

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в цепи постоянного тока

Рассмотрим участок проводника, по которому идет постоянный электрический ток. Если сопротивление участка есть R и электрическое напряжение на его концах равно U , то сила тока согласно закону Ома $I = U/R$. На перемещение зарядов электрическое поле затрачивает работу. Если отнести эту работу к единице заряда, то она равна U . Так как сила тока есть количество электричества, протекающее через сечение в единицу времени, то произведение IU дает работу, которую затрачивает поле на перемещение электричества в единицу времени. ²

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в цепи постоянного тока

IU есть мощность тока. Если ток постоянен, то вся эта работа переходит в тепло (так называемое джоулево тепло). Формулы для расчета теплового эффекта тока:

$$UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R .$$

Превращение работы электрического поля в тепло происходит в каждой точке проводника. Чтобы выразить это утверждение формулой, преобразуем закон Ома так, чтобы он относился не к участку, а к точке проводника.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в цепи постоянного тока

Вводя плотность тока $j = \frac{I}{S}$, где S — сечение проводника, заменяя выражение электрического напряжения на El и, наконец, выражая сопротивление через длину провода l и его сечение S , т.е. $R = \frac{1}{\lambda} \frac{l}{S}$, получим $j = \lambda E$.

Таким образом, можно утверждать, что плотность тока прямо пропорциональна напряженности электрического поля. Коэффициентом пропорциональности является удельная проводимость λ .

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в цепи постоянного тока

Направление тока полагаем в каждой точке совпадающим с направлением напряженности.

Формула

$$\vec{j} = \lambda \vec{E}$$

носит название *дифференциального закона Ома*. Ее надо рассматривать как эмпирический закон, обобщающий законы прохождения тока в проводниках. Обычная (интегральная) форма закона Ома является следствием этого уравнения.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в цепи постоянного тока

Выделим в проводнике бесконечно малый элемент объемом $d\tau$ в форме цилиндра с образующей dl вдоль силовых линий и площадкой основания dS , перпендикулярной к току. За единицу времени через сечение протекает количество электричества $j dS$, напряжение на концах элемента равно $E dl$. Следовательно, работа поля, затрачиваемая на перемещение электричества через этот объем, равна $j E d\tau$. Этой же формулой будет выражаться тепло, выделяемое внутри объема $d\tau$.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в цепи постоянного тока

Если нас интересует работа тока в небольшом объеме проводника, то последнее выражение надо проинтегрировать. Формула же

$$jE = \frac{j^2}{\lambda} = \lambda E^2$$

дает нам выражение работы тока (джоулева тепла), выделенного единицей объема проводника.

Итак, если рассматривать какой-либо участок проводящей цепи постоянного электрического тока, то энергетические превращения в нем сводятся к превращению работы поля в тепло.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в цепи постоянного тока

Однако картина меняется, если поинтересоваться энергетическим балансом в пределах всей замкнутой цепи постоянного тока. Работа электрических сил вдоль замкнутой кривой в случае постоянного поля равняется нулю, так как работа электрических сил, затрачиваемая на перенесение заряда по внешнему участку цепи, равна и противоположна по знаку работе, необходимой для переноса заряда по внутреннему участку цепи.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в цепи постоянного тока

Следовательно, выделение джоулева тепла в цепи постоянного тока происходит лишь за счет отдачи энергии источником тока — аккумулятором, электрической машиной и т.д., т.е. за счет энергии неэлектрического (как говорят иногда, «стороннего») происхождения. Роль электрического тока сводится лишь к «переносу» энергии от источника тока до места выделения тепла.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в цепи постоянного тока

Энергия, которую способен отдать источник, характеризуется электродвижущей силой $\mathcal{E}$, которая по определению измеряется работой, совершаемой при переносе единицы заряда вдоль замкнутого контура. Фактически сторонние силы производят эту работу лишь в коротких участках цепи, где заряду приходится двигаться против сил электрического поля.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в цепи постоянного тока

Мощность, выделяемая цепью постоянного тока, выразится формулой $I\varepsilon$. Это выражение можно отнести к единице объема в том случае, если полагать сторонние силы распределенными по объему. Тогда работа сторонних сил представится в виде

$$jE_{\text{стор}},$$

где $E_{\text{стор}}$ — «напряженность» сторонних сил.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в цепи постоянного тока

Обозначая работу сторонних сил через P , а выделяемое джоулево тепло — через Q , мы можем кратко выразить сущность электрических превращений в цепи постоянного тока формулой

$$P - Q = 0.$$

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в замкнутой цепи переменного тока

Протекание переменного тока неизбежно сопровождается индукционными явлениями. Действительно, переменной силе тока соответствует переменный магнитный поток Φ . Под Φ понимается число силовых линий, создаваемых рассматриваемой цепью тока и пронизывающих проводящий контур. В этом случае индукционные явления будут вызваны своим собственным магнитным потоком, откуда и название явления — *самоиндукция*.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в замкнутой цепи переменного тока

Так как Φ непрерывно меняется, в цепи тока в каждый момент времени, наряду со сторонней э.д.с., имеется э.д.с. индукции, равная

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Магнитный поток всегда пропорционален первой степени тока: $\Phi = LI$. Коэффициент L — это *индуктивность* цепи (другое название — *коэффициент самоиндукции*).

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в замкнутой цепи переменного тока

Значение L зависит от геометрических свойств цепи, от характера заполнения системы магнитными телами и не зависит от условий, в которых работает эта система проводов и магнитных тел. Таким образом, для э.д.с. самоиндукции имеет место равенство

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = -L \frac{dI}{dt}$$

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в замкнутой цепи переменного тока

Смысл знака минус в этой формуле сводится к следующему: э.д.с. индукции всегда направлена таким образом, чтобы противодействовать создавшему ее изменению тока. Это обстоятельство и обуславливает распространенную аналогию между явлением механической инерции и явлением самоиндукции.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в замкнутой цепи переменного тока

Закон Ома, связывающий э.д.с. и силу тока, остается в силе. Поэтому произведение силы тока на полное сопротивление цепи будет в каждый момент времени иметь значение

$$IR = \mathcal{E}_{\text{стор}} + \mathcal{E}_{\text{инд}} = \mathcal{E}_{\text{стор}} - L \frac{dI}{dt}.$$

Умножим обе части равенства на мгновенную силу тока. Получим энергетическое равенство такого вида:

$$I^2 R = I \mathcal{E}_{\text{стор}} + I \mathcal{E}_{\text{инд}} = I \mathcal{E}_{\text{стор}} - LI \frac{dI}{dt}.$$

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в замкнутой цепи переменного тока

Здесь $I\mathcal{E}_{\text{стор}} = P$ — работа сторонних сил, $I^2R = Q$ — джоулево тепло. Мы видим, что в цепи переменного тока равенство этих двух величин не имеет места.

Разность $P - Q$ равна в каждый момент времени

$LI \frac{dI}{dt}$, т.е. равна производной от $\frac{1}{2}LI^2$. Иными

словами, избыток работы сторонних сил над выделением джоулева тепла идет на приращение величины $\frac{1}{2}LI^2$. Наоборот, избыток выделяющегося

тепла над работой сторонних сил происходит за счет величины $\frac{1}{2}LI^2$.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в замкнутой цепи переменного тока

Уравнение

$$P - Q = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} LI^2 \right)$$

выражает закон сохранения энергии.

Величина $W = \frac{1}{2} LI^2$ несомненно имеет смысл энергии. Это магнитная энергия системы, неразрывно связанная с существованием в ней магнитного поля. Магнитная энергия имеется и в цепи постоянного тока. Но в этом случае она не проявляет себя, остается неизменной.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в замкнутой цепи переменного тока

Индукционные явления в ней имеют место только при включении и выключении тока. При замыкании цепи сторонние силы производят работу, которая затрачивается наряду с выделением тепла и на накопление магнитной энергии. Наоборот, при размыкании выделение джоулева тепла происходит за счет магнитной энергии тока.

Формулу магнитной энергии можно было бы проверить опытным путем, исследуя замыкание или, еще лучше, размыкание тока.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в замкнутой цепи переменного тока

Джоулево тепло, выделившееся с момента отключения источника, должно численно равняться магнитной энергии тока. Если коэффициент самоиндукции велик, то выделение тепла продолжается достаточно долго и может быть измерено, скажем, калориметрическими способами.

Индуктивность можно измерить различными опытами, а в простейших случаях и вычислить по формуле $L = \Phi / I$. Задача сводится к вычислению магнитного потока, проходящего через систему.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в замкнутой цепи переменного тока

Выведем формулу индуктивности кругового соленоида, которая может оказаться полезной в дальнейшем. Магнитный поток через один виток катушки равен $\Phi = \mu_0 \mu H S$, где S — площадь витка. Пройдя n витков катушки, поток по своему действию будет эквивалентен потоку $n\Phi$. Это произведение называют потокосцеплением $\Psi = n\Phi = \mu_0 \mu n H S$. Подставим сюда выражение напряженности поля (воспользуемся системой СИ):

$$\Psi = n \mu_0 \mu S \frac{nI}{l} .$$

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в замкнутой цепи переменного тока

Поделив уравнение на силу тока, получим выражение индуктивности катушки (приблизительно эта формула пригодна и для открытого соленоида):

$$L = \mu_0 \mu S \frac{n^2}{l}.$$

Индуктивность катушки прямо пропорциональна магнитной проницаемости среды и квадрату числа витков. Увеличение индуктивности достигается применением ферромагнитного сердечника и увеличением числа витков.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Превращения в замкнутой цепи переменного тока

Чтобы связь величины индуктивности с размерами катушки стала отчетливой, умножим числитель и знаменатель выражения на длину катушки l . Тогда

$$L = \mu_0 \mu \left(\frac{n}{l} \right)^2 V$$

и становится ясным, что индуктивность прямо пропорциональна объему, занятому магнитным полем, и квадрату плотности укладки витков катушки.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Магнитная энергия поля

Говоря об электрическом поле, мы показывали, что электрическую энергию системы можно представить себе как величину, распределенную в пространстве с плотностью $\frac{1}{2} \epsilon E^2$ (в системе СИ). Полную электрическую энергию системы можно найти интегрированием этого выражения по пространству, занятому полем. Это обстоятельство весьма важно, так как оно позволяет выразить энергию через напряженность поля и обосновывает представление о локализации поля.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Магнитная энергия поля

Естественно ожидать, что подобные соображения будут справедливы и для магнитного поля. Это действительно так, и можно строгим вычислением показать переход от формулы магнитной энергии $\frac{1}{2} LI^2$ к выражению для плотности магнитной энергии $\frac{1}{2} \mu_0 \mu H^2$, совершенно аналогичной соответствующему выражению для электрического поля.

Проведем этот переход для простейшего случая однородного поля кругового соленоида.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Магнитная энергия поля

Подставляя значение индуктивности в формулу магнитной энергии, получим

$$W_M = \frac{\mu_0 \mu \left(\frac{n}{l} \right)^2 I^2}{2} V .$$

Но $\frac{nI}{l}$ есть напряженность поля. Следовательно, магнитная энергия катушки может быть представлена в виде

$$W_M = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} V ,$$

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Магнитная энергия поля

так что плотность магнитной энергии представится выражением

$$w_M = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} \text{ (СИ),}$$
$$w_M = \frac{\mu H^2}{8\pi} \text{ (СГС).}$$

Таким образом, для любой системы токов магнитная энергия может быть представлена интегралом по объему, занятому полем:

$$W_M = \frac{\mu_0}{2} \int \mu H^2 d\tau \text{ (СИ),}$$

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Магнитная энергия поля

При рассмотрении магнитной энергии двух токов ее выражение естественным образом распадается на три интеграла, если напряженность результирующего поля $\vec{H}$ представить как сумму напряженностей обоих токов: $\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$. Смысл каждого из интегралов, входящих в выражение магнитной энергии

$$W_M = \frac{\mu_0}{2} \int \mu H_1^2 d\tau + \mu_0 \int \mu \vec{H}_1 \vec{H}_2 d\tau + \frac{\mu_0}{2} \int \mu H_2^2 d\tau$$

довольно очевиден.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Магнитная энергия поля

Первый и последний интегралы дают магнитные энергии первого и второго токов. Что же касается второго интеграла, то его можно назвать энергией взаимодействия двух токов. Действительно, этот интеграл может иметь разные значения при одинаковых величинах напряженностей полей $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_2$. Представим себе, что меняется взаимное положение двух токов, тогда векторы полей $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_2$, вообще говоря, повернутся по отношению друг к другу, и энергия взаимодействия изменится.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Магнитная энергия поля

Первый и третий интегралы можно представить через силу тока и индуктивность как $\frac{1}{2} LI_1^2$ и $\frac{1}{2} LI_2^2$. Так же очевидно, что величина второго интеграла должна быть пропорциональной произведению сил токов:

$$\mu_0 \int \mu H_1 H_2 d\tau = M I_1 I_2 .$$

Коэффициент пропорциональности M называется *коэффициентом взаимной индукции*. Как и индуктивность, M зависит от геометрии системы и распределения в ней магнитных тел.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Магнитная энергия поля

Из этого вычисления ясно, что с изменением магнитной энергии системы токов связаны не только работа сторонних сил и выделение джоулева тепла, но и работа поля, затрачиваемая при перемещении проводников под действием амперовой силы. Закон сохранения энергии требует поэтому выполнения такого равенства:

$$dW_M = -A - (Q - P)dt.$$

Здесь A — механическая работа.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Магнитная энергия поля

Таким образом, магнитная энергия затрачивается в общем случае на работу перемещения проводников и на превышение выделения джоулева тепла над работой сторонних сил.

В наших рассуждениях мы не учли лишь одно явление — магнитный гистерезис. Однако этот вопрос носит слишком специальный характер, и мы не будем на нем останавливаться.

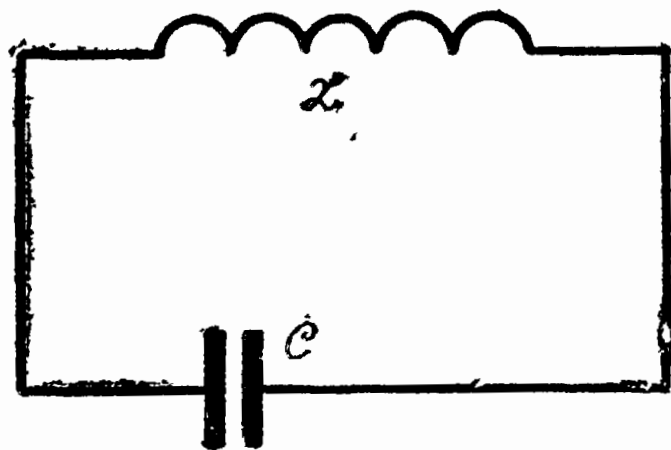
Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электрические колебания

Фундаментальное значение для электродинамики имеют процессы превращения электрической энергии в магнитную и обратно. В качестве простейшей системы, в которой имеют место подобные превращения, мы можем рассмотреть заряженный электричеством конденсатор, обкладки которого в некоторый момент присоединяются к концам катушки. При разрядке конденсатора через катушку течет электрический ток и около нее создается магнитное поле.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

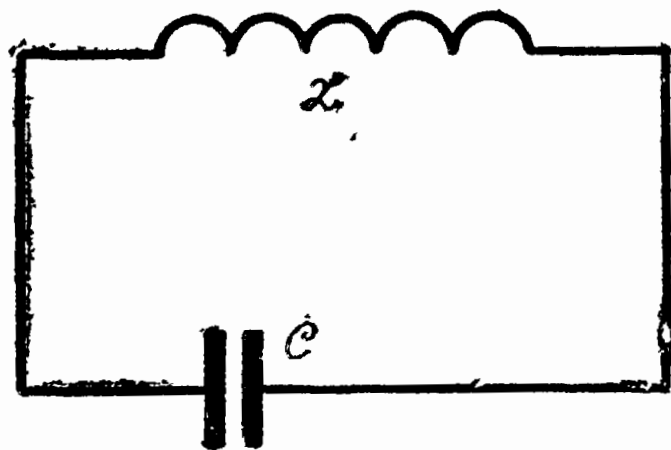
Электрические колебания



В каждое мгновение в этой системе существуют тесно связанные между собой электрическое поле конденсатора и магнитное поле катушки. Энергия этого контура в каждый момент времени складывается из электрической энергии поля, сосредоточенного в основном между обкладками конденсатора, и магнитной энергии, сосредоточенной главным образом внутри катушки.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электрические колебания



Как известно, в такого рода контуре возникают электрические колебания. Необходимость электрических колебаний в подобной системе

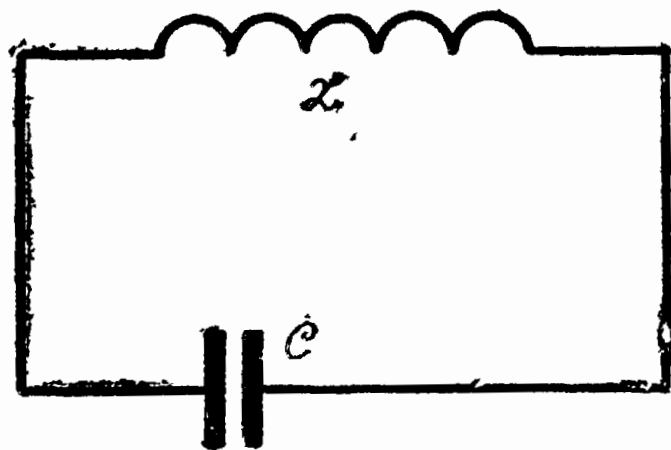
сейчас будет нами показана.

Оставим сначала без внимания потерю энергии на джоулево тепло. Тогда закон сохранения энергии требует выполнения равенства

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} + \frac{1}{2} L I^2 = \text{const.}$$

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электрические колебания



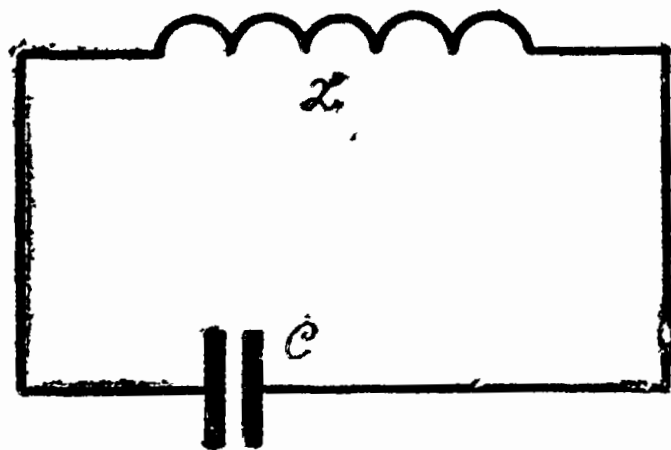
Сумма электрической и магнитной энергии в каждое мгновение одна и та же, и, значит, производная по времени от написанного выражения должна равняться нулю:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{Q}{C} \frac{dQ}{dt} + L \frac{I}{dt} = 0.$$

Так как сила тока равна убыли заряда с пластины конденсатора,

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электрические колебания



$$I = \frac{dQ}{dt},$$

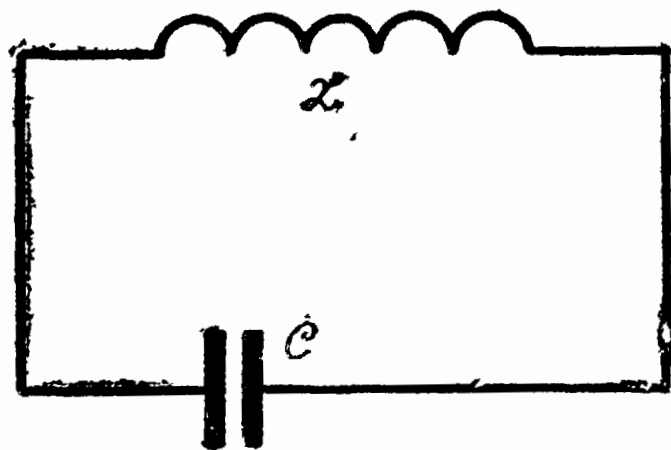
то уравнение упрощается и
получает вид

$$\frac{Q}{C} + L \frac{dI}{dt} = 0.$$

Подобная связь между зарядом на пластинах конденсатора и силой тока, являющейся производной от заряда по времени, возможна лишь при колебаниях заряда и тока по гармоническому закону.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электрические колебания



Это станет ясным, если мы сопоставим уравнения механического колебания с найденным:

$$I = \frac{dQ}{dt}, \quad v = \frac{dx}{dt};$$
$$L \frac{dI}{dt} = -\frac{1}{C} Q, \quad m \frac{dv}{dt} = -kx.$$

Аналогия имеет место между зарядом и током, с одной стороны, и смещением от положения равновесия и скоростью движения, — с другой.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электрические колебания

Что же касается параметров системы, то индуктивность играет роль массы, а обратная емкость — роль жесткости системы.

Беря начало отсчета времени в тот момент, когда конденсатор заряжен полностью, положим, что

$$Q = Q_0 \cos \omega t.$$

Тогда

$$I = - Q_0 \omega \sin \omega t.$$

Подставляя в дифференциальное уравнение, получим

$$-LQ_0\omega^2 \cos \omega t = -\frac{1}{C} Q_0 \cos \omega t$$

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электрические колебания

или после сокращения

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Таким образом, каков бы ни был начальный заряд на обкладках конденсатора, в нем происходят гармонические колебания с собственной частотой $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Частота электрических колебаний тем больше, чем меньше емкость и индуктивность цепи. Что же происходит в реальной цепи тока, где нельзя пренебречь потерями на джоулево тепло?

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электрические колебания

Очевидно, в этом случае полная энергия системы будет убывать в согласии с равенством

$$dW = -I^2 R dt$$

или

$$-I^2 R = \frac{1}{C} Q \frac{dQ}{dt} + LI \frac{dI}{dt} .$$

Продифференцировав еще раз по времени и используя соотношение между зарядом и током, мы приходим к уравнению вида

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = 0 .$$

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электрические колебания

И здесь необходимо проследить аналогию между соответствующими электрическими и механическими величинами. Сопоставляя последнее уравнение с уравнением механических колебаний с трением, мы отметим аналогию между электрическим сопротивлением R и коэффициентом α , характеризующим механическое сопротивление.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электрические колебания

Не расписывая подробно решение дифференциального уравнения, приведем окончательную формулу, справедливость которой, впрочем, нетрудно проверить подстановкой в уравнение

$$I = I_0 e^{-\beta t} \cos \omega t .$$

Частота колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} .$$

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электрические колебания

Таким образом, процесс определяется двумя характеристиками: собственной частотой свободных незатухающих колебаний $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ и коэффициентом затухания $\beta = \frac{R}{2L}$. Мы видим, во-первых, что малое затухание достигается уменьшением сопротивления по отношению к индуктивности (разумеется, такой ситуации трудно добиться; скажем, увеличивая число витков катушки, мы увеличим одновременно обе величины; правда, L будет расти быстрее).

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электрические колебания

Во-вторых, мы можем отметить, что при условии

$$\omega_0^2 < \beta^2, \text{ т. е. } 4L < CR^2$$

колебания становятся невозможными. Разрядка конденсатора в таких условиях приводит к апериодическому процессу, аналогичному возвращению маятника, отклоненного в вязкой среде, в положение равновесия.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электромагнитная энергия

В такой системе как колебательный контур, состоящий из конденсатора (в особенности, если он состоит из близких пластин большой площади) и катушки (в особенности, если она имеет много наложенных витков), электрическое и магнитное поля сосредоточены каждое в своей области. Поэтому можно говорить об электрической и магнитной энергиях как о двух хотя и связанных, но разных величинах.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электромагнитная энергия

Такое разбиение в значительной степени теряет свой физический смысл, когда мы переходим к рассмотрению быстропеременных полей, в которых значительные по величине электрические и магнитные поля существуют в одних и тех же пространственных областях.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электромагнитная энергия

Вспоминая сказанное об относительном характере разбиения электромагнитного поля на электрическое и магнитное, мы поймем необходимость введения в теорию понятия электромагнитной энергии, формально равной сумме электрической и магнитной энергий поля. Электромагнитная энергия распределена в пространстве с плотностью

$$w = \frac{1}{8\pi} (\epsilon E^2 + \mu H^2)$$

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электромагнитная энергия

В объеме V содержится электромагнитная энергия

$$W = \frac{1}{8\pi} \int_V (\epsilon E^2 + \mu H^2) dV$$

В быстропеременных полях теряет физический смысл вопрос о превращении магнитной энергии в электрическую и обратно. В то же время надо рассматривать любые энергетические превращения, происходящие в электромагнитном поле, привлекая в энергетический баланс величину электромагнитной энергии как единого целого.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электромагнитная энергия

Если принять справедливость написанного выражения для электромагнитной энергии, то, используя уравнения электромагнитного поля, можно строго доказать следующую теорему для убыли электромагнитной энергии внутри некоторого объема пространства:

$$-\frac{dW}{dt} = (P - Q) + \oint K \cos \alpha dS$$

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электромагнитная энергия

Эта теорема была доказана в 1884 г. Пойнтингом, а в более общей форме (в применении не к электромагнитному полю) — Н. А. Умовым в 1874 г.

Интеграл, стоящий в правой части равенства, есть поток вектора $\vec{K}$ (Напомним, что в математике

выражение вида $\int_S \vec{A} d\vec{S}$ называется потоком

вектора $\vec{A}$ через поверхность S). Этот вектор перпендикулярен к плоскости, проходящей через векторы поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$, и равен

$$\vec{K} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E} \vec{H}] \text{ в СГС и } \vec{K} = [\vec{E} \vec{H}] \text{ в СИ.}$$

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электромагнитная энергия

Так как при удалении от источников поля в бесконечность значения напряженностей убывают достаточно быстро, то поток вектора Пойнтинга обращается в нуль, если речь идет о всем пространстве. В этом случае теорема утверждает: изменение электромагнитной энергии равно избытку работы сторонних сил над выделением тепла.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электромагнитная энергия

Однако наибольший интерес представляет применение теоремы к конечному объему, когда поток вектора Пойнтинга нулю не равен. Положим, что рассматриваемый объем не охватывает токов, тогда равенство имеет вид

$$-\frac{dW}{dt} = \oint K \cos \alpha dS ,$$

т.е. изменение электромагнитной энергии равно потоку вектора Пойнтинга через поверхность, ограничивающую рассматриваемый объем.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электромагнитная энергия

Вектор Пойнтинга характеризует поток электромагнитной энергии, а последнее уравнение выражает следующее фундаментальное обстоятельство: изменение электромагнитной энергии внутри какого-либо объема сопровождается вытеканием или втеканием в этот объем эквивалентного количества энергии.

По сути дела, теорема Пойнтинга является необходимым следствием закона сохранения энергии и предположения о локализации электромагнитной энергии в пространстве.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электромагнитная энергия

Если вектор Пойнтинга действительно имеет смысл потока энергии, то он должен быть связан с плотностью энергии соотношением $K = vw$. Теория Максвелла позволяет вычислить скорость распространения электромагнитной энергии v . Она оказывается равной

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}.$$

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электромагнитная энергия

Таким образом, в пустоте электромагнитная энергия должна распространяться со скоростью $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с в блестящем согласии с опытом. Совпадение значений c , определенных из чисто электродинамических экспериментов (например, измерением взаимодействия двух токов), со значением этой константы, найденным непосредственным измерением скорости распространения электромагнитных волн, является замечательным и чуть ли не исчерпывающим доказательством справедливости теории Максвелла.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электромагнитная энергия

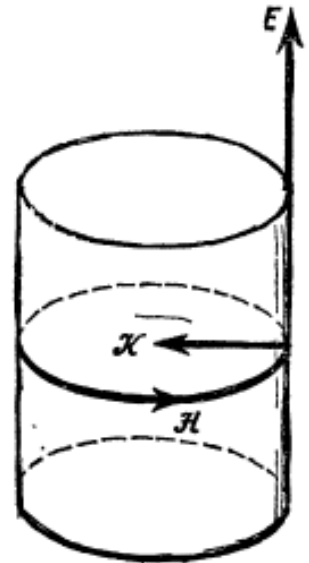
В среде скорость распространения электромагнитного поля в $\sqrt{\epsilon\mu}$ меньше. Мы увидим ниже, в каких случаях это соотношение выполняется, и дадим объяснение отклонениям от него.

Обратимся теперь к рассмотрению энергетических превращений в ограниченных областях пространства, включающих в себя токи проводимости.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электромагнитная энергия

Пусть в изучаемой области находится провод радиуса r , по которому течет ток с плотностью j . Напряженность магнитного поля на поверхности провода будет равна в системе СГС $H = \frac{2\pi}{c} r j$, при этом магнитные силовые линии представляют собой окружности, охватывающие ось тока. Вектор Пойнтинга будет направлен внутрь проводника, так как напряженность поля и вектор тока совпадают по направлению.



Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электромагнитная энергия

Что же касается числового значения вектора Пойнтинга, то для него мы получим (на поверхности провода)

$$\frac{c}{4\pi} EH = \frac{c}{4\pi} \frac{j}{\lambda} H = \frac{j^2 r}{2\lambda}$$

Теперь определим поток вектора Пойнтинга, поступающий в участок провода с длиной l . Этот поток равняется

$$K \cdot 2\pi r l = \frac{j^2}{\lambda} \pi r^2 l = \frac{j^2}{\lambda} V$$

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электромагнитная энергия

Здесь V — объем участка провода. Но $\frac{j^2}{\lambda}$ есть не что иное, как джоулево тепло, выделяющееся в единице объема провода. Мы доказали, таким образом, что поток вектора Пойнтинга поступает в провод и приносит энергию в количестве, как раз равном расходу на джоулево тепло.

Откуда же поступает этот поток? Таким же способом можно показать, что поток энергии выходит из тех участков провода, где локализованы сторонние силы.

Энергетические превращения в электромагнитном поле

Электромагнитная энергия

Эта картина делает понятным распространение электромагнитной энергии вдоль проводов. Если электрический ток включается в Самаре, а электрическая лампочка загорается в Москве, то энергия доставлена электромагнитными волнами, а не принесена первыми электронами, начавшими движение вдоль провода.