prod_{i=1}^n (1 - \mu_{ki} \Delta t) \right] \approx \\ &\approx \Delta t \sum_{i=1}^n \lambda_{ik} P_i(t) + \Delta t \sum_{j=1}^m \mu_{jk} P_j(t) + P_k(t) \left(1 - \Delta t \sum_{j=1}^m \lambda_{kj} \right) \left(1 - \Delta t \sum_{i=1}^n \mu_{ki} \right) \approx \\ &\approx \Delta t \sum_{i=1}^n \lambda_{ik} P_i(t) + \Delta t \sum_{j=1}^m \mu_{jk} P_j(t) + P_k(t) \left(1 - \Delta t \sum_{j=1}^m \lambda_{kj} - \Delta t \sum_{i=1}^n \mu_{ki} \right), \quad (5.97) \end{aligned}$$