МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Магнитное поле

Общие представления

Мы уже говорили про наблюдение Эрстеда о том, что магнитная стрелка отклоняется, если возле нее находится провод, по которому протекает электрический ток. Магнитная стрелка может отклониться только в том случае, если на нее действует сила, т.е., в пространстве есть еще одно поле - **магнитное**.

Магнитное поле возникает вокруг провода, когда по нему течет ток, и исчезает, когда тока нет. Но электрический ток - это ведь движение электронов.

Магнитное поле

Общие представления

Вот и получается, что если электрон двигается, то вокруг него образуется магнитное поле. С одной стороны, магнитное поле похоже на электрическое, с другой - нет. Похоже оно тем, что в каждой точке магнитного поля действует сила, которую так и называют - **магнитная индукция**.

Если для электрического поля напряженность - это сила, действующая в данной точке пространства на единицу количества электричества, то, по аналогии, магнитной индукцией следует назвать силу, которая действует на единицу количества магнетизма.

Магнитное поле

Общие представления

Вот тут то начинаются проблемы! Дело не только в том, что магнетизм бывает не положительный и отрицательный, а **северный** и **южный**, дело в том, где эту единицу магнетизма взять. Эрстед ставил опыты с магнитной стрелкой: стрелка отклонялась, силу можно было измерить, но вот у стрелки один конец северный, один южный, и никак северный от южного не отделить. Возьмите магнитную стрелку, один конец (полюс) северный, другой - южный. Разрежьте пополам - все равно, один северный, другой южный. И так, сколько не режьте...

Магнитное поле

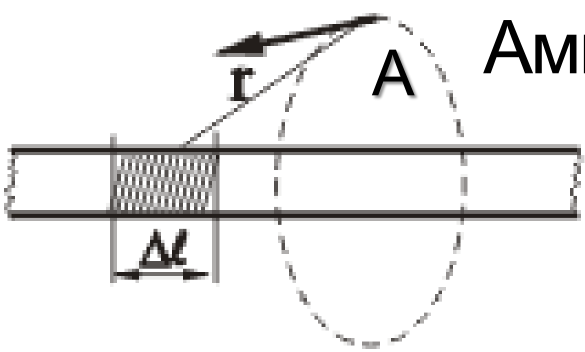
Общие представления

Фарадею удалось разгадать эту загадку, об этом позже, но и Эрстеду хотелось индукцию измерить. Опередил их обоих француз **Андре Мари Ампер**. Ампер заметил, что не только провод с электрическим током на магнитную стрелку действует, но и два провода, по которым токи текут, также друг на друга действуют. Причем, если токи текут в одинаковых направлениях, то провода притягиваются, если в противоположных - отталкиваются.

Магнитное поле

Общие представления

Провод - это уже не «мысленно сосредоточенное» непонятно что, его подержать можно, пощупать, да и силу тока в проводе в те времена измерять могли прибором, который в дальнейшем в честь Ампера так и назвали - **амперметр**.



Ампер вывел свои знаменитые законы.

Вот первый из них: **если по проводу течет электрический ток *I*, а рядом с проводом выбрать некоторую точку А, то каждый кусочек провода длиной Δ*l* создает в этой точке магнитную индукцию.**

Магнитное поле

Общие представления

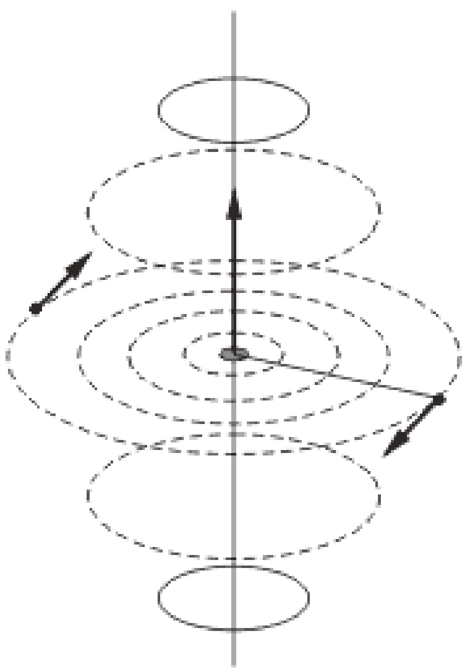
Направлена индукция в плоскости, перпендикулярной оси провода, под прямым углом к вектору *r*.

Что же такое электрический ток? Если представить, что провод - это вроде как труба, а по этой трубе, как вода в водопроводе, протекают электрические заряды, это и есть электрический ток. Главное, чтобы заряды двигались, а провод - это действительно как труба. Он только заставляет их перемещаться в нужном направлении.

Магнитное поле

Общие представления

А если заряды и без того могут в нужном направлении двигаться, то провод вроде как бы и не нужен (как, например, электрон летит в вакууме).



Попробуем сравнить магнитное поле электрона с электрическим.
Общее между полями то, что в каждой точке окружающего электрон пространства действует сила, обратно пропорциональная квадрату расстояния от электрона до этой самой точки.

Магнитное поле

Общие представления

Вот, собственно, и все сходство. А различия таковы.

Сила электростатического поля повсюду направлена от той точки, где она измеряется, прямо к центру электрона. А магнитная индукция расположена в плоскости, перпендикулярной к направлению движения электрона, и составляет прямой угол с линией, проведенной из центра электрона в точку, где эта индукция измеряется.

Магнитное поле

Общие представления

Если по аналогии с электростатическим полем провести линии магнитного поля, то это будут окружности. Густота линий тем больше, чем ближе к траектории электрона. В этом поля опять сходны.

Если напряженность электростатического поля одинакова во всех без исключения точках пространства, находящихся от электрона на одном и том же расстоянии, то с магнитным полем не так.

Магнитное поле

Общие представления

Если взять точку, находящуюся от электрона на некотором расстоянии *r*, но лежащую при этом точно на оси движения электрона, то **магнитная индукция в этой точке будет равна нулю, как бы близко эта точка к электрону не была расположена**. В остальном - поле, как поле. И энергией это поле также обладает.

Не будем вдаваться в подробности и рассуждения определения энергии полей, все это довольно давно рассчитали и определили.

Магнитное поле

Общие представления

Стоит только отметить, что радиус электрона равен **$1{,}88\times10^{-15}$** метра, а энергия электрического поля:

$$W_э = \frac{2}{3}\frac{q_э^2}{r_э} \quad .$$

Полная энергия магнитного поля электрического заряда ***q***, равномерно распределенного на поверхности сферы радиуса ***r***, движущейся поступательно с постоянной скоростью ***v*** равна

$$\frac{1}{3}\frac{q^2}{r}\left(\frac{v}{c}\right)^2 \quad ,$$

Магнитное поле

Общие представления

где c - скорость света. Следовательно, если электрон двигается со скоростью v, то энергия магнитного поля электрона равна:

$$W_{мэ} = \frac{1}{3}\frac{q_э^2}{r_э}\left(\frac{v}{c}\right)^2$$

Как видно, при $v=c$ энергия магнитного поля составляет ровно половину энергии электростатического поля. Ну а при $v=0$, другими словами, когда электрон никуда не двигается, никакого магнитного поля нет, соответственно энергия магнитного поля равна нулю.

Магнитное поле

Общие представления

Таким образом, если электрон находится в движении, то его окружают сразу два поля - электрическое и магнитное. Полная энергия этих полей равна сумме энергии электрического поля и энергии магнитного поля. На самом же деле, принято считать, что поле есть только одно - **электромагнитное**. Характеризуется это поле сразу двумя величинами: напряженностью электрического поля и магнитной индукцией. Обе эти величины имеют направление, и эти направления перпендикулярны!

Магнитное поле

Магнитный момент

Магнитные поля действуют на токи, движущиеся заряженные тела или частицы, на намагниченные тела. Можно осуществить множество различных приборов и с их помощью судить о свойствах магнитного поля. Наиболее целесообразно характеризовать свойства магнитного поля, изучая его механические действия на контур тока. Вполне возможно осуществление проволочного контура весьма малой площади. Такой прибор позволит промерить магнитное поле достаточно детально.

Магнитное поле

Магнитный момент

Таким образом, «пробный» контур тока играет в теории магнитного поля ту же роль, что «пробный» заряд в теории электрического поля.

Производя опыты с подобным прибором, мы придем к следующим основным фактам. В каждой точке поля свободно вращающийся контур займет определенное положение равновесия.

Магнитное поле

Магнитный момент

При этом положение устойчивого равновесия определяется не только расположением в пространстве оси контура, но также и тем, как располагается в пространстве определенная сторона контура, скажем, та, смотря на которую мы видим ток идущим против часовой стрелки. Назовем эту сторону положительной, или северной; условимся проводить нормаль к контуру так, чтобы она образовывала правовинтовую систему с направлением тока.

Магнитное поле

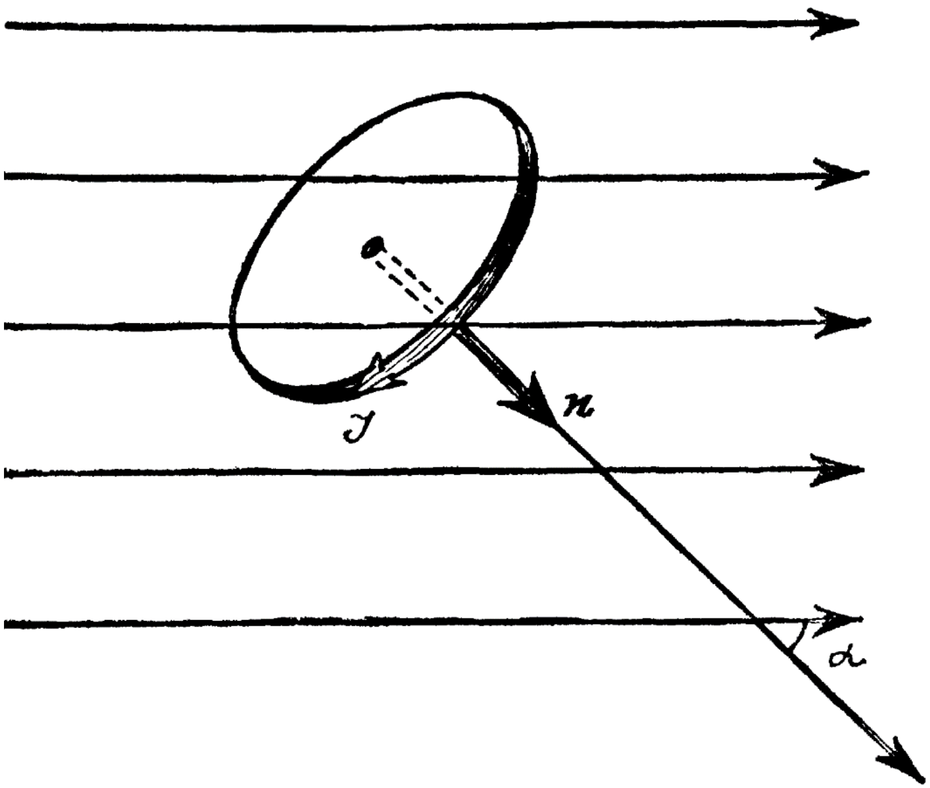
Магнитный момент

Смотря против нормали, мы будем видеть положительную (северную) сторону контура.

Сравнивая поведение контура тока с поведением магнитных стрелок, можно обнаружить, что нормаль контура, находящегося в устойчивом равновесии, смотрит туда же, куда и магнитная стрелка. Таким образом, называя направлением магнитного поля то направление, куда смотрит нормаль свободного пробного контура, мы не разойдемся с элементарным определением.

Магнитное поле

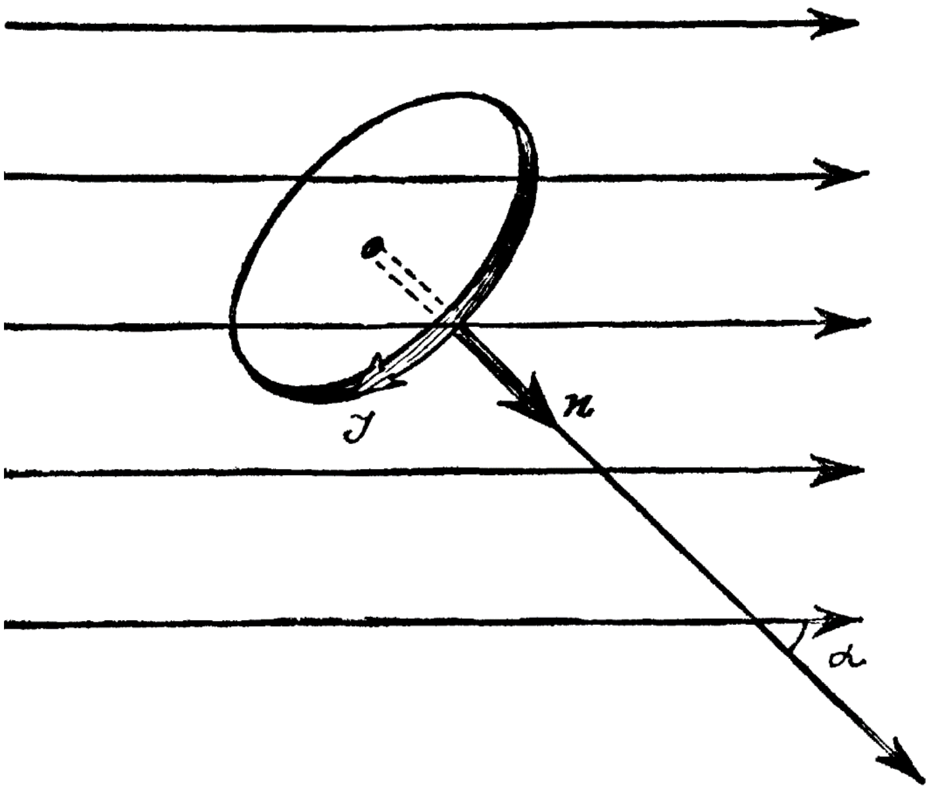
Магнитный момент



Отклоняя пробный контур от положения равновесия, мы обнаружим действие на него момента сил. При этом отклонение контура от равновесия однозначно описывается отклонением нормали контура от направления поля – синус угла α и вращающий момент сил N оказываются пропорциональными: $N \sim \sin\alpha$.

Магнитное поле

Магнитный момент



При том же угле α вращательный момент пропорционален произведению площади контура S на силу протекающего тока I. Уменьшение площади в какое-то число раз приводит к такому же изменению вращающего момента, что и уменьшение силы тока в такое же количество раз.

Магнитный момент

Из сказанного следует, что магнитное поведение контура зависит от расположения нормали контура и от величины произведения IS. Эти данные можно объединить в одну векторную величину, называемую ***магнитным моментом кольцевого тока***. В электротехнике, где используется система СИ, принято называть магнитным моментом вектор $\mathbf{M}=IS\mathbf{n}$ ($\mathbf{n}$ – единичная нормаль). В системе СГС, чаще используемой физиками, в эту формулу вводят коэффициент пропорциональности $1/c$:

Магнитное поле

Магнитный момент

$$M = \frac{1}{c} IS\vec{\boldsymbol{n}}$$

Введение числового коэффициента, да еще вдобавок размерного, может показаться ненужным усложнением. Однако другие формулы при этом упрощаются.

Результаты опытов с пробным контуром могут быть записаны в виде: $N=BM\sin\alpha$, где B – коэффициент пропорциональности. Для разных полей или для разных точек пространства одного поля величина B будет иметь разные значения.

Магнитное поле

Магнитный момент

По смыслу написанной формулы *B* равен максимальному вращательному моменту, действующему на единичный пробный контур ($M=1$). Этот коэффициент *B*, характеризующий магнитное поле, носит название ***магнитной индукции***. Векторная величина, имеющая направление магнитного поля и численно равная *B*, носит название ***вектора магнитной индукции***.

Магнитное поле

Магнитный момент

Если вращательный момент описывать вектором, направленным вдоль оси вращения (в соответствии с правилами правовинтовой системы), то формула для него может быть записана в виде так называемого векторного произведения векторов, а именно: $\boldsymbol{N}=[\boldsymbol{MB}]$.

Если $N=0$, то $\boldsymbol{M}$ параллельно $\boldsymbol{B}$; это значит, что любой контур тока стремится установиться в магнитном поле таким образом, чтобы его магнитный момент совпал с направлением поля.

Магнитное поле

Магнитный момент

На тело действует максимальный магнитный момент в том случае, если магнитный момент образует угол 90° с направлением поля. Для контура это соответствует положению плоскости витка проволоки вдоль силовых линий.

Определив магнитное поле с помощью контура тока, у которого магнитный момент подсчитывается из измерений силы тока и площади, мы можем, наоборот, воспользоваться формулой $N=[MB]$ для определения магнитных моментов таких систем, для которых нельзя измерить ток.

Магнитное поле

Магнитный момент

Более того, мы переносим понятие магнитного момента и на такие системы, где понятие кольцевого электрического тока теряет смысл. Именно таким образом поступает физик, когда он говорит о магнитном моменте электрона, ядерной частицы. Магнитный момент магнитной стрелки также является нерасчленяемым понятием. Как бы то ни было, магнитный момент системы, находящейся в вакууме, всегда может быть определен по приведенной формуле вращательного момента.

Магнитный момент

Поворот от положения равновесия тела, обладающего магнитным моментом, требует затраты работы. При повороте на малый угол α работа вращения может быть представлена в виде

$$Nd\alpha = BM\sin\alpha\, d\alpha = -d(BM\cos\alpha)\ .$$

Отклонение тела от положения равновесия связано с накоплением потенциальной энергии $U = BM\cos\alpha$. Это выражение есть скалярное произведение двух векторов, следовательно,

$U = -\mathbf{BM}$.

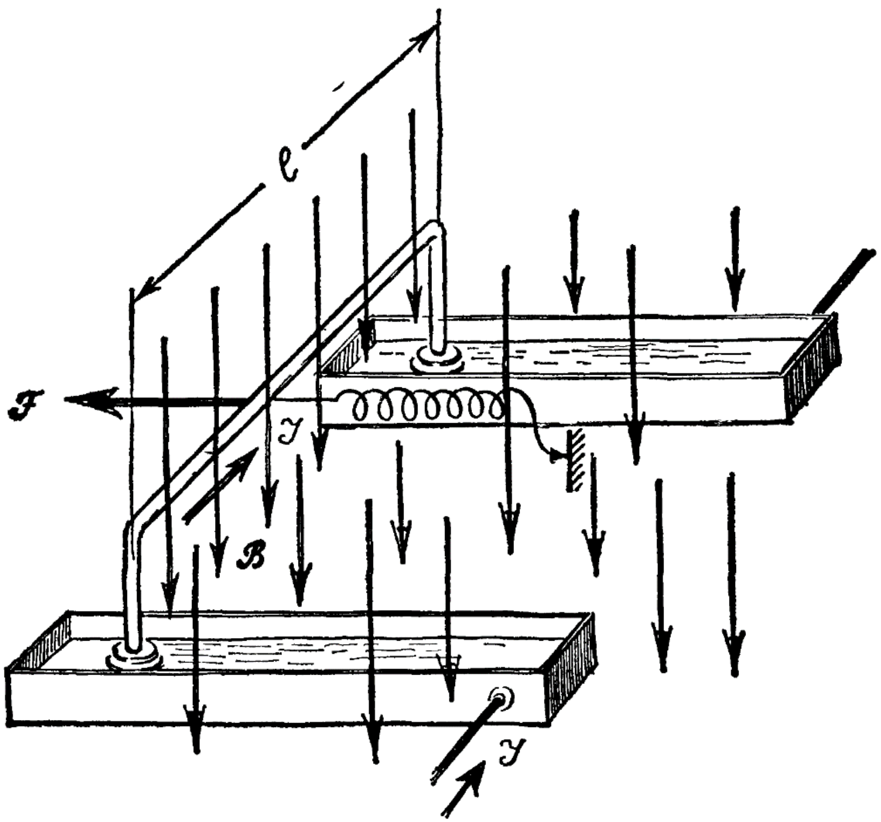
Магнитное поле

Магнитный момент

В положении равновесия потенциальная энергия минимальна и равна $-BM$, при повороте магнитного момента на 90° потенциальная энергия возрастает до нуля, и, наконец, когда магнитный момент устанавливается антипараллельно полю (положение неустойчивого равновесия), потенциальная энергия максимальна и равна $+BM$.

Магнитное поле

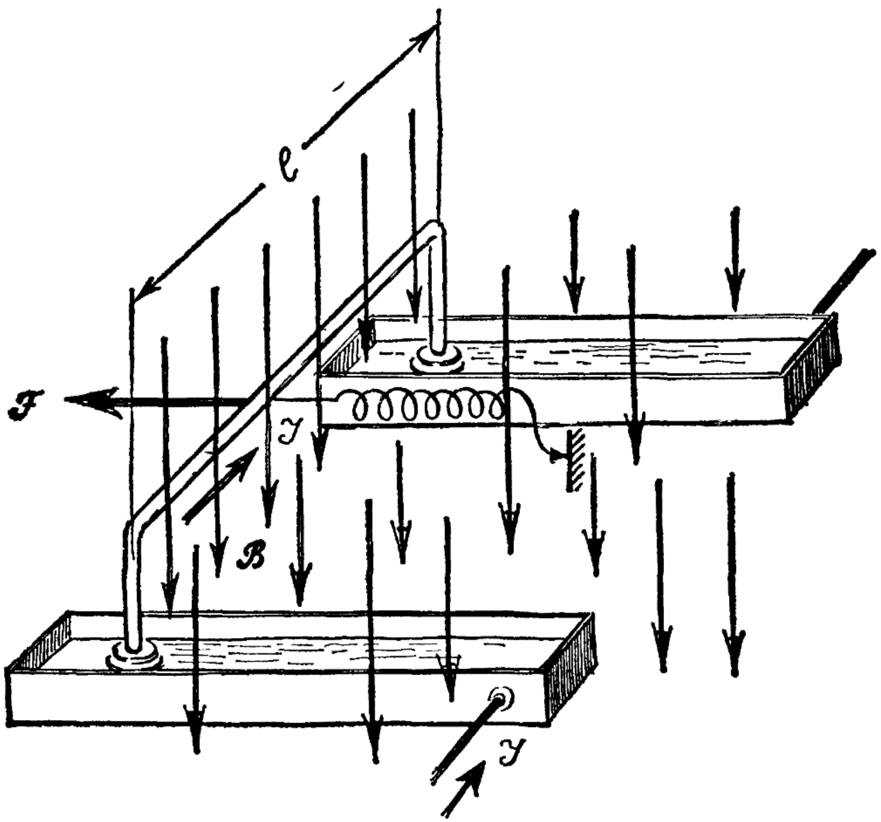
Сила Ампера



Наличие вращательного момента, действующего на контур тока, является несомненно результатом действия сил на каждый участок проводника, по которому текут заряды. Закон силы, действующей на элемент тока, можно установить опытным путем. Для этого необходимо выделить участок провода, например, с помощью ртутных контактов.

Магнитное поле

Сила Ампера



Тогда этот участок может перемещаться под действием силы. Если это смещение уравновесить натяжением пружины, то магнитная сила может быть измерена.

Закон силы, действующей на элемент тока малой длины, был впервые установлен Ампером и имеет вид $d\vec{F} = \frac{1}{c} I[\overrightarrow{dl}, \vec{B}]$, т.е. $dF = \frac{1}{c} \cdot I \cdot dl \cdot B \cdot \sin\left(\widehat{d\vec{l}, \vec{B}}\right)$.

Сила Ампера

Векторная запись напоминает нам известное правило левой руки. Сила, действующая на элемент длины провода, всегда образует прямой угол с плоскостью, проходящей через ток и вектор магнитной индукции в этом месте. Чтобы выяснить направление силы, надо посмотреть, с какой стороны вращение вектора $\mathbf{dl}$ к вектору $\mathbf{B}$ представится идущим против часовой стрелки по кратчайшему пути. Эта сторона будет положительной в правовинтовой системе и вектор силы будет «смотреть» на наблюдателя.

Магнитное поле

Сила Ампера

Сила имеет максимальное значение тогда, когда элемент тока образует прямой угол с вектором поля. Сила обращается в нуль для элемента провода, лежащего вдоль силовой линии.

Выше записаны формулы в системе СГС. В системе СИ коэффициент $\frac{1}{c}$ отсутствует и формула силы Ампера имеет вид $d\vec{F} = I\left[\overrightarrow{dl}, \vec{B}\right]$.

Чтобы определить величину силы, действующей на кусок провода конечной длины, написанное выражение силы надо проинтегрировать:

Магнитное поле

Сила Ампера

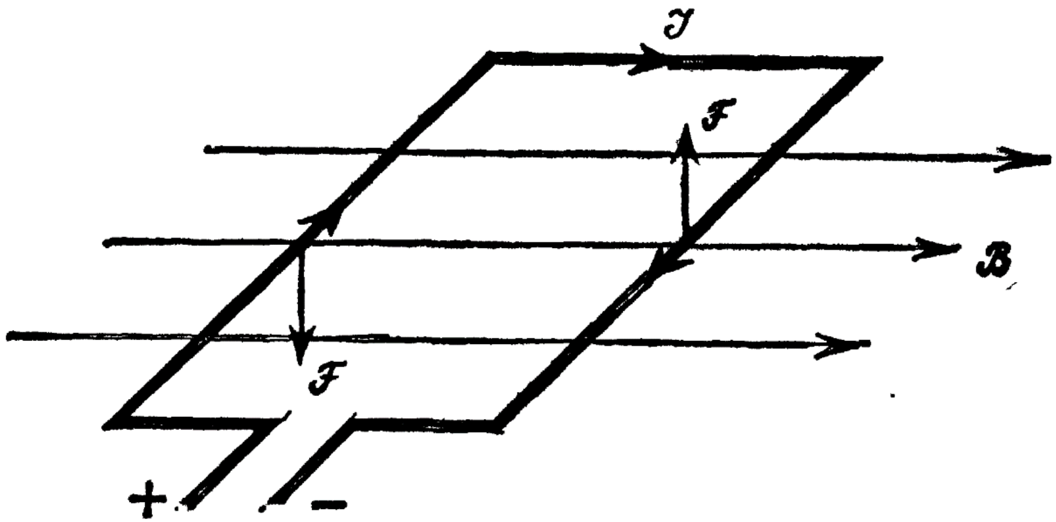
$$\vec{F} = \int I[\overrightarrow{d\vec{l}}, \vec{B}] \quad .$$

Только в простейшем случае прямолинейного куска провода длиной l, находящегося в однородном магнитном поле **B**, закон Ампера можно применить непосредственно в форме

$$F = \frac{1}{c} IlB \sin\left(\widehat{d\vec{l}, \vec{B}}\right) \quad .$$

Магнитное поле

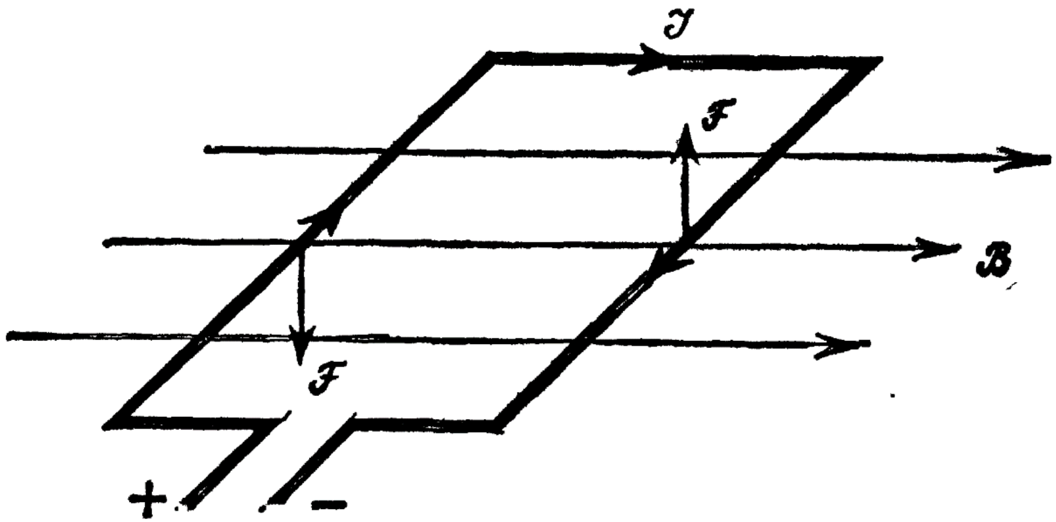
Сила Ампера



Представляется совершенно естественной связь между законом Ампера и ранее выведенным выражением для вращательного момента. Мы проведем рассмотрение лишь для простейшего случая прямоугольной рамки, расположенной в однородном магнитном поле параллельно силовым линиям.

Магнитное поле

Сила Ампера

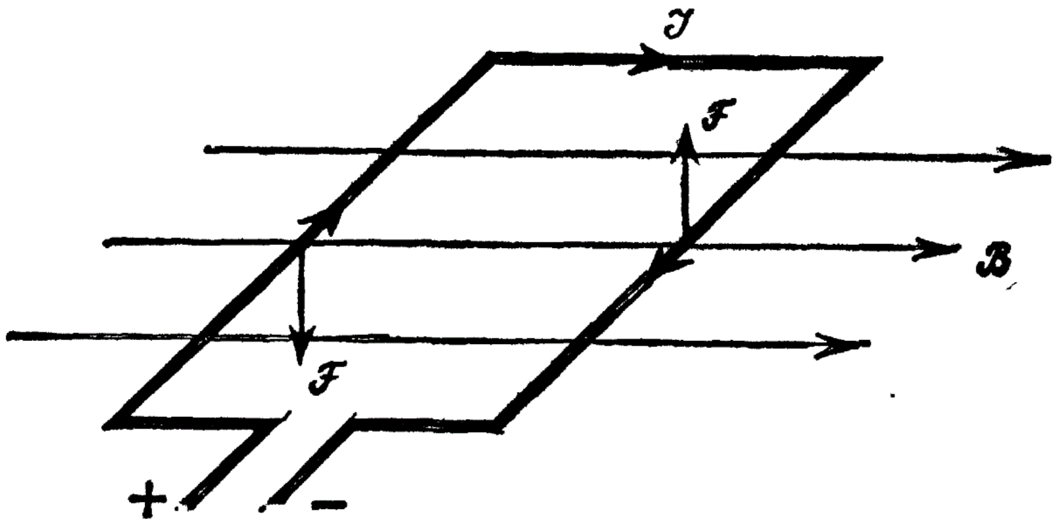


Две стороны рамки перпендикулярны к силовым линиям, две другие лежат вдоль силовых линий.

Следовательно, все силы, действующие на элементы провода, можно свести к двум, показанным на рисунке. Эти силы равны друг другу и по закону Ампера могут быть записаны в виде $F=IlB$.

Магнитное поле

Сила Ампера



Тот же рисунок показывает, что силы Ампера приводят к возникновению момента сил

$N=IlBd$. Но $ld=S$ есть площадь рамки, следовательно, $N=ISB=MB$, что совпадает с формулой для момента сил, выведенной ранее.

Магнитное поле

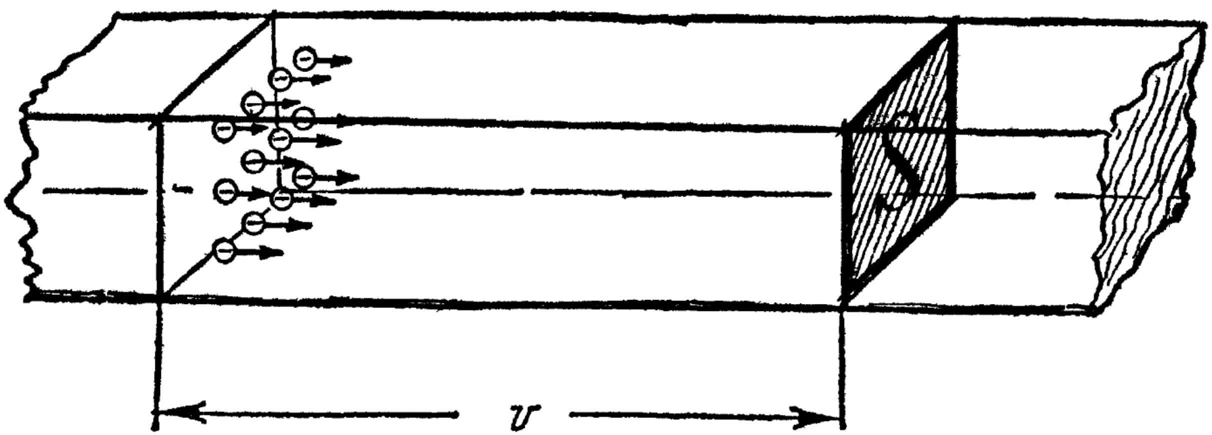
Сила, действующая на движущийся заряд

Мы можем пойти еще дальше и сделать попытку рассмотрения магнитных сил, действующих на токи, как сил, приложенных к элементарным частицам электричества.

Электрический ток есть не что иное, как поток электрических частиц. Если заряд каждой частицы есть e, направленная скорость частицы v и концентрация частиц (т.е. их число в единице объема) n, то выражение для силы тока можно представить в виде $I=nevS$.

Магнитное поле

Сила, действующая на движущийся заряд

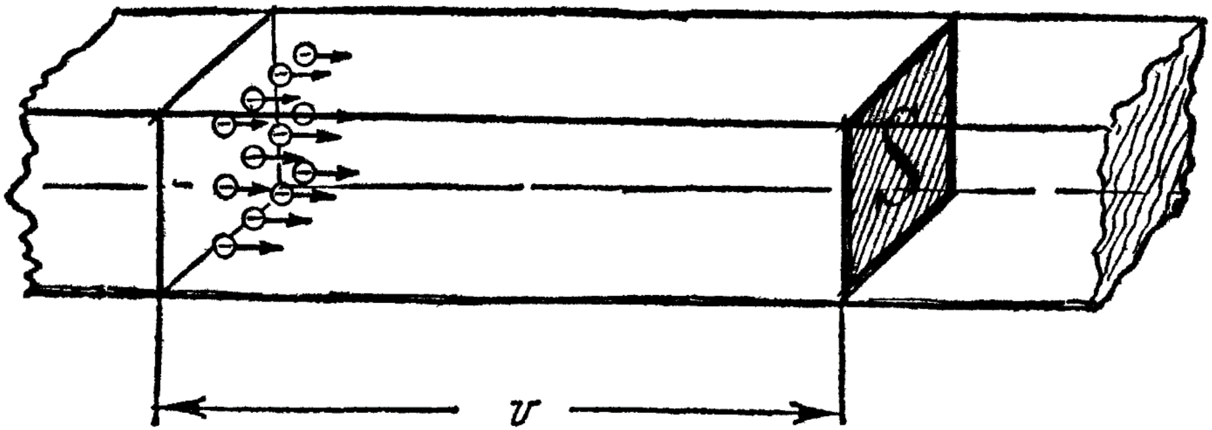


Действительно,, через сечение провода S за 1 с пройдут все частицы, которые занимали объем vS, т. е. протечет количество электричества $nevS$. Подставляя это выражение в закон Ампера, получим

$$dF = \frac{e}{c}\left[\vec{v}\vec{B}\right]nSdl \quad .$$

Магнитное поле

Сила, действующая на движущийся заряд



Но $nSdl$ есть число частиц в рассматриваемом объеме проводника;

значит, на одну частицу действует сила

$$f = \frac{e}{c}\left[\vec{v}\vec{B}\right] \quad .$$

Эту силу называют иногда ***лоренцевой силой***, в честь выдающегося физика Лоренца, много сделавшего для развития теории электронов.

Магнитное поле

Сила, действующая на движущийся заряд

Приведенное выражение для силы позволяет сразу же ответить на крайне интересный вопрос о характере движения электрической частицы (электрона, протона и т.д.) в магнитном поле. Сила, действующая на движущийся заряд, направлена перпендикулярно к силовым линиям и к вектору скорости частицы. Если частица движется вдоль силовых линий, то сила на нее не действует. Напротив, сила максимальна, если движение происходит в плоскости, перпендикулярной к силовым линиям.

Магнитное поле

Сила, действующая на движущийся заряд

В этом случае $f = \frac{1}{c} evB$.,

Если поле однородно, то электрическая частица, движущаяся перпендикулярно к полю, будет описывать окружность, поскольку движение под действием постоянной силы, направленной под прямым углом к движению, не может быть иным, согласно основному закону механики.

Магнитное поле

Магнитное поле, создаваемое постоянными магнитами

Каждый постоянный магнит имеет два полюса: из северного линии выходят, в южный входят. Мысленно построим поверхность, охватывающую северный полюс магнита. Мы можем найти полное число линий, пронизывающих эту поверхность. Это число по аналогии с соответствующей электрической величиной мы будем называть ***магнитным потоком*** и обозначать буквой Φ.

Магнитное поле

Магнитное поле, создаваемое постоянными магнитами

Поток через элементарную площадку, перпендикулярную к силовым линиям, равен $d\Phi = BdS_{\perp}$; через произвольную площадку $d\Phi = BdS\cos\alpha$, где α — угол, образованный нормалью к площадке и силовыми линиями;

через поверхность S $\Phi = \int B\cos\alpha\, dS$ и, наконец, через замкнутую поверхность $\Phi = \oint B\cos\alpha\, dS$.

Поток Φ_N, выходящий из северного полюса магнита и входящий в южный, является основной характеристикой магнита.

Магнитное поле, создаваемое постоянными магнитами

Чем сильнее магнит, тем больше Φ_N. Это несколько оправдывает название «количество магнетизма» для величины, пропорциональной потоку $m = \frac{1}{4\pi}\Phi$. Этот термин был введен в обиход в XIX веке для унификации записи законов электростатического и магнитного полей, в XX он был подвергнут остракизму, а сейчас вновь возвращается в физические публикации. Эту величину также называют магнитной массой.

Магнитное поле

Магнитное поле, создаваемое постоянными магнитами

В электротехнике пользуются магнитной массой $m = \Phi$.

Если полюсы магнита имеют небольшой размер (магнитная спица), то силовые линии вблизи таких полюсов расходятся радиально.

При помощи закона Гаусса – Остроградского

$$\oint D\cos\alpha dS = 4\pi q$$

мы обосновали формулу для электрической индукции уединенного заряда $D = {}^{q}/_{r^2}$.

Магнитное поле

Магнитное поле, создаваемое постоянными магнитами

Очевидно, что «уединенный» магнитный полюс должен дать магнитную индукцию, удовлетворяющую аналогичному равенству:

$$B = \frac{m}{r^2}, \text{так как} \oint B\cos\alpha dS = 4\pi m \quad (\text{СГС}),$$

или

$$B = \frac{m}{4\pi r^2}, \text{так как} \oint B\cos\alpha dS = m \quad (\text{СИ}).$$

Магнитное поле, создаваемое постоянными магнитами

Разумеется, никаких «уединенных» магнитных полюсов не существует. Написанная формула имеет смысл лишь в случае длинного магнита с точечным полюсом и при этом не слишком далеко от полюса. Подобный подход к исследованию магнитного поля постоянного магнита имеет все же полное право на существование. Это хорошо видно при составлении выражения для поля стержневого магнита, рассматриваемого как магнитный диполь с двумя полюсами т.е. находящимися на расстоянии l друг от друга.

Магнитное поле

Магнитное поле, создаваемое постоянными магнитами

Хорошие результаты получаются при расчетах полей на больших расстояниях от магнита. Действительно, если расстояния r_1 и r_2 велики по сравнению с длиной магнита l (плечом магнитного диполя), то рассмотрение полюсов как точек вполне оправдано. Расчеты ничуть не отличаются от соответствующих подсчетов электрических взаимодействий. Сравним, например, значения магнитной индукции, создаваемой стержневым магнитом на большом расстоянии от него вдоль оси магнита и перпендикулярно к его оси.

Магнитное поле

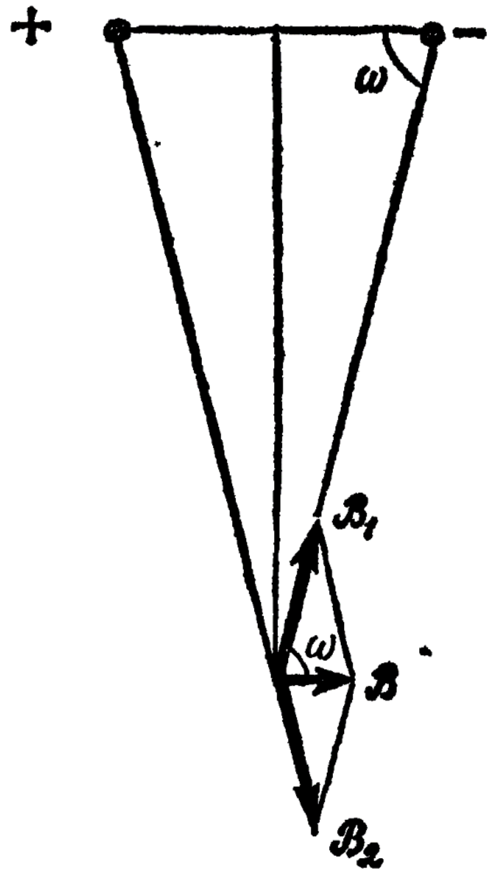
Магнитное поле, создаваемое постоянными магнитами

В первом случае имеем

$$B = \frac{m}{r^2} - \frac{m}{(r+l)^2} = \frac{2ml}{r^3} = \frac{2M}{r^3},$$

где $M = ml$ носит название магнитного момента постоянного магнита. Во втором случае (см. рисунок)

$$B = 2\frac{m}{r^2}\cos\omega = \frac{M}{r^3}.$$



Магнитное поле, создаваемое постоянными магнитами

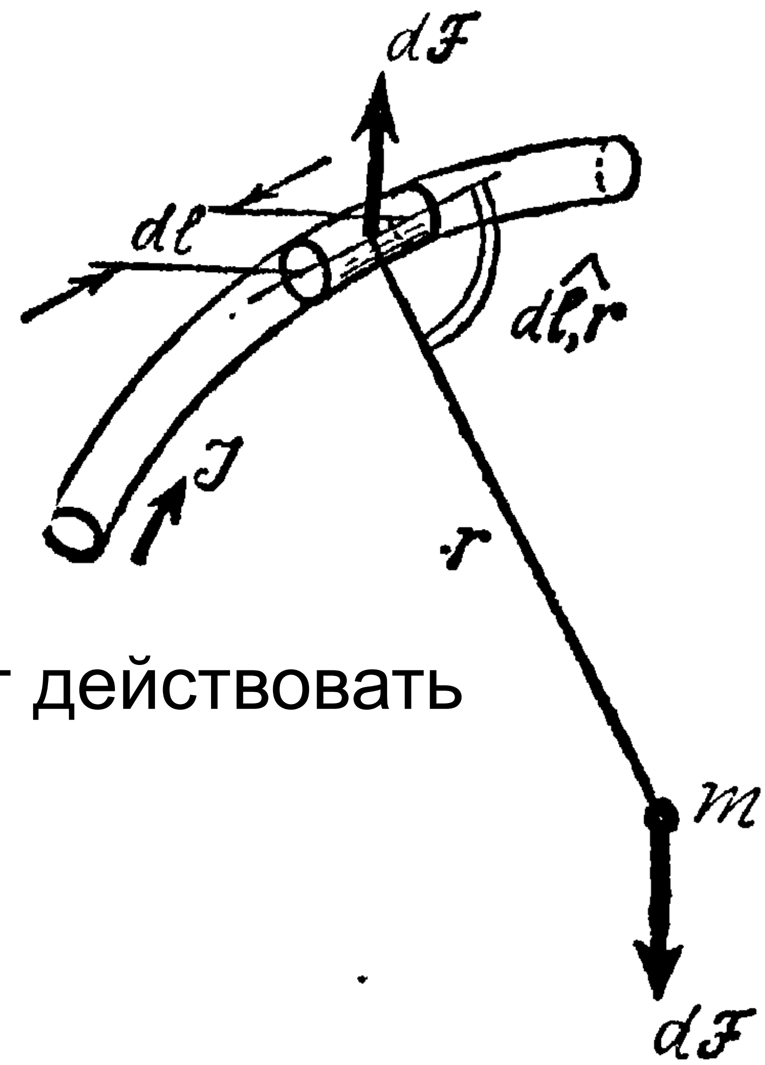
Итак, поле вдоль оси в два раза сильнее. В системе СИ две последние формулы будут иметь вид соответственно

$$B = \frac{M}{2\pi r^3} \text{ и } B = \frac{M}{2\pi r^3}\ .$$

Магнитное поле

Напряженность магнитного поля

Рассмотрим взаимодействие уединенного магнитного полюса и элемента тока. Магнитный полюс создает поле *B* в месте нахождения электрического тока. Следовательно, по закону Ампера на элемент тока будет действовать сила

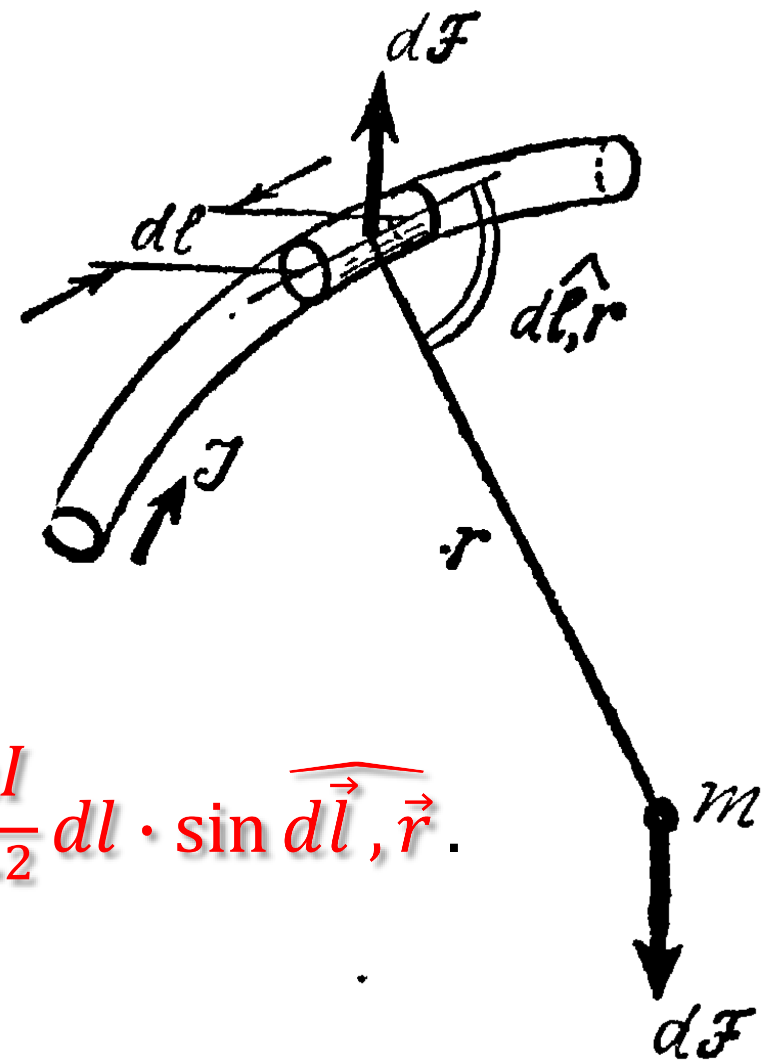


$$d\vec{F} = \frac{1}{c} I\left[d\vec{l}, \vec{B}\right] .$$

Магнитное поле

Напряженность магнитного поля

Вместо величины магнитной индукции можно поставить ее выражение для точечного полюса. Учитывая, что поле направлено по радиусу, мы получим для силы взаимодействия следующие выражения:



$$d\vec{F} = \frac{m}{cr^2} I \left[d\vec{l}, \frac{\vec{r}}{r} \right] \text{ или } dF = \frac{mI}{cr^2} dl \cdot \sin \widehat{d\vec{l}, \vec{r}}.$$

Магнитное поле

Напряженность магнитного поля

Вполне естественно принять, что сила, с которой элемент тока действует на магнитный полюс, представится той же формулой с обращением направления силы. Это допущение нельзя проверить непосредственно на опыте, так как мы не можем осуществить ни уединенного полюса, ни отдельно взятого элемента постоянного тока. Однако мы можем проверить правильность высказанного положения, интегрируя силы взаимодействия для опытных случаев. Теория действительно совпадает с опытом.

Магнитное поле

Напряженность магнитного поля

Итак, сила действия элемента тока на магнитный полюс может быть представлена в виде

$$d\vec{F} = \frac{m}{cr^2} I \left[d\vec{l}, \frac{\vec{r}}{r} \right].$$

или в системе СИ, без коэффициента 1/с и с заменой m на $m/4\pi$,

$$d\vec{F} = \frac{m}{4\pi r^2} I \left[d\vec{l}, \frac{\vec{r}}{r} \right].$$

Магнитное поле

Напряженность магнитного поля

Мы не ставим знака минус в этой формуле, так как полагаем обращенным радиус-вектор. За направление $\vec{r}$ всегда принимают направление от источника поля до точки наблюдения. Поэтому, когда речь шла о силе, действующей на ток, $\vec{r}$ предполагался направленным от полюса к элементу тока. Теперь же, когда речь идет о силе, действующей со стороны тока на полюс, радиус-вектор $\vec{r}$ предполагается направленным от элемента тока к полюсу.

Магнитное поле

Напряженность магнитного поля

Сила, действующая на единичный магнитный полюс, носит название ***напряженности магнитного поля:***

$$dH = \frac{dF}{m}$$

Нашим рассуждением доказано, что напряженность магнитного поля, создаваемого элементом тока, выражается формулой

$$d\vec{H} = \frac{I}{cr^2}\left[d\vec{l}, \frac{\vec{r}}{r}\right].$$

Напряженность магнитного поля

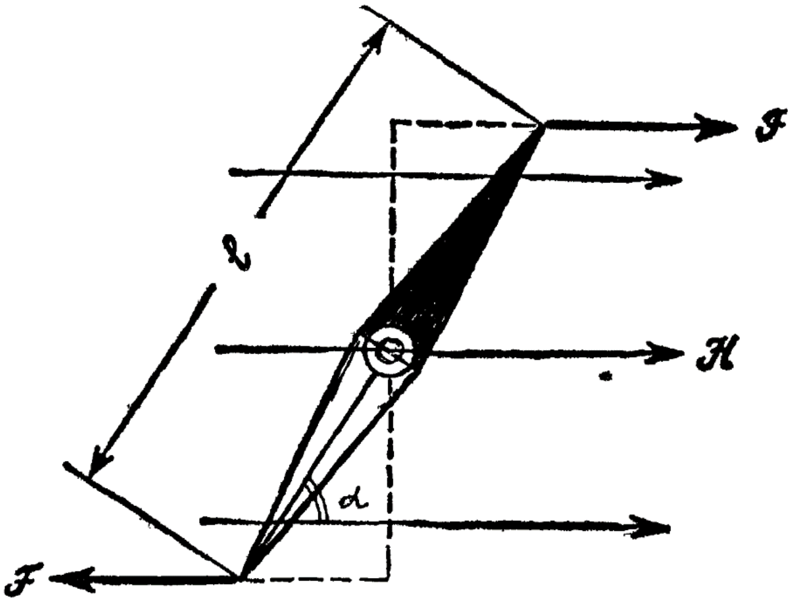
В системе СИ формула, определяющая напряженность магнитного поля, создаваемого током, будет иметь вид

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi r^2}\left[d\vec{l}, \frac{\vec{r}}{r}\right].$$

Итак, существуют две характеристики магнитного поля: вектор индукции, измеряемый действием магнитного поля на токи, и вектор напряженности, который может быть получен в эксперименте измерением воздействия поля на магниты.

Магнитное поле

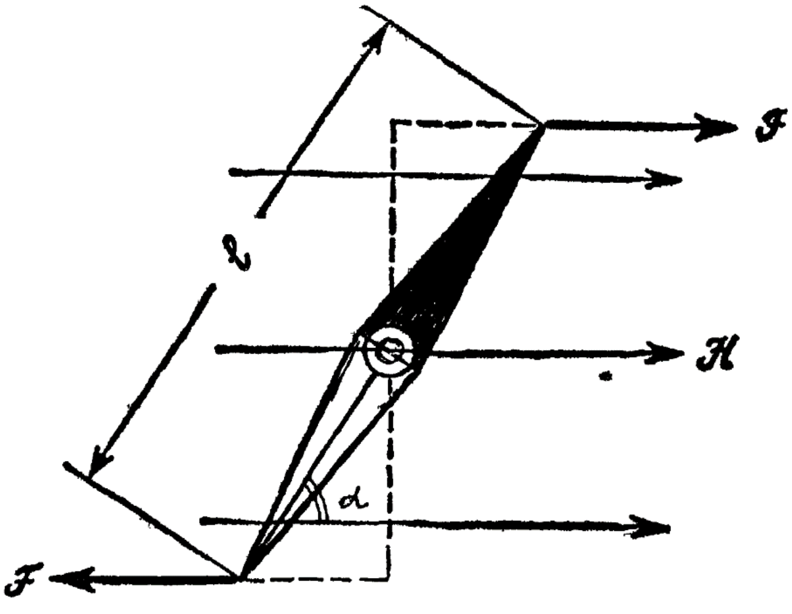
Напряженность магнитного поля



Практически измерения напряженности удобнее сводить к измерению вращательного момента, действующего на магнитную стрелку. Такая стрелка, помещенная в однородное поле, будет подвергаться действию пары сил; величина силы равна mH, а плечо равно $l \sin\alpha$.

Магнитное поле

Напряженность магнитного поля



Отсюда для вращательного момента получим выражение

$N = MH \sin\alpha$

или в векторной форме $\vec{N} = [\vec{M}\vec{H}]$, где $M=ml$ – магнитный момент стрелки,

что весьма напоминает формулу момента сил, действующих на контур тока.

Напряженность магнитного поля

Что касается связи между напряженностью магнитного поля и магнитной индукцией, то во всех случаях, за исключением анизотропных тел, векторы напряженности и индукции параллельны друг другу. Это значит, что магнитная стрелка и ось пробного контура всегда установятся параллельно. Далее, во всех случаях, за исключением ферромагнитных веществ, между H и B имеется линейная зависимость:

$$B=\mu_0\mu H.$$

Магнитное поле

Напряженность магнитного поля

Здесь μ_0 – универсальная постоянная, называемая ***магнитной проницаемостью вакуума***, а μ – коэффициент, характеризующий среду, – ***относительная магнитная проницаемость среды***.

В системе СГС полагают $\mu_0=1$. Это приводит к одинаковой размерности магнитной индукции и напряженности. В системе СИ магнитная проницаемость вакуума $\mu_0=4\pi\cdot10^7$ Дж/(А$^2\cdot$м).

Магнитное поле

Взаимодействия токов и магнитов

Законы, рассмотренные выше, позволяют в принципе рассчитать любые виды взаимодействия любых магнитных систем. Комбинируя рассмотренные выше формулы, мы можем получить выражения для магнитных, электромагнитных, магнитоэлектрических и электродинамических взаимодействий. Каждый тип взаимодействия проиллюстрируем одним примером.

Магнитное поле

Взаимодействия токов и магнитов

Магнитное взаимодействие, т. е. действие магнита на магнит. Два полюса на расстоянии *r* взаимодействуют по закону Кулона:

$$F = \frac{m_1 m_2}{\mu r^2} \ (\text{СГС}), \qquad F = \frac{m_1 m_2}{4\pi\mu_0\mu r^2} \ (\text{СИ}).$$

Сила взаимодействия обратно пропорциональна магнитной проницаемости среды.

Магнитное поле

Взаимодействия токов и магнитов

Электромагнитное действие, т.е. действие тока на магнит. Магнитная стрелка испытывает вращательный момент со стороны элемента тока.

Примем для простоты, что $\vec{M} \perp \vec{H}$, т.е. магнитная стрелка расположена поперек силовых линий поля.

$$dN = \frac{MI}{cr^2} dl \cdot \sin \widehat{d\vec{l}, \vec{r}} \quad (\text{СГС}),$$

$$dN = \frac{MI}{4\pi r^2} dl \cdot \sin \widehat{d\vec{l}, \vec{r}} \quad (\text{СИ}).$$

Взаимодействие не зависит от магнитной проницаемости, т.е. от свойств среды.

Магнитное поле

Взаимодействия токов и магнитов

Магнитоэлектрическое взаимодействие, т.е. действие магнита на ток. Контур тока расположен на продолжении оси стержневого магнита на расстоянии r от него. Контур испытывает вращательный момент

$$N = M_{\text{тока}} B \sin\alpha = \frac{M_{\text{тока}} M_{\text{магнита}}}{r^3} \sin\alpha \text{ (СГС)},$$

$$N = \frac{M_{\text{т}} M_{\text{м}}}{r^3} \sin\alpha \text{ (СИ)}.$$

Взаимодействие не зависит от магнитной проницаемости.

Магнитное поле

Взаимодействия токов и магнитов

Электродинамическое действие, т.е. действие тока на ток.

Два параллельных тока притягиваются с силой

$$dF = \frac{I_1}{c} dl_1 B \quad ,$$

т. е.

$$dF = \mu \frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2}{c^2 r^2} \text{ (СГС)},$$

$$\text{или } dF = \mu_0 \mu \frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2}{4\pi r^2} \text{ (СИ)}.$$

Взаимодействие прямо пропорционально магнитной проницаемости.

Магнитное поле

Взаимодействия токов и магнитов

Таким же точно образом можно составить формулы для любых взаимодействий магнитных систем.

Пример. Электродинамическое взаимодействие приходится серьезным образом учитывать при прокладке токопроводящих шин. В случае короткого замыкания шины и поддерживающие их изоляторы должны оказаться достаточно прочными, чтобы выдержать большие электродинамические нагрузки.

Магнитное поле

Взаимодействия токов и магнитов

Пусть по параллельным шинам, отстоящим на расстоянии d=20 см, текут токи $I_1 = I_2 = 3 \cdot 10^4$ А. На единицу длины одной из шин действует сила $F = BI = \mu_0 HI$, где $H = \frac{I}{2\pi d}$ — напряженность магнитного поля, создаваемого прямолинейным током, текущим по второй шине. Имеем

$$F = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 9 \cdot 10^8}{2\pi \cdot 0{,}2} = 900 \text{ Н},$$

т. е. на каждый метр шины действует сила ~ 90 кгс.

Магнитное поле

Эквивалентность токов и магнитов

Мы обращали внимание на сходство между выражениями для вращательных моментов, действующих на магнитную стрелку и контур тока. Действительно, поведение этих двух систем во внешнем поле чрезвычайно похоже. Если характеризовать каждую из систем стрелкой ее магнитного момента, то сходство будет еще более полным. Каждая система стремится расположиться в магнитном поле так, чтобы ее магнитный момент совпал с силовыми линиями поля.

Магнитное поле

Эквивалентность токов и магнитов

Если магнитный момент отклонен от положения устойчивого равновесия, то на систему действует вращательный момент $\vec{N} = [\vec{M}\vec{H}]$ – для магнитной стрелки и $\vec{N} = [\vec{M}\vec{B}]$ – для контура тока. Соответственно потенциальные энергии этих двух систем представятся формулами $U = -\vec{M}\vec{H}$ и $U = -\vec{M}\vec{B}$.

Так как $B = \mu_0 \mu H$, становится очевидным различие между формулами: они переходят одна в другую введением в формулы магнитной проницаемости.

Магнитное поле

Эквивалентность токов и магнитов

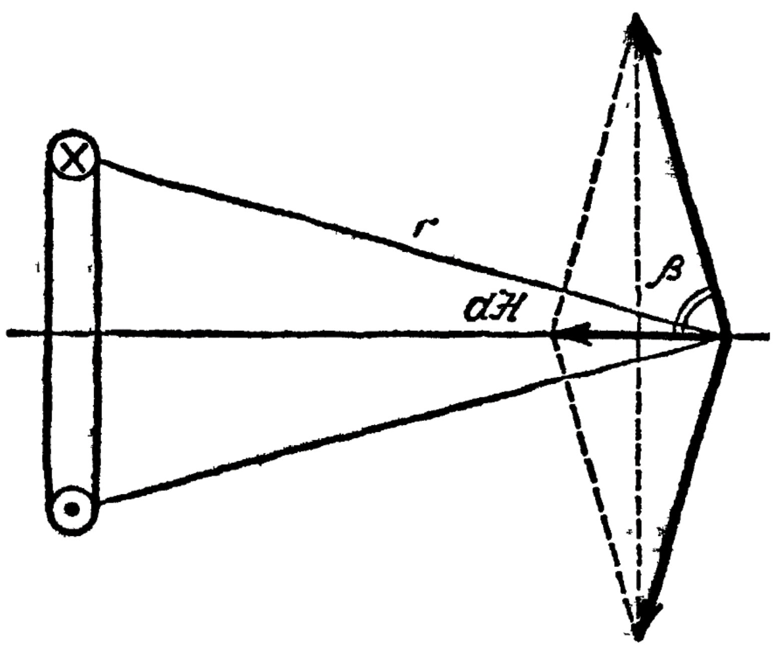
Отсюда следует, что в отношении механического воздействия магнитная стрелка с моментом M эквивалентна контуру тока с моментом $M_{\text{т}} = {}^{M}/_{\mu_0\mu}$.

Однако сходство этих двух систем на этом не кончается. Магнитная стрелка и контур тока обладают собственными полями, совпадающими с точностью до постоянного множителя. Такое сходство имеет место на расстояниях, намного бóльших размера системы. Докажем это для точки пространства, лежащей на линии магнитного момента на расстоянии r от центра системы.

Магнитное поле

Эквивалентность токов и магнитов

Поле магнита для такой точки мы уже вычисляли, оно равно $B = {}^{2M}\!/_{r^3}$. Остается найти поле кругового тока на его оси.

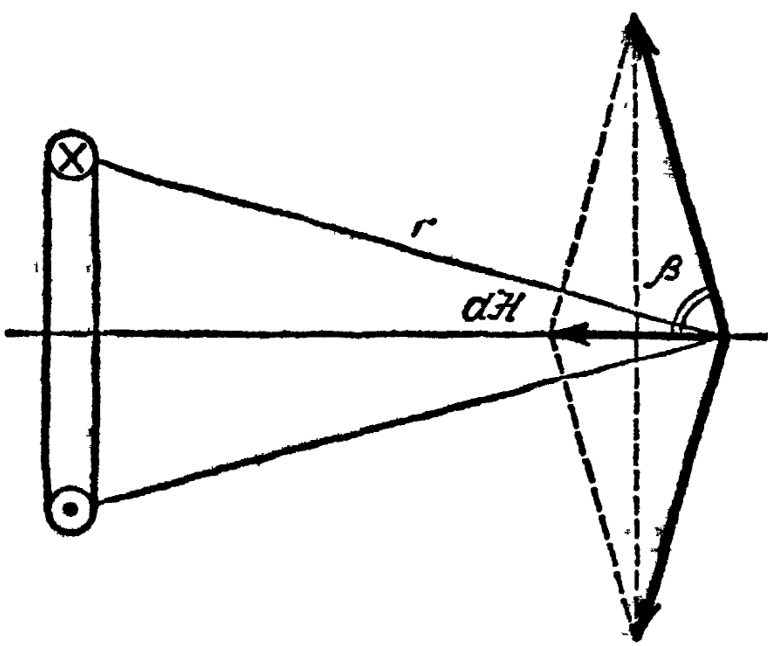


На рисунке произведено построение векторов напряженности, создаваемых двумя элементами длины окружности, пересекающими чертеж.

Магнитное поле

Эквивалентность токов и магнитов

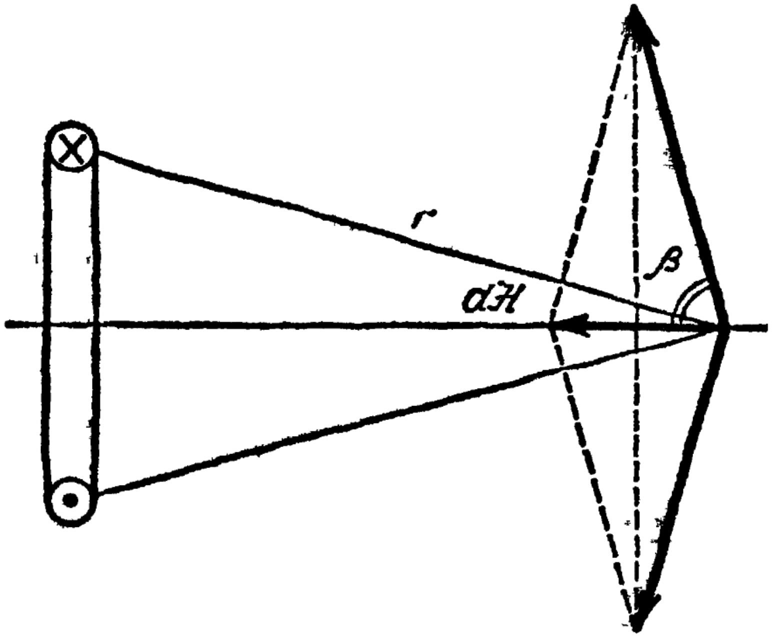
Векторы напряженности направлены перпендикулярно к соответствующему элементу тока и к радиусу-вектору, т. е. лежат в плоскости чертежа. В какую именно сторону смотрит вектор напряженности, следует определить либо при помощи правила векторного произведения, либо при помощи правила буравчика (что в общем-то одно и то же).



Магнитное поле

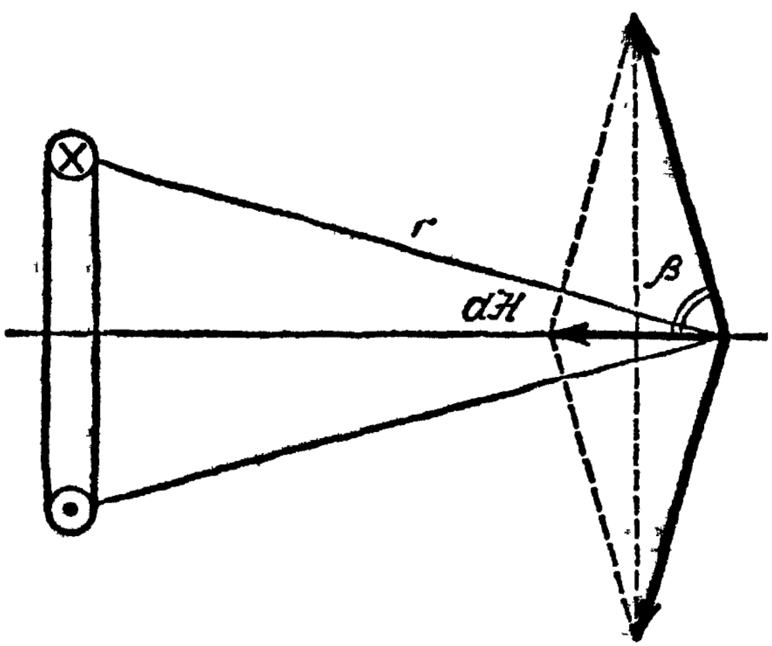
Эквивалентность токов и магнитов

Элементарное поле равно в рассматриваемом случае $dH = \frac{Idl}{cr^2}$, так как элемент тока и радиус-вектор образуют прямой угол. Сложим изображенные на рисунке два вектора. Для поля, созданного двумя «противоположными» элементами, получим $dH = \frac{2Idl}{cr^2}\cos\beta$; смысл обозначений ясен из чертежа.



Эквивалентность токов и магнитов

Такую же величину поля даст любая пара «противоположных» элементов. Поэтому полное поле мы получим, заменив в последнем выражении длину элемента dl на длину половины окружности πa. Напряженность поля кругового тока на его оси на расстоянии r от тока представится формулой



$$H = \frac{2\pi a^2 I}{cr^3} .$$

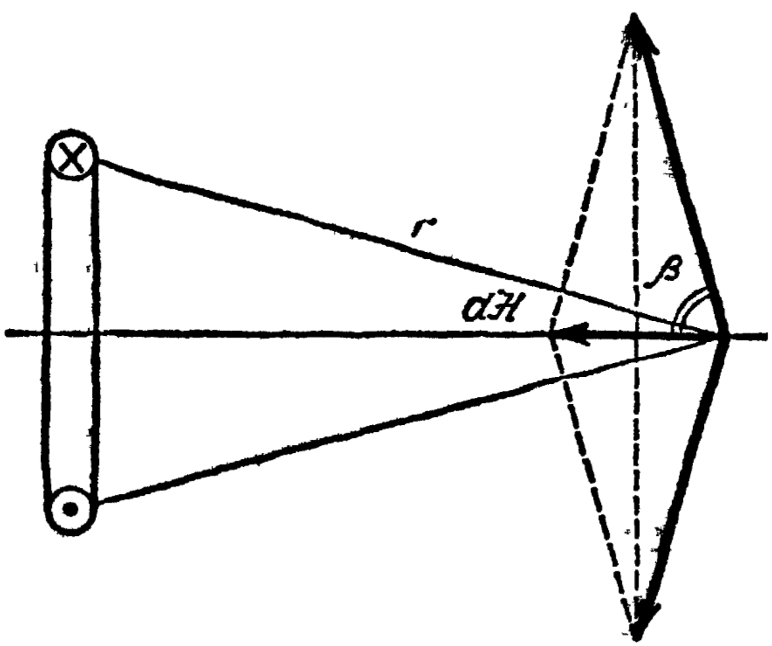
Магнитное поле

Эквивалентность токов и магнитов

Но $\frac{1}{c} I\pi a^2 = \frac{1}{c} IS$ есть момент кругового тока M.

Следовательно, напряженность магнитного поля $H = \frac{2M}{r^3}$, а магнитная индукция

$$B = \mu_0 \mu \frac{2M}{r^3},$$



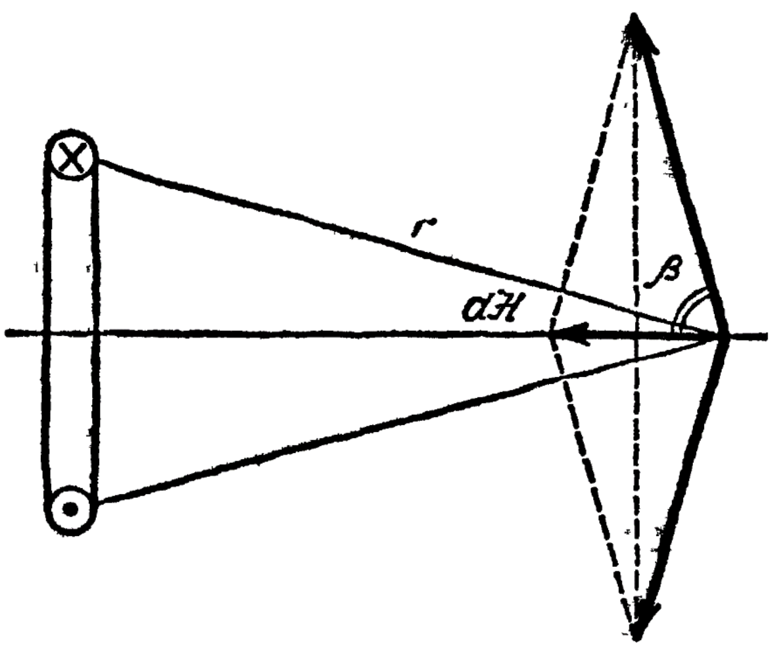
Таким образом, магнитный диполь и контур тока эквивалентны не только в отношении действующих на них сил, но и в отношении создаваемых ими полей.

Магнитное поле

Эквивалентность токов и магнитов

Эквивалентность имеет и здесь тот же характер. Чтобы заменить магнитную стрелку с моментом *M*, нужно взять контур тока с моментом ${}^{M}/_{\mu_0\mu}$.

В вакууме и для системы СГС $\mu_0\mu$, и принцип эквивалентности еще проще: магнитная стрелка с моментом *M* эквивалентна контуру тока с таким же магнитным моментом.



Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

Исследование хода магнитных линий показывает принципиальное различие между электрическим и магнитным полем. Электрические линии имеют начало и конец, не существует замкнутых линий у постоянного электрического поля. Напротив, опыт показывает, что силовые линии магнитного поля (т.е. векторные линии магнитной индукции) всегда замкнуты, не существуют линии, имеющие начало и конец.

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

Силы и поля сил, в которых работа по замкнутому пути равна нулю, получили название потенциальных. Векторные поля, характеризующиеся замкнутыми силовыми линиями, называют вихревыми. Магнитное поле является вихревым.

Если провести в магнитном поле замкнутую поверхность, то магнитный поток $\Phi = \oint B \cos \alpha dS$ через такую поверхность всегда будет равен нулю. Иначе говоря, число линий, входящих в эту поверхность, будет равно числу линий, выходящих из нее.

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

Уравнение

$$\oint B\cos\alpha dS = 0$$

и является математическим выражением того факта, что у магнитных силовых линий нет начала и конца.

Связь магнитных линий с создающими поле токами состоит в том, что магнитные линии всегда охватывают токи.

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

Поэтому интегралы, взятые вдоль силовой линии от индукции или напряженности, $\oint Bdl$ или $\oint Hdl$, должны быть отличны от нуля. Целесообразнее рассматривать второй интеграл, так как его величина должна быть пропорциональна силе электрического тока, охватываемого силовой линией: ведь между напряженностью и силой тока имеет место прямая пропорциональная зависимость.

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

По аналогии с электростатикой $\int \vec{H} d\vec{l}$ называют ***магнитным напряжением***. Если интеграл берется вдоль силовой линии, то $\int \vec{H} d\vec{l} = \int H dl$.

Магнитное напряжение вдоль замкнутой линии должно быть пропорционально току, который эта линия охватывает:

$$\oint H dl = kI,$$

где *k* — коэффициент пропорциональности.

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

Силовая линия может охватывать не один ток, а несколько. Для создаваемого поля существенна алгебраическая сумма токов, и уравнение имеет вид

$$\oint Hdl = k\sum I.$$

Более глубокий теоретический анализ, на котором мы здесь не можем останавливаться, показывает, что написанное уравнение подвергается еще двум обобщениям.

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

Во-первых, магнитное напряжение можно взять не только вдоль силовой линии, но и вдоль произвольного контура; во-вторых, коэффициент пропорциональности в уравнении является константой, зависящей лишь от свойств среды и одинаковой для любых геометрических условий. Таким образом, магнитное напряжение, взятое для любой замкнутой кривой линии, одинаково, если только эта кривая охватывает токи определенной силы.

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

Безразлична форма, размеры кривой; кривая может охватывать один или десяток токов; эти токи могут быть прямыми, круговыми,— магнитное напряжение будет одним и тем же, если только алгебраическая сумма токов, пронизывающих кривую, будет иметь одинаковое значение.

Так как коэффициент пропорциональности в формуле магнитного напряжения есть величина универсальная, мы можем найти k, если сумеем вычислить магнитное напряжение для какой-либо системы, поле которой нам известно.

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

Мы знаем общее выражение для напряженности магнитного поля элементарного тока. Но вычисление магнитного напряжения с помощью формулы напряженности

$$dH = \frac{I}{cr^2}\left[d\vec{l}, \frac{\vec{r}}{r}\right]$$

представляет математические трудности. Нам известна также формула напряженности магнитного поля на оси кругового тока, $H = \frac{2M}{r^3}$.

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

Вычисление магнитного напряжения вдоль оси кругового тока не представит особых затруднений. Нас не должно смущать, что интегрирование происходит вдоль прямой линии, в то время как нас интересует магнитное напряжение вдоль замкнутой кривой. Дело в том, что прямая, идущая от отрицательной бесконечности в положительную, является замкнутой кривой — она замыкается в бесконечности.

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

Выражение для магнитного напряжения $\int Hdl$, взятого вдоль такой замкнутой кривой, т. е. вдоль оси кругового тока от отрицательной бесконечности до положительной бесконечности, можно записать в виде

$$2M\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dl}{\left(\sqrt{l^2+a^2}\right)^3},$$

где a — радиус контура, l — расстояние, откладываемое по оси контура.

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

Интеграл легко берется, если перейти к новой переменной β по формуле $\frac{l}{a} = \operatorname{ctg}\beta$, и оказывается равным $\frac{2}{a^2}$. Подставляя $M = \frac{1}{c} I\pi a^2$ и приравнивая значение магнитного напряжения величине kI, получим

$$k = \frac{4\pi}{c} \quad (\text{СГС}), \qquad k = 1 \ (\text{СИ})\,.$$

Закон магнитного напряжения имеет вид

$$\oint Hdl = \frac{4\pi}{c}\sum I \ \text{ или } \oint Hdl = \sum I \ .$$

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

Закон магнитного напряжения может оказаться весьма полезным при подсчете магнитных полей ряда систем. В его применении нам должны помочь соображения симметрии, и в этом отношении рассуждения, к которым мы сейчас переходим, очень похожи на соответствующие задачи, которые решались в электростатике с помощью закона Гаусса – Остроградского.

Рассмотрим, прежде всего, бесконечный прямолинейный ток.

Вихревой характер магнитного поля

Из соображений симметрии очевидно, что силовая линия может иметь лишь форму окружности, центр которой совпадает с осью провода. Также несомненно, что во всех точках окружности числовое значение напряженности одно и то же. Применяя к такой силовой линии закон магнитного напряжения, получим: $H\oint dl = \frac{4\pi}{c} I$. При этом $\oint dl$ есть не что иное как длина силовой линии.

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

Если рассматриваются точки, расположенные на расстоянии r от оси провода, то $\oint dl = 2\pi r$, и, таким образом, для магнитного поля бесконечного прямолинейного тока в пространстве вне провода мы получим:

$$H = \frac{2I}{cr} \;\; (\text{СГС}), \qquad H = \frac{I}{2\pi r} \;\; (\text{СИ}) .$$

Найдем теперь напряженность магнитного поля внутри провода. Обозначим радиус провода через a и допустим, что ток распределен вдоль сечения провода вполне равномерно.

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

Силовые линии внутри провода также должны иметь вид окружностей. Рассмотрим такую линию радиуса r. Через нее протекает доля тока $\frac{r^2}{a^2}I$, и, следовательно, закон магнитного напряжения даст

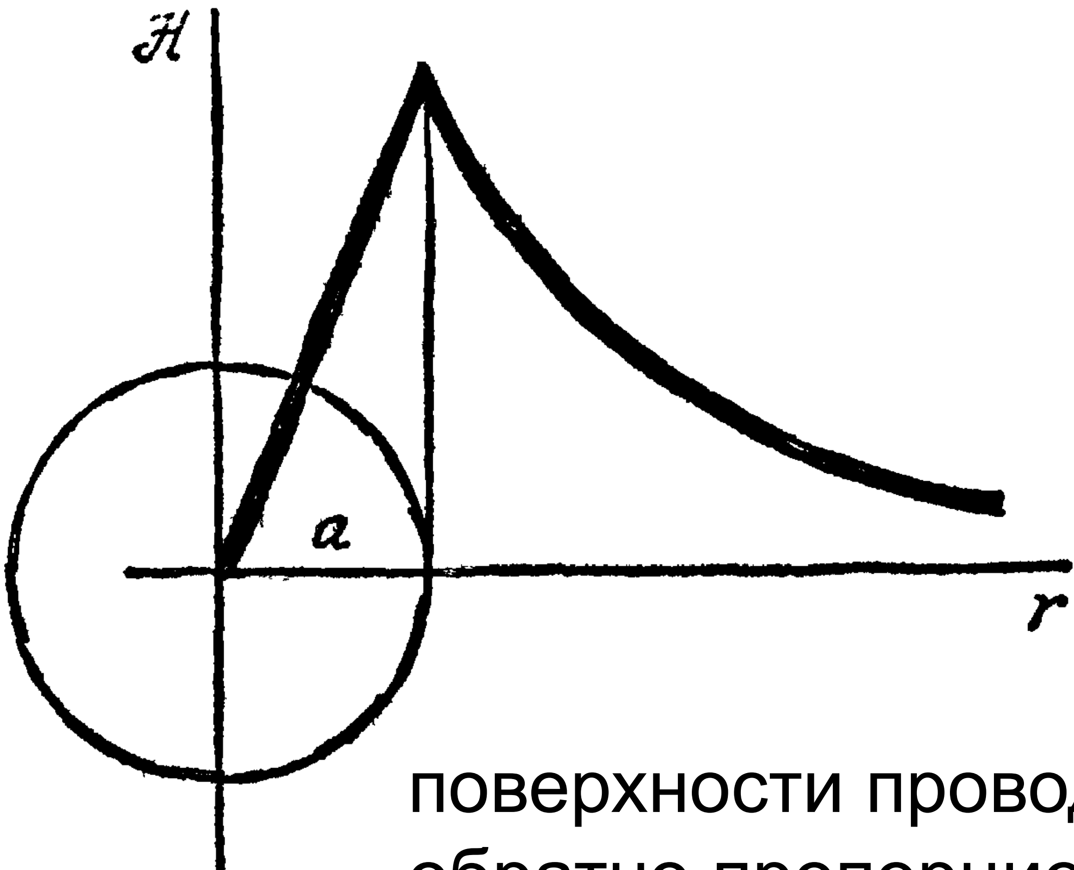
$$H \cdot 2\pi r = \frac{4\pi}{c}\frac{r^2}{a^2}I \quad \to H = \frac{2}{c}\frac{r}{a^2}I$$

или в системе СИ

$$H = r\frac{I}{2\pi a^2}\,.$$

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля



Мы видим, что напряженность магнитного поля на оси провода равна нулю, далее она возрастает, становится максимальной на поверхности провода, а затем убывает обратно пропорционально расстоянию.

Вихревой характер магнитного поля

Если поле определяется в такой точке, для которой расстояние r много меньше ее расстояния до конца провода, то формула $H = \frac{I}{2\pi r}$ может быть применена для провода конечных размеров.

Другой важный пример использования закона магнитного напряжения — это вычисление поля соленоида.

Положим, что на окружность длиной L равномерно навиты витки соленоида.

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

Поле внутри кругового соленоида должно быть однородным, и все силовые линии должны быть окружностями, концентрическими с *L*. Такая система для вопросов теории магнитного поля играет ту же роль, что бесконечный плоский конденсатор в теории электрического поля. Каждая силовая линия охватывает все *n* витков, и поэтому магнитное напряжение, взятое вдоль силовой линии длиной *L*, будет равно

$$\oint H dl = \frac{4\pi}{c} nI$$

Магнитное поле

Вихревой характер магнитного поля

Так как $\oint H dl = HL$, то

$$H = \frac{4\pi}{c}\frac{n}{L}I \quad \text{(СГС)},$$

$$H = \frac{n}{L}I \quad \text{(СИ)}\,.$$

Напряженность магнитного поля катушки определяется ее «ампер-витками», т.е. произведением силы тока на число витков на единицу длины соленоида.

Магнитное поле

Закон электромагнитной индукции и сила Лоренца

Как известно, явление электромагнитной индукции, открытое великим английским физиком Фарадеем, состоит в том, что в замкнутом проводнике возникает электрический ток, если только изменяется значение магнитного потока, проходящего через замкнутый провод. При этом эдс индукции оказывается пропорциональной скорости изменения магнитного потока, т. е. производной по времени

$$\frac{d\Phi}{dt}, \text{где } \Phi = \int B \cos \alpha dS \ .$$

Закон электромагнитной индукции и сила Лоренца

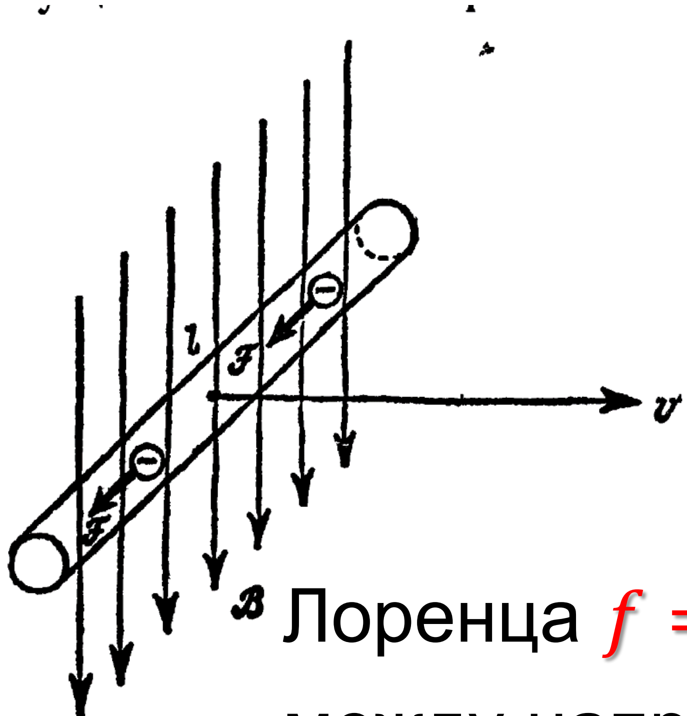
Покажем, что закон электромагнитной индукции тесно связан с существованием лоренцовой силы. Если электромагнитная индукция возникает при перемещении провода в магнитном поле, то закон индукции является прямым следствием выражения для силы Лоренца.

Закон электромагнитной индукции и сила Лоренца

Чтобы не загромождать изложения чисто математическими трудностями, проведем упрощенное доказательство, а именно допустим, что эдс индукции возникает в прямоугольном контуре, расположенном перпендикулярно к силовым линиям однородного магнитного поля. Изменение потока вызывается поступательным перемещением одной из сторон прямоугольника длиной l так, как показано на рисунке следующего слайда.

Магнитное поле

Закон электромагнитной индукции и сила Лоренца



В перемещающемся проводнике находятся свободные заряды, поэтому при движении проводника со скоростью v эти заряды подвергнутся действию силы Лоренца $f = \frac{e}{c} vB$. (Ввиду того, что углы между направлением скорости, магнитным полем и направлением проводника равны 90°, мы опустили векторные символы в формуле силы, а синус угла при этом равен единице).

Магнитное поле

Закон электромагнитной индукции и сила Лоренца

Сила Лоренца направлена перпендикулярно к плоскости, проходящей через направление v скорости перемещения зарядов (вместе с проводом) и магнитные линии, т.е. вдоль провода. Таким образом, заряды придут в движение вдоль провода, создастся индукционный ток.

Электродвижущей силой называется работа перемещения единицы заряда вдоль замкнутого контура. Сила, действующая на единицу заряда, равна $\frac{1}{c}vB$; работа этой силы вдоль движущегося провода равна $\frac{1}{c}vBl$; но на остальных участках контура работа не производится.

Закон электромагнитной индукции и сила Лоренца

Поэтому последнее выражение и есть искомое выражение для эдс индукции.

Оно имеет вид

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = \frac{1}{c} vlB \text{ (СГС)},$$

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = vlB \text{ (СИ)}.$$

Пусть за время dt провод передвинулся на расстояние dx. Площадь контура возросла при этом на величину $ldx=dS$, а магнитный поток — на величину $d\Phi = BdS$.

Магнитное поле

Закон электромагнитной индукции и сила Лоренца

Так как $v = \frac{dx}{dt}$, э. д. с. индукции может быть представлена и в такой форме: $\frac{1}{c}\frac{BdS}{dt}$. Но выражение $\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{1}{c}\frac{d\Phi}{dt}$ в системе СГС и $\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt}$ в системе СИ и есть закон электромагнитной индукции Фарадея.

Этим мы показали, что электромагнитная индукция и отклонение движущихся электрических зарядов во внешнем поле представляют собой проявления одних и тех же законов природы.

Магнитное поле

Ограниченные тела в магнитном поле

В той или иной степени все тела обладают магнитными свойствами. Магнитные свойства скажутся, во-первых, в том, что тела будут испытывать действие сил и моментов сил со стороны магнитного поля; во-вторых, магнитное поле исказится, если поместить в него тело. Как указывалось выше, магнитные свойства вещества характеризуются коэффициентом μ — магнитной проницаемостью вещества.

Магнитное поле

Ограниченные тела в магнитном поле

По значениям μ тела могут быть отчетливо разбиты натри класса веществ: ферромагнетики, к которым относятся железо, никель и кобальт, обладающие положительными значениями относительной магнитной проницаемости, много большими единицы; парамагнетики — тела с проницаемостью, несколько большей единицы, и диамагнетики, у которых магнитная проницаемость чуть меньше единицы. Типичные цифры приведены в таблице

Магнитное поле

Ограниченные тела в магнитном поле

Вещество	μ	$\varkappa$
Медь	0,999990	-10^{-5}
Вода	0,999991	$-9 \cdot 10^{-6}$
Платина	1,000300	$300 \cdot 10^{-6}$
Кремний	0,999986	$-14 \cdot 10^{-6}$
Вольфрам	1,000079	$79 \cdot 10^{-6}$

Магнитное поле

Ограниченные тела в магнитном поле

Искажение магнитного поля, происходящее при внесении в него диамагнитных и парамагнитных тел, совершенно незначительно. Напротив, магнитное поле искажается весьма существенно, если в пространство будут внесены ферромагнитные тела.

Что же касается силовых действий магнитного поля, то они без особого труда обнаруживаются и для пара- и диамагнитных тел.

Магнитное поле

Ограниченные тела в магнитном поле

Не приходится и говорить о значительных силах, которые испытываются со стороны магнитного поля ферромагнитными телами; эти силы превосходно знакомы каждому.

Остановимся сначала на изучении магнитных сил. Каждое тело, не обладавшее магнитными свойствами, становится магнитным, будучи внесенным в поле. Этот процесс есть намагничивание тела, проявляющееся в приобретении телом магнитного момента.

Магнитное поле

Ограниченные тела в магнитном поле

Как нам известно, система, обладающая магнитным моментом, может обнаружить себя двояко. В однородном поле такое тело поворачивается так, чтобы направление момента совпало с внешним полем. В неоднородном поле тело будет, кроме того, испытывать силу, действующую так, что тело придет в движение вдоль силовых линий.

Вращательный момент может быть без труда обнаружен у ферромагнитных тел. По формуле $\vec{N} = [\vec{M}\vec{H}]$ можно найти магнитный момент тела.

Магнитное поле

Ограниченные тела в магнитном поле

Однако большей частью нас интересует не тело случайной формы, а вещество. Поэтому по возможности пересчитывают измеренную величину на магнитный момент единицы объема. Вектор, направленный вдоль магнитного момента и численно равный величине магнитного момента, приходящегося на единицу объема, называют ***вектором намагничения J***. Разумеется, перерасчет от магнитного момента тела к вектору намагничения не вызывает трудностей лишь в том случае, если мы уверены в том, что намагничение образца однородно.

Магнитное поле

Ограниченные тела в магнитном поле

Это имеет место тогда, когда образец обладает формой эллипсоида или вырожденного эллипсоида, т. е. цилиндра, пластинки, шара. С такими телами и проводят подобные эксперименты.

Определение вектора намагничения измерением вращательного момента легко проводится для ферромагнитных тел. Для парамагнитных и диамагнитных тел вращательные моменты очень малы и измерять их трудно.

Ограниченные тела в магнитном поле

В этих случаях предпочитают измерение силы, действующей на тело, находящееся в неоднородном поле.

Рассмотрим элемент объема магнетика, находящегося в неоднородном поле. Для простоты положим, что поле меняется вдоль одной оси и градиент поля равен $\frac{dH}{dx}$. Каждый элемент объема магнетика будет вести себя, как магнитный диполь, поэтому потенциальная энергия единицы объема может быть записана в виде $U = -JH$.

Магнитное поле

Ограниченные тела в магнитном поле

Если его момент установился вдоль поля, то сила, действующая на единицу объема магнетика, будет равна производной потенциальной энергии по координате, т. е.

$$f = -J\frac{dH}{dx}.$$

Таким образом, зная градиент поля и измеряя силу, можно найти величину магнитного момента единицы объема исследуемого тела. Практически это осуществляется в различных установках. Простейшими из них являются так называемые магнитные весы.

Магнитное поле

Ограниченные тела в магнитном поле

В одной из чашек аналитических микровесов делается отверстие, через которое пропускается нить. На конец нити подвешивается образец и помещается между полюсами магнита. Образец уравновешивается сначала при невключенном магните, а затем при наложении поля. Разность показаний весов дает значение силы *f*.

Весы должны быть достаточно точными. Так, кусок висмута (наиболее сильное диамагнетик), помещенный в магнитное поле, напряженностью H=1000 Э, имеет намагничение $J=2 \cdot 10^{-2}$ ед. СГС.

Ограниченные тела в магнитном поле

При неоднородности магнитного поля $\frac{dH}{dx} \sim 50$ Э/см на каждый кубический сантиметр висмута будет действовать сила лишь в 1 дин, т.е. f ~ 1 дин/см^3.

Опыт показывает, что для диа- и парамагнитных тел между вектором намагничения и напряженностью магнитного поля имеется простая зависимость

$$J = \mu_0 \varkappa H,$$

где $\varkappa$ носит название ***магнитной восприимчивости***.

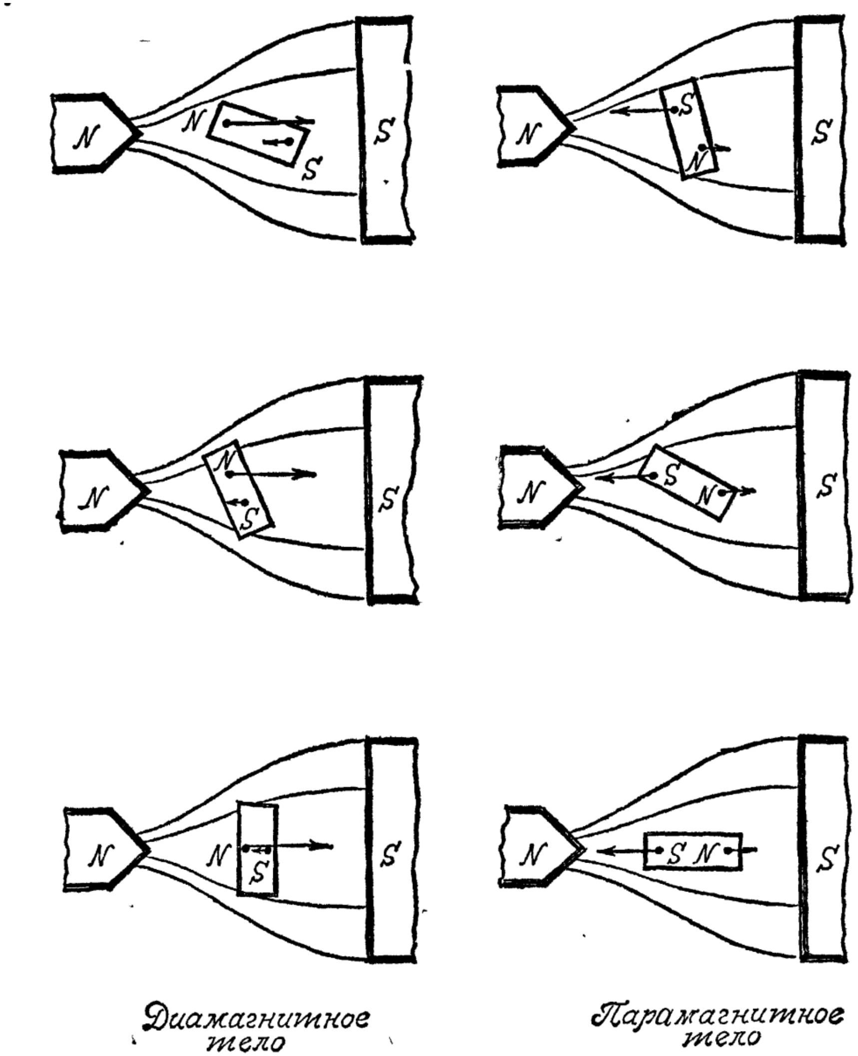
Магнитное поле

Ограниченные тела в магнитном поле

Для диамагнитных тел $\varkappa$ отрицательно, для парамагнитных — положительно. Значения $\varkappa$ были приведены в таблице на слайде 107. При положительных значениях $\varkappa$ вектор намагничения параллелен вектору напряженности поля, при отрицательных значениях $\varkappa$, т.е. для диамагнитных тел, направления векторов намагничения и напряженности магнитного поля противоположны.

Магнитное поле

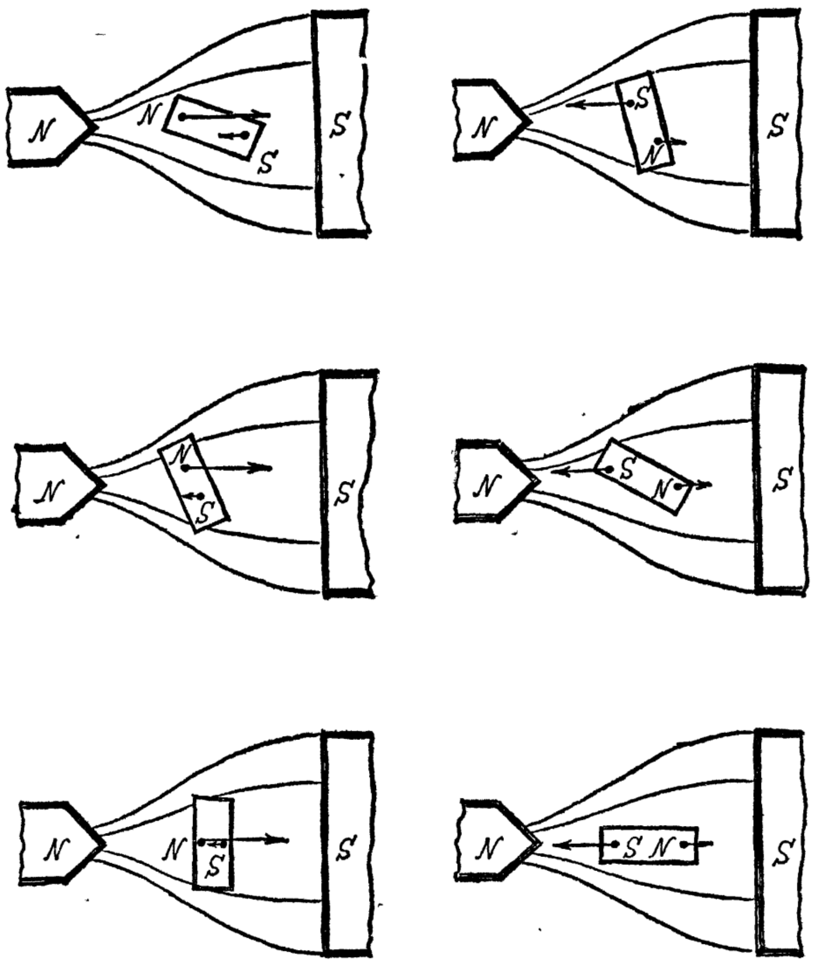
Ограниченные тела в магнитном поле



Эта разница в знаке делает весьма непохожим поведение тел обоих классов в тождественных условиях, что иллюстрируется рисунком. Парамагнитное тело втягивается в область сильного поля, диамагнитное тело выталкивается.

Магнитное поле

Ограниченные тела в магнитном поле



Диамагнитное тело

Парамагнитное тело

В однородном поле парамагнитная стрелка стремится расположить свою ось вдоль силовых линий, диамагнитная — поперек.

Магнитное поле

Связь между магнитной проницаемостью и восприимчивостью

Обе эти величины могут быть измерены непосредственно: магнитная проницаемость определяется измерением индукции и напряженности с дальнейшим вычислением по формуле $\mu = {}^{B}/_{H}$, а восприимчивость — по силовым действиям на магнетик. Разумеется, можно установить на опыте связь между этими двумя характеристиками магнитных свойств вещества.

Связь между магнитной проницаемостью и восприимчивостью

В этом, однако, нет нужды, так как между μ и $\varkappa$ существует строгая и простая связь, формулу которой мы приведем без вывода, в готовом виде:

$$\mu = 1 + \varkappa.$$

Магнитное поле

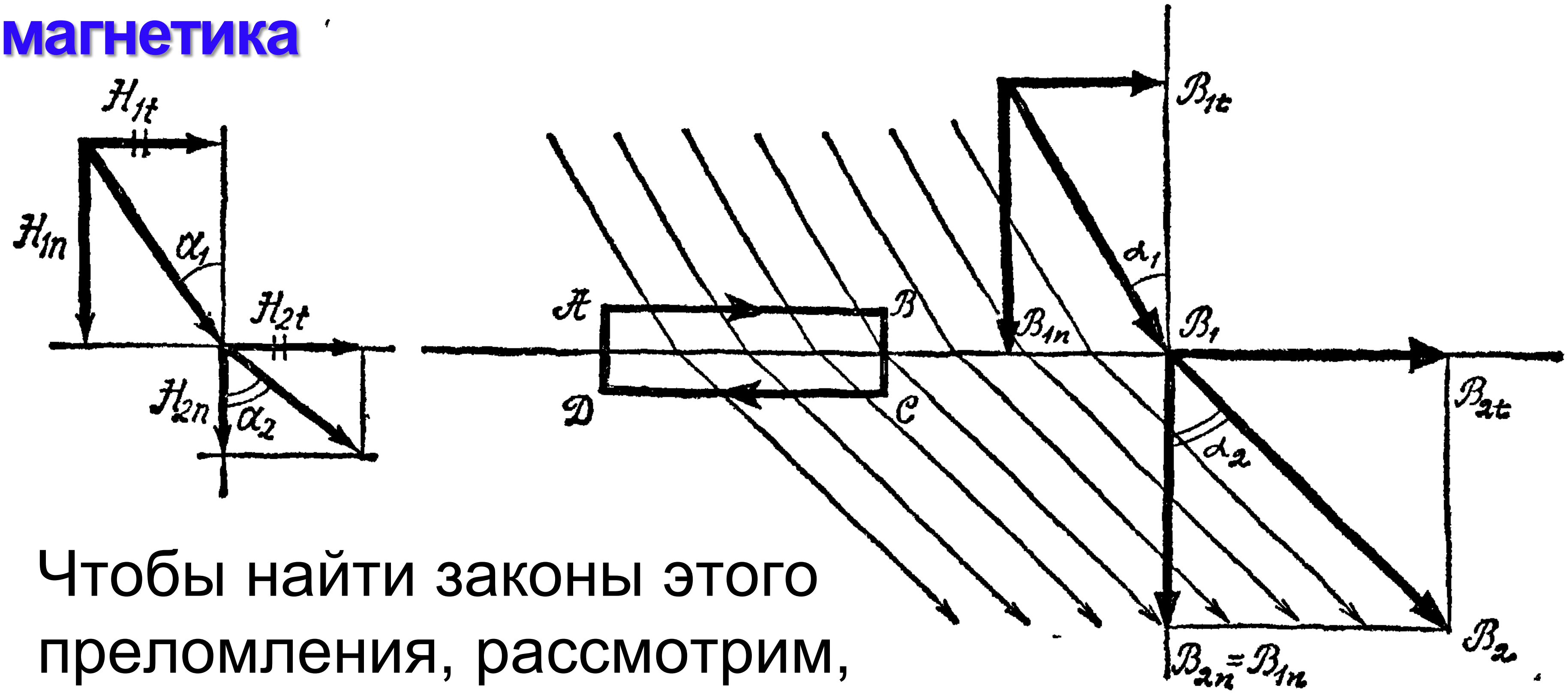
Искажение магнитного поля при внесении в него магнетика

Вопрос об искажении магнитного поля имеет практическое значение только при внесении в поле железных тел. В значительной части нам придется повторить рассуждения, аналогичные таковым для диэлектриков.

На границе двух сред, обладающих разными магнитными проницаемостями, векторы магнитного поля (как индукция, так и напряженность) преломляются.

Магнитное поле

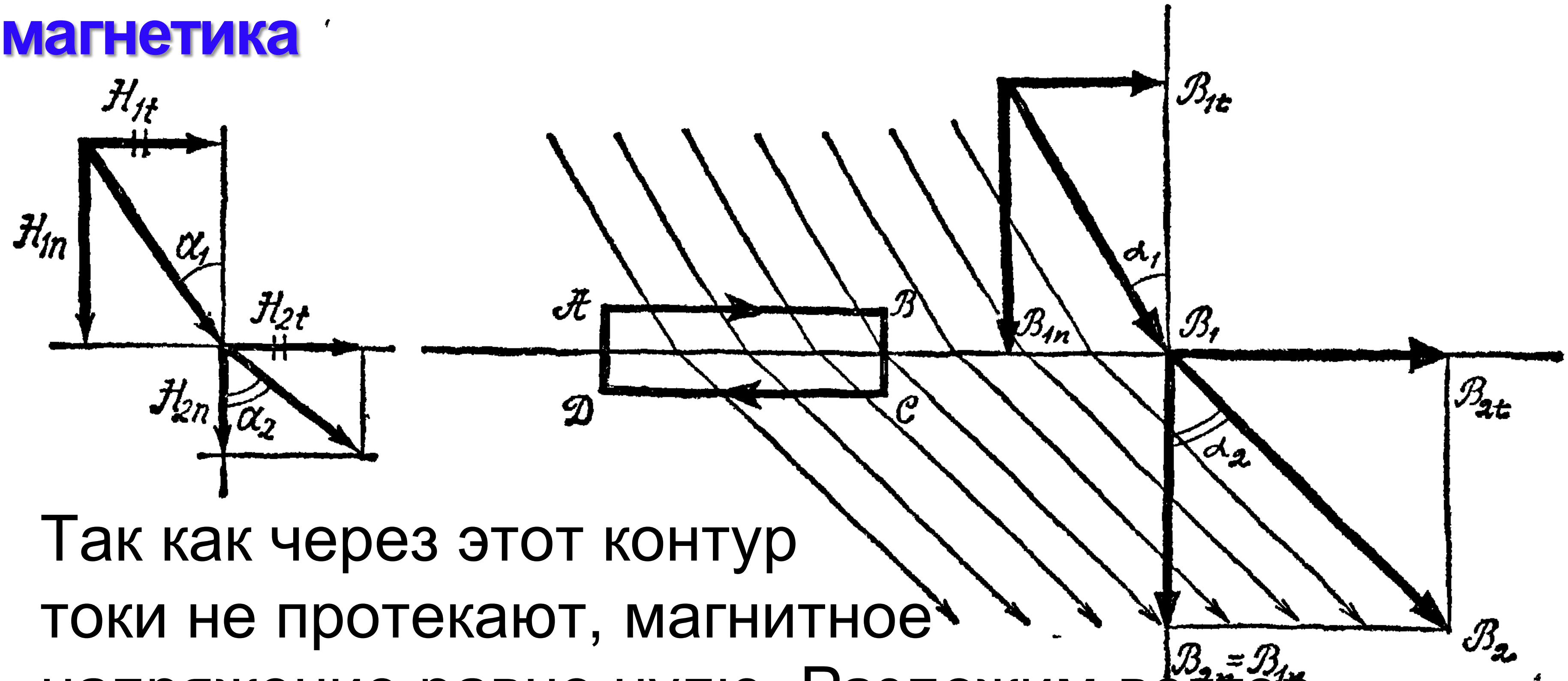
Искажение магнитного поля при внесении в него магнетика



Чтобы найти законы этого преломления, рассмотрим, прежде всего, магнитное напряжение, взятое вдоль малого контура *ABCD*, тесно прилегающего к поверхности раздела.

Магнитное поле

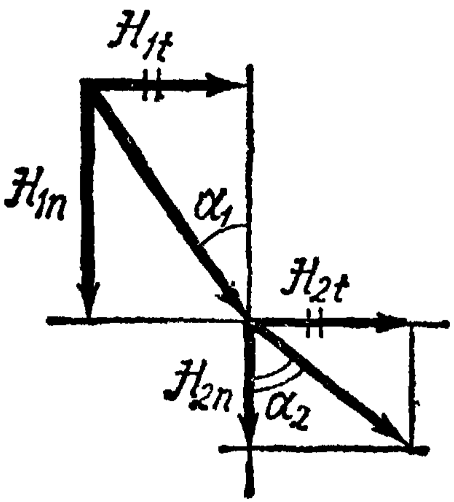
Искажение магнитного поля при внесении в него магнетика

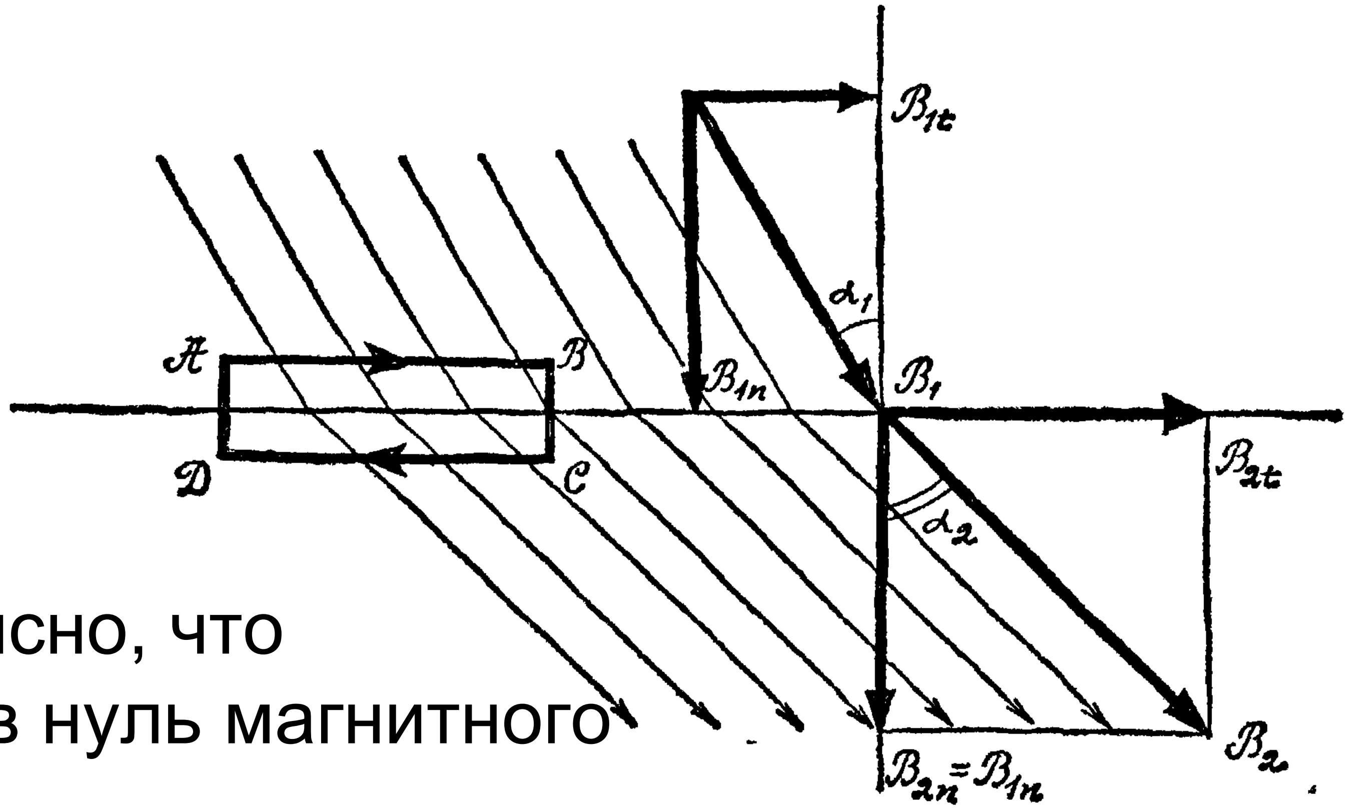


Так как через этот контур токи не протекают, магнитное напряжение равно нулю. Разложим вектор напряженности с обеих сторон границы на нормальную и тангенциальную составляющие.

Магнитное поле

Искажение магнитного поля при внесении в него магнетика

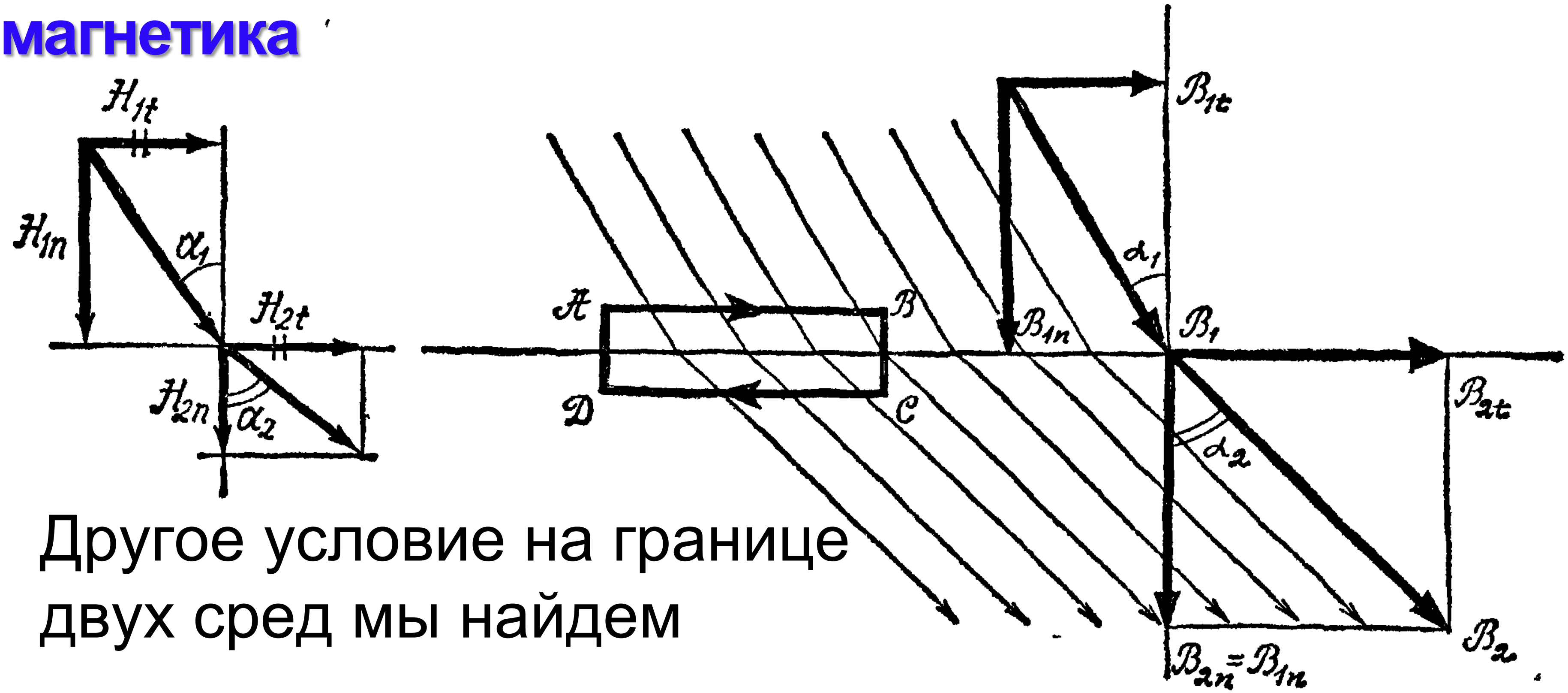




Из рисунка ясно, что обращение в нуль магнитного напряжения может иметь место лишь в том случае, если тангенциальные составляющие будут равны друг другу: $H_{1t} = H_{2t}$.

Магнитное поле

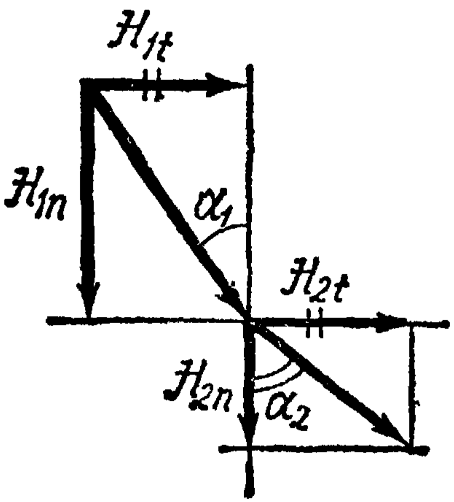
Искажение магнитного поля при внесении в него магнетика

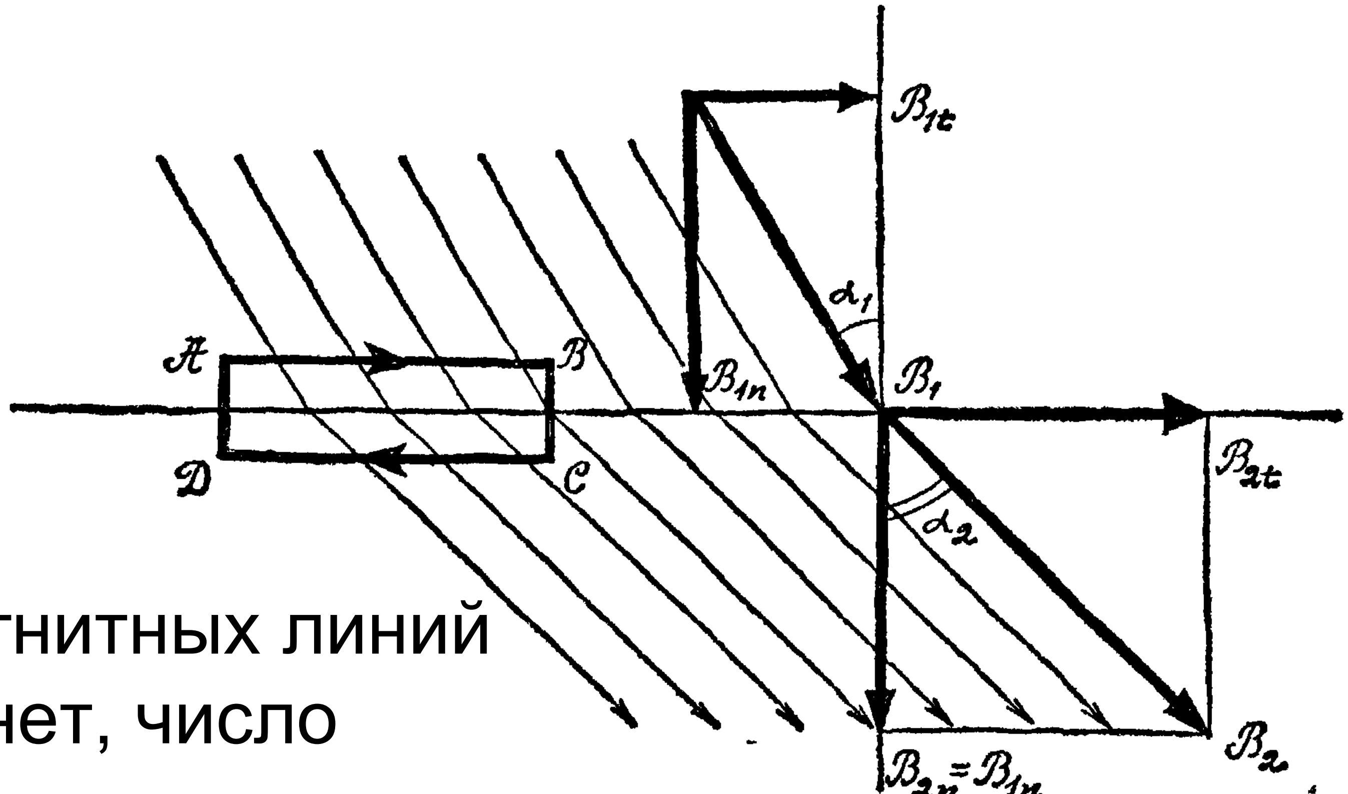


Другое условие на границе двух сред мы найдем рассмотрением магнитного потока, проходящего через прилегающий к поверхности раздела небольшой цилиндр (на рисунке не показан).

Магнитное поле

Искажение магнитного поля при внесении в него магнетика

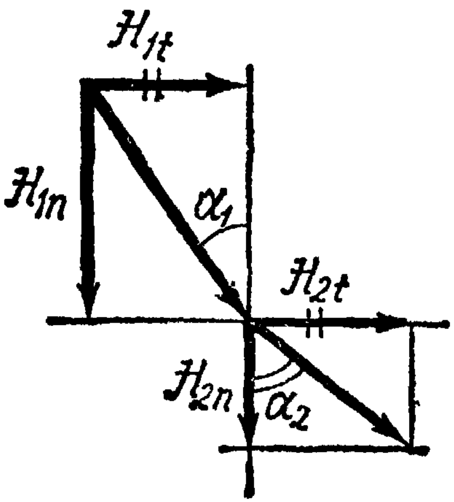


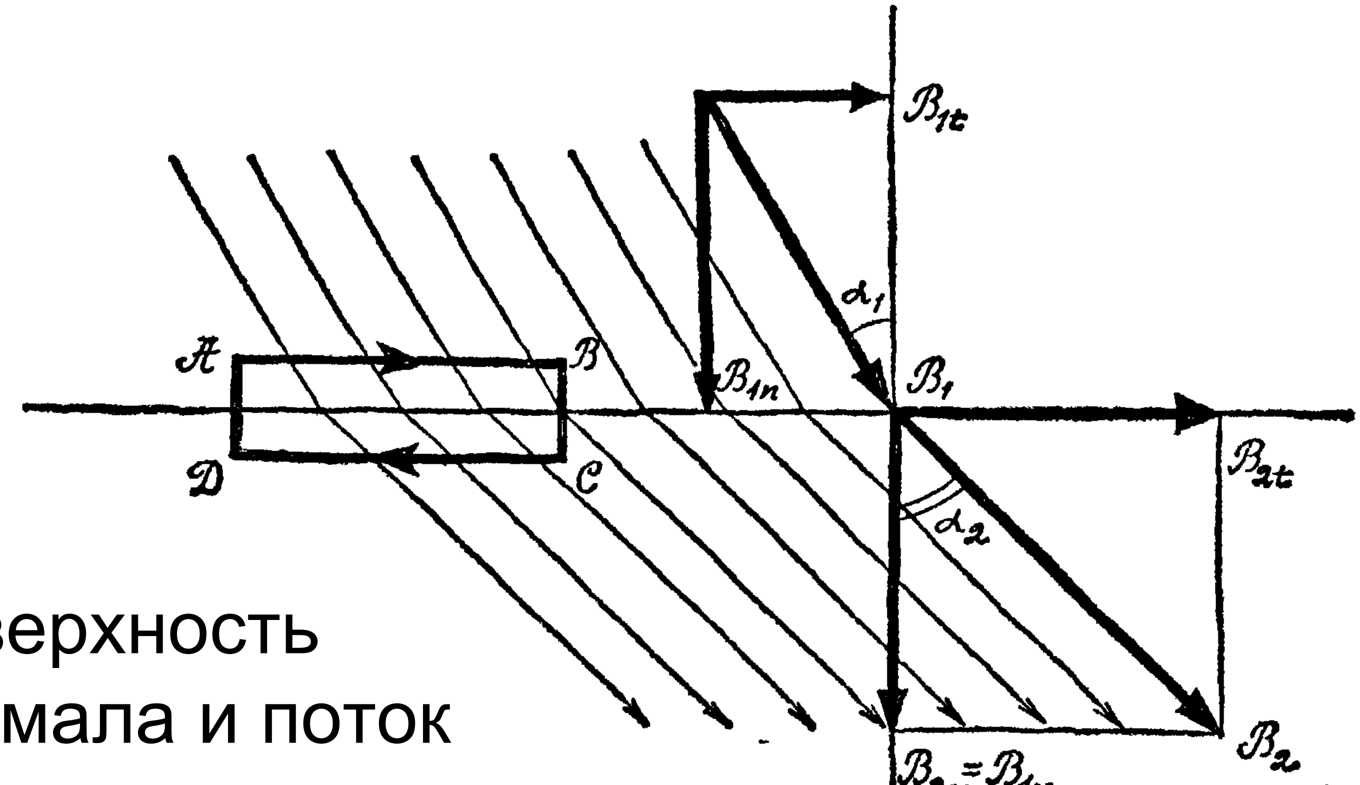


Так как у магнитных линий источников нет, число силовых линий, входящих в верхнее основание цилиндра, должно равняться числу линий, выходящих через нижнее основание.

Магнитное поле

Искажение магнитного поля при внесении в него магнетика

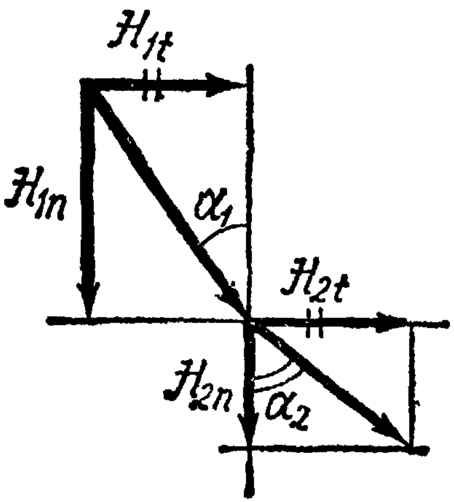


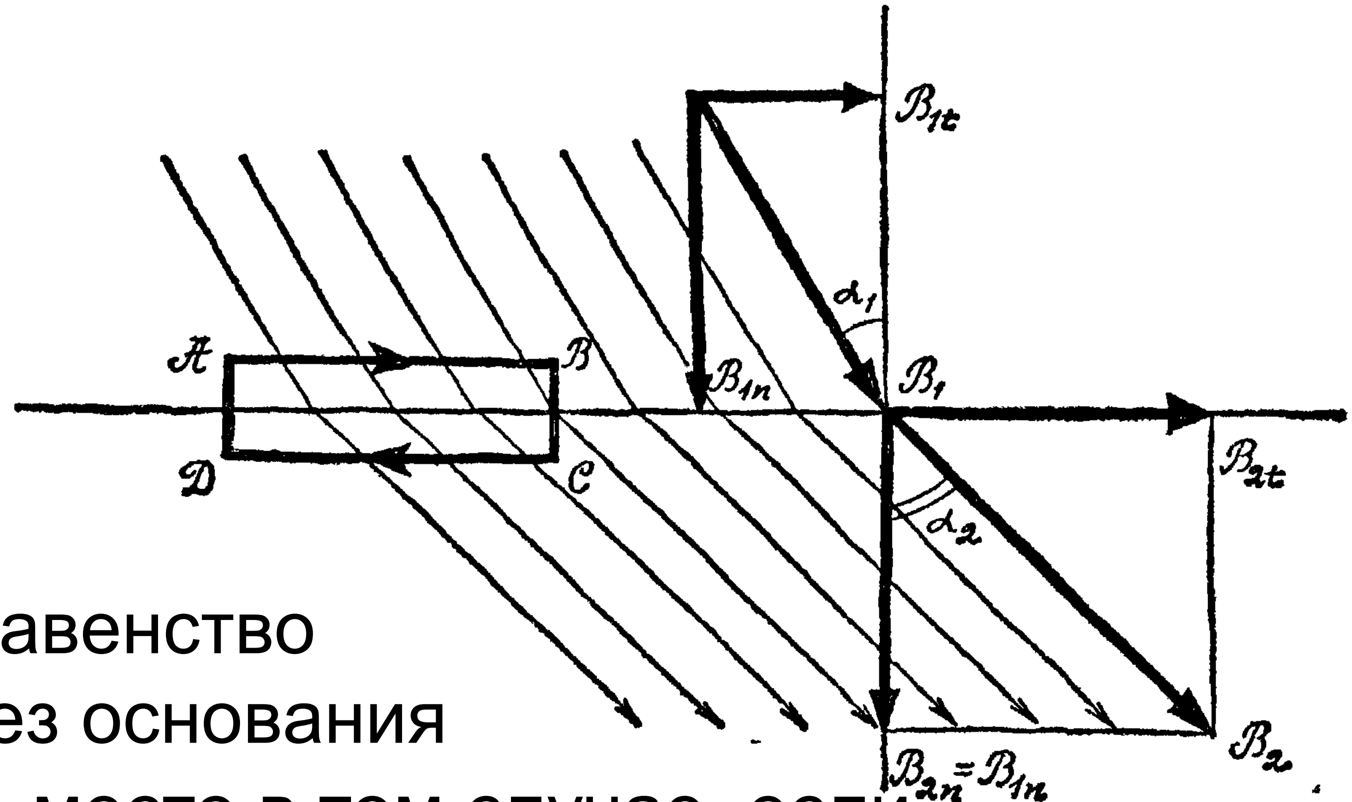


Боковая поверхность бесконечно мала и поток через нее равен нулю. Разложим вектор магнитной индукции с обеих сторон границы на две составляющие: нормальную и тангенциальную.

Магнитное поле

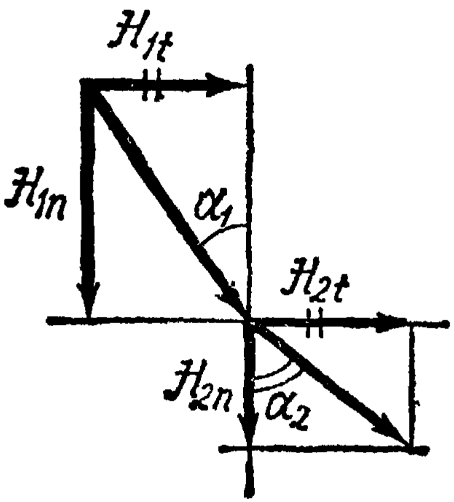
Искажение магнитного поля при внесении в него магнетика

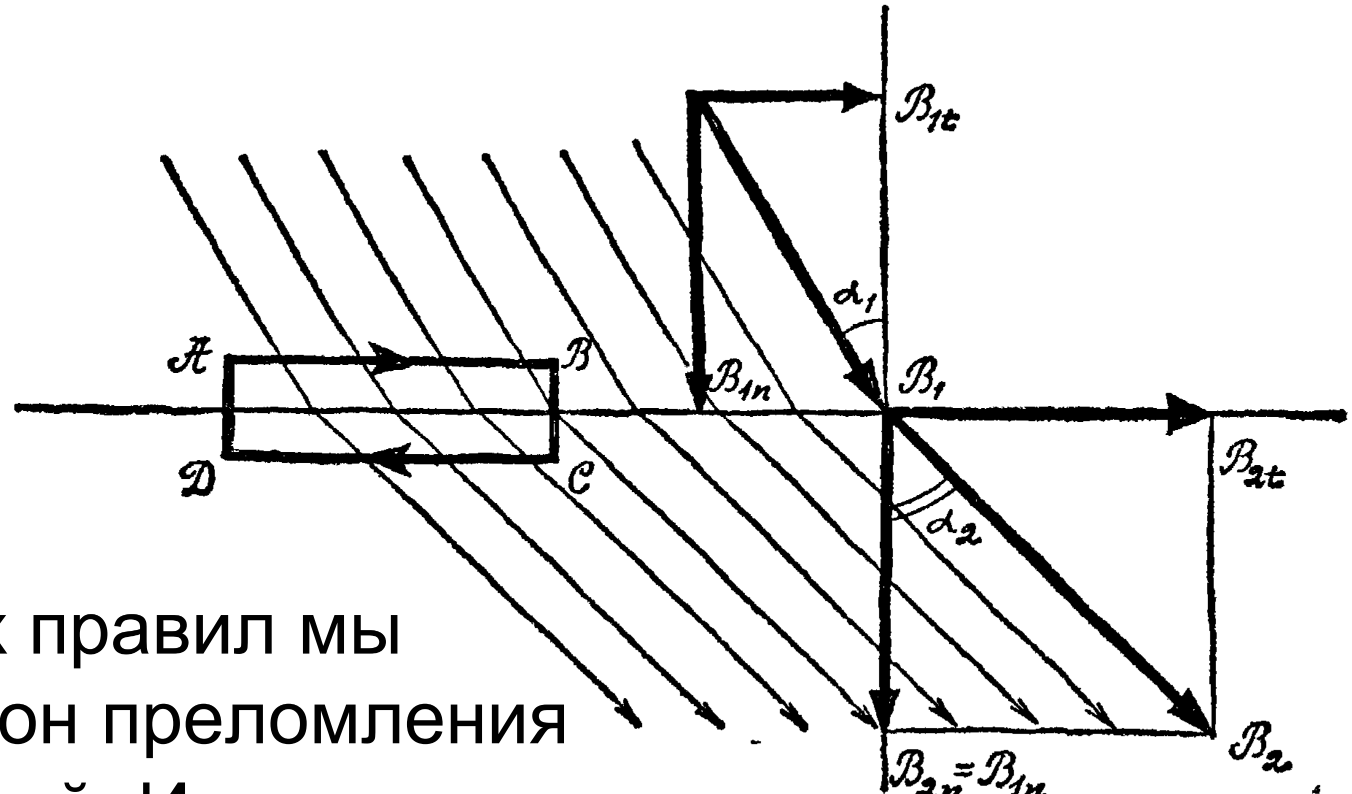




Очевидно, равенство потоков через основания может иметь место в том случае, если нормальные составляющие вектора индукции не изменятся при переходе через границу: $B_{1n} = B_{2n}$

Искажение магнитного поля при внесении в него магнетика



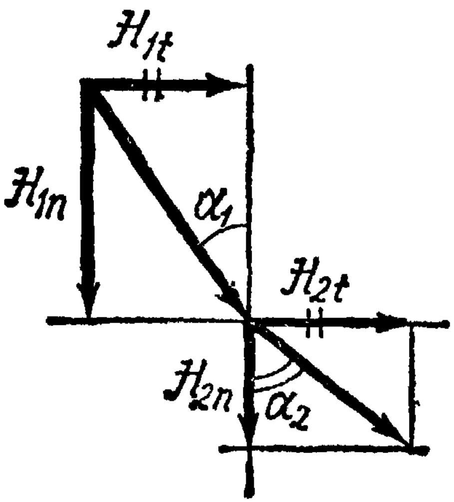


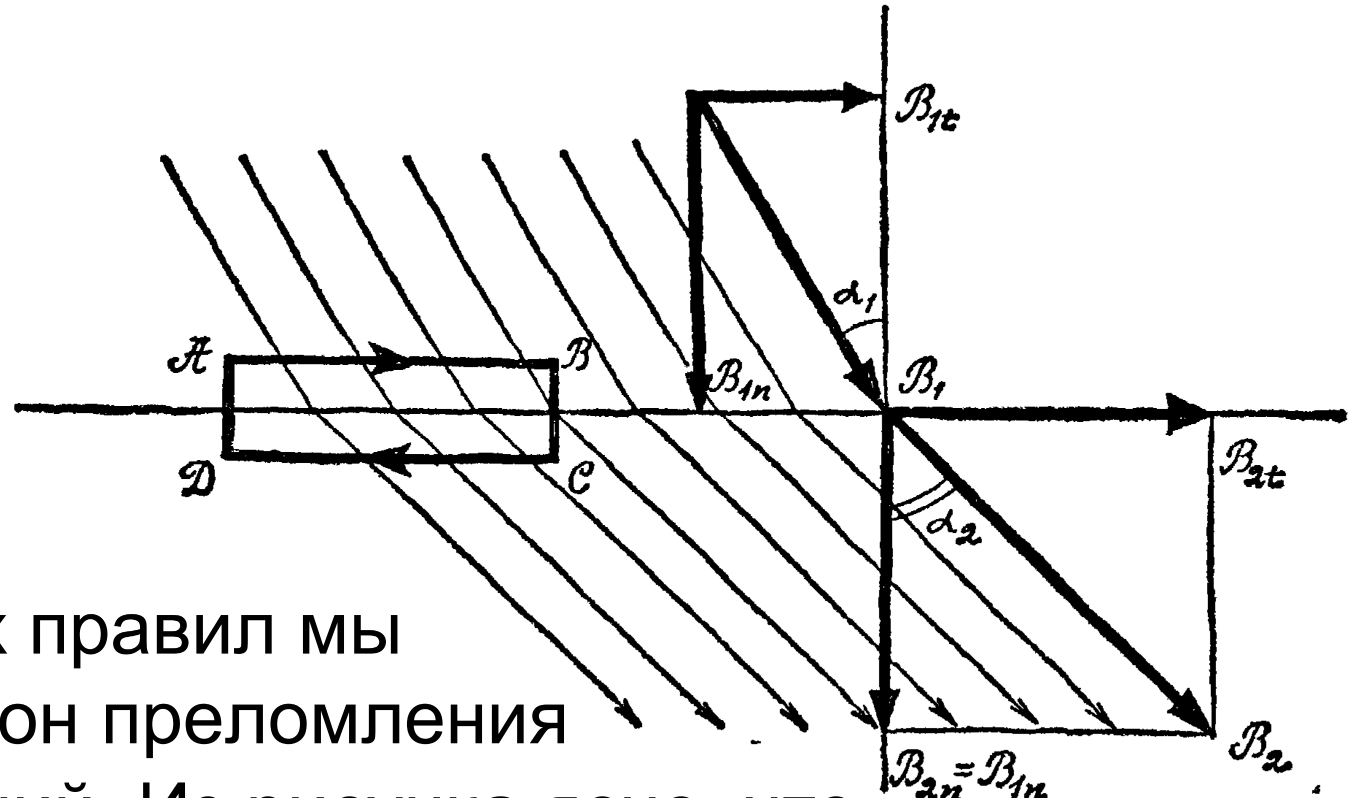
Из этих двух правил мы находим закон преломления силовых линий. Из рисунка ясно, что

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2}=\frac{\mu_1}{\mu_2}$$

Магнитное поле

Искажение магнитного поля при внесении в него магнетика





Из этих двух правил мы находим закон преломления силовых линий. Из рисунка ясно, что

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$

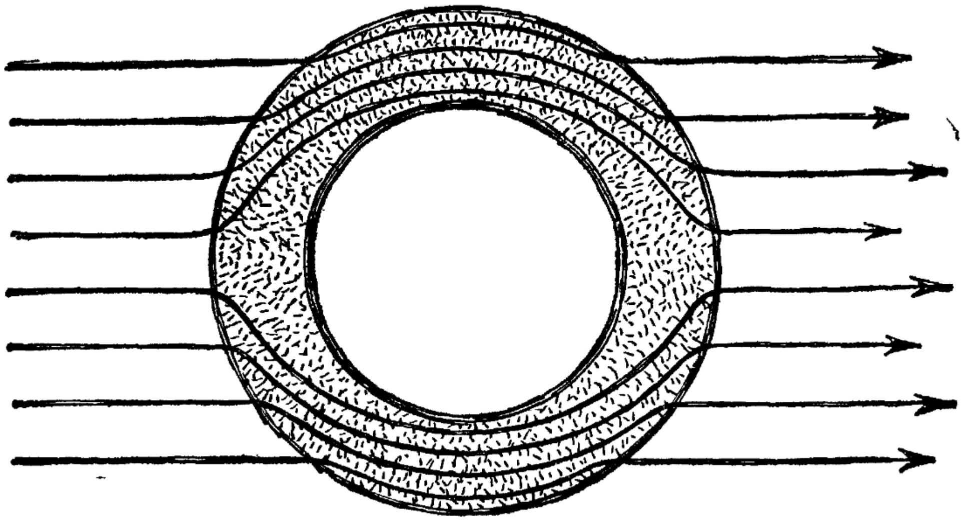
Магнитное поле

Искажение магнитного поля при внесении в него магнетика

При переходе из воздуха в железо магнитные линии отклоняются от перпендикуляра чрезвычайно значительно и поэтому сильно сгущаются. Именно поэтому железное тело, обладающее магнитной проницаемостью в сотни и тысячи раз больше μ_0, «вбирает» в себя силовые линии. На этом явлении основана магнитная защита. В пространство, огражденное железом, магнитный поток не пройдет: подавляющая часть магнитных линий будет идти внутрь железа.

Магнитное поле

Искажение магнитного поля при внесении в него магнетика



По аналогии с диэлектриками решается задача о характере искажений, вносимых в магнитное поле телом определенной формы. Поле внутри тела, имеющего форму эллипсоида, цилиндра или пластинки, как показывают теоретические расчеты, будет однородным, если поле было однородным и до внесения в него железного тела.

Магнитное поле

Искажение магнитного поля при внесении в него магнетика

Между внешним однородным полем H_0 (тем, которое было) и полем внутри железного тела H_i (которое стало) существует соотношение, полностью аналогичное обсужденному применительно к диэлектрикам. Напряженность поля, образовавшегося в железном теле, становится меньше той, которая была ранее, на величину, пропорциональную намагничению:

$$H_i = H_0 - \frac{N'}{\mu_0} J \, .$$

Магнитное поле

Искажение магнитного поля при внесении в него магнетика

Чтобы фактор размагничения был безразмерным, намагничение поделено на магнитную проницаемость вакуума. Продолжая и далее пользоваться соотношениями системы СИ и подставляя

$$J = \mu_0(\mu - 1)H_i \,,$$

получим следующую связь между внешним и внутренним полем

$$H_i = \frac{H_0}{1 + (\mu - 1)N'} \,.$$

Магнитное поле

Искажение магнитного поля при внесении в него магнетика

В системе СГС

$$H_i = H_0 - NJ\,,$$

$$J = \frac{\mu - 1}{4\pi} H_i.$$

и связь между внешним и внутренним полем будет иметь вид

$$H_i = \frac{H_0}{1 + (\mu - 1)\frac{N}{4\pi}}\,.$$

Искажение магнитного поля при внесении в него магнетика

Коэффициент размагничения имеет те же значения, что и в случае диэлектриков:

$N = {}^{4\pi}/_{3}$ $(N' = {}^{1}/_{3})$ для шара, $N = 4\pi$ $(N' = 1)$ для пластины и т. д.

Магнитное поле

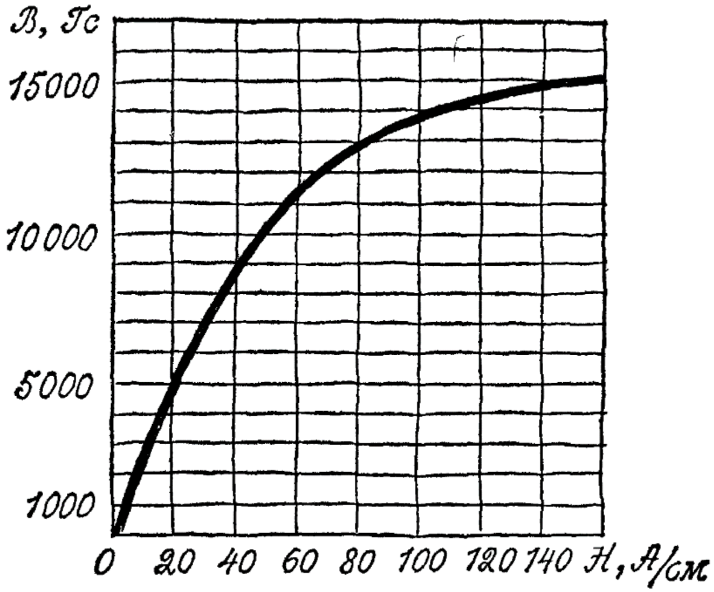
Магнитный гистерезис

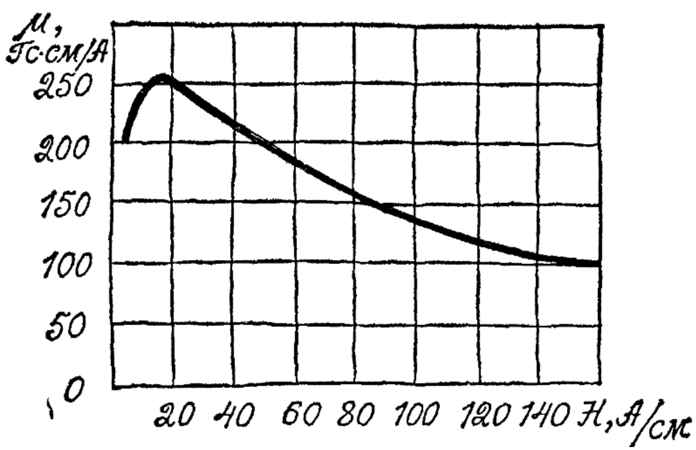
Говоря о магнитной проницаемости железных тел, мы могли создать ложное впечатление, что магнитные свойства ферромагнетиков отличаются от магнитных свойств парамагнитных тел только величиной магнитной проницаемости. Это совсем не так. Принципиальное отличие ферромагнетиков от других тел заключается в отсутствии линейной и, более того, однозначной зависимости магнитного состояния тела от напряженности магнитного поля.

Магнитный гистерезис

Поэтому понятие магнитной проницаемости для ферромагнетиков носит весьма условный характер. Правильное представление о магнитных свойствах железа можно получить, рассматривая кривую зависимости намагничения от напряженности или магнитной индукции от напряженности поля. Обе эти кривые довольно близки друг к другу.

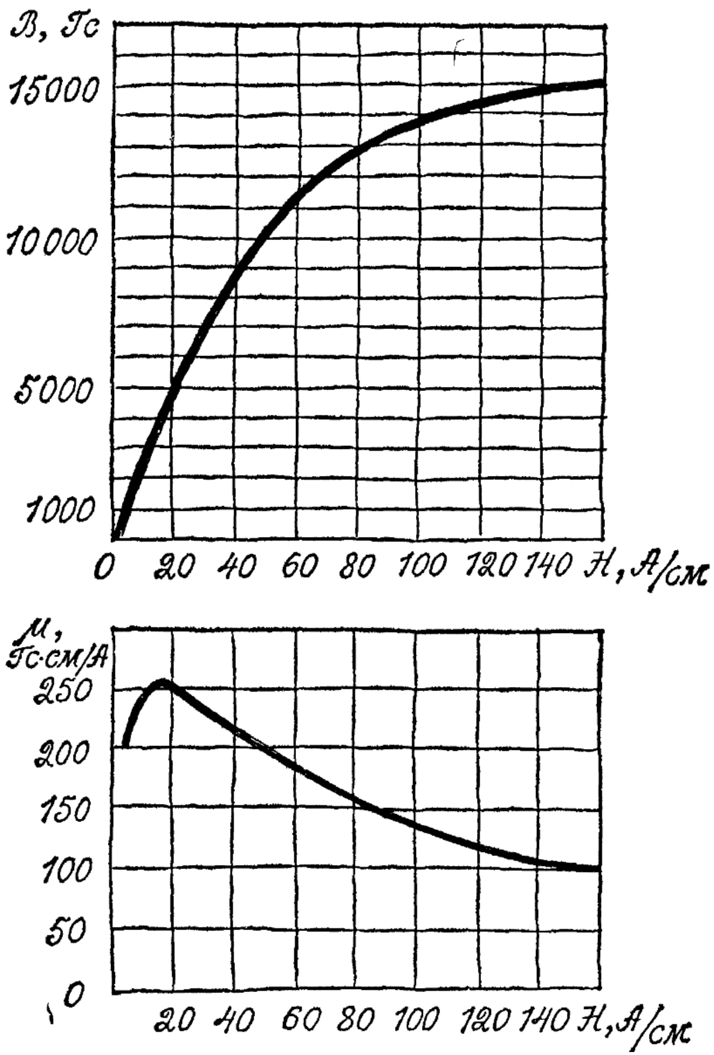
Магнитный гистерезис





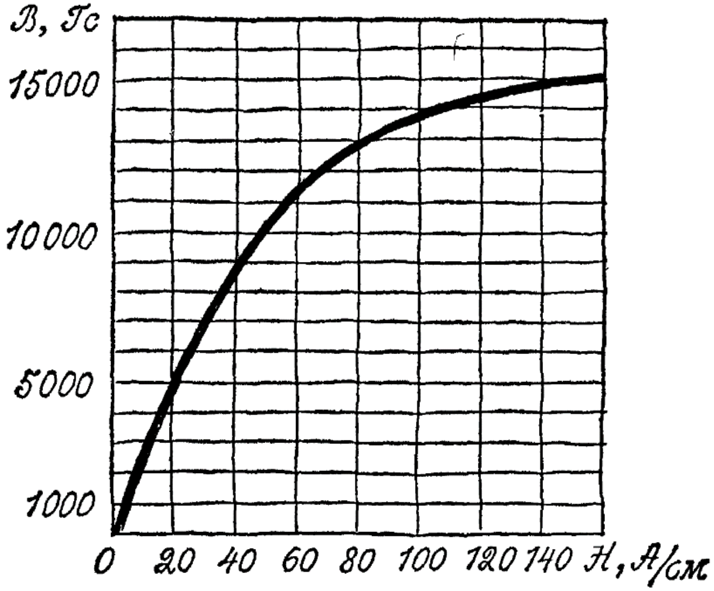
Измерим намагничение железного тела в функции напряженности. Сначала намагничение растет медленно, затем быстро и, наконец, наступит магнитное насыщение. Такие кривые намагничения, впервые построенные А. Г. Столетовым, типичны для всех ферромагнитных тел.

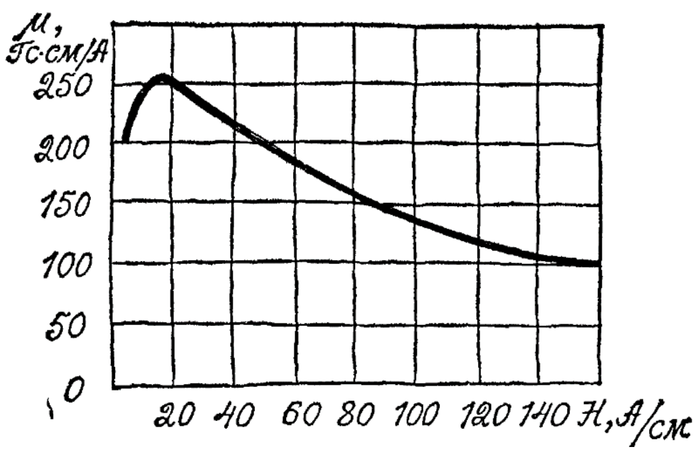
Магнитный гистерезис



Кривые намагничения и магнитной индукции весьма похожи. Ход кривой намагничения дает магнитную восприимчивость, ход кривой индукции дает магнитную проницаемость. Из приведенной кривой видно, что магнитная проницаемость (восприимчивость) изменяется по кривой с максимумом.

Магнитный гистерезис





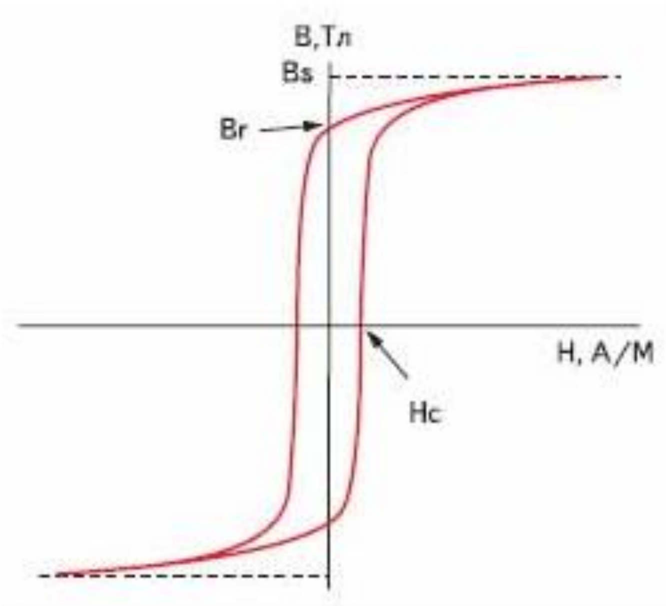
При малых полях магнитная проницаемость мала, затем она возрастает до максимума, потом падает и по достижении насыщения остается неизменной. Большей частью, когда приводят значения магнитной проницаемости, не оговаривая внешних условий, имеют в виду максимальную магнитную проницаемость.

Магнитное поле

Магнитный гистерезис

Однако описанным не исчерпывается своеобразие поведения ферромагнетиков. Положим, что железо доведено до состояния магнитного насыщения, и начнем уменьшать напряженность магнитного поля. Оказывается, что индукция будет убывать теперь по другой кривой, лежащей выше кривой начального намагничения. Напряженность поля может быть доведена до нуля, но намагничение не будет снято. Соответствующие значения намагничения и индукции называют ***остаточными***.

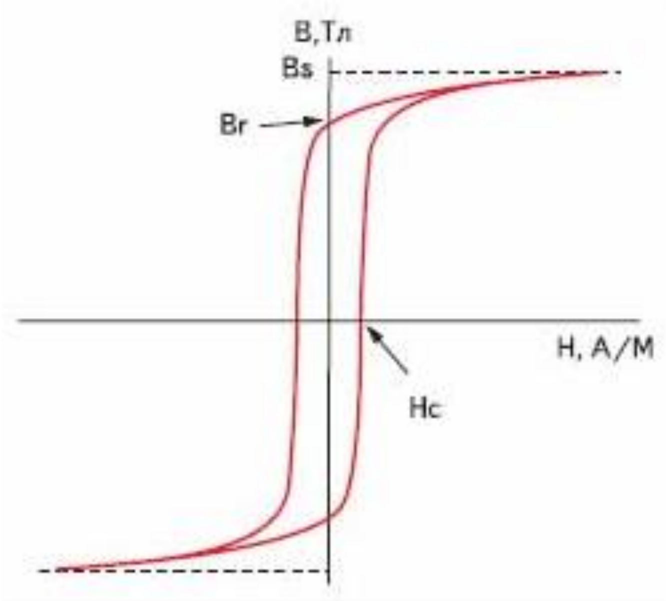
Магнитный гистерезис



Чтобы снять остаточное намагничение, необходимо переменить направление поля. Размагничивание произойдет тогда, когда напряженность поля достигнет некоторой величины H_c, называемой ***коэрцетивной*** (задерживающей) ***силой***. При дальнейшем увеличении напряженности тело начнет намагничиваться в обратном направлении, т.е. там, где был южный полюс, возникнет северный.

Магнитное поле

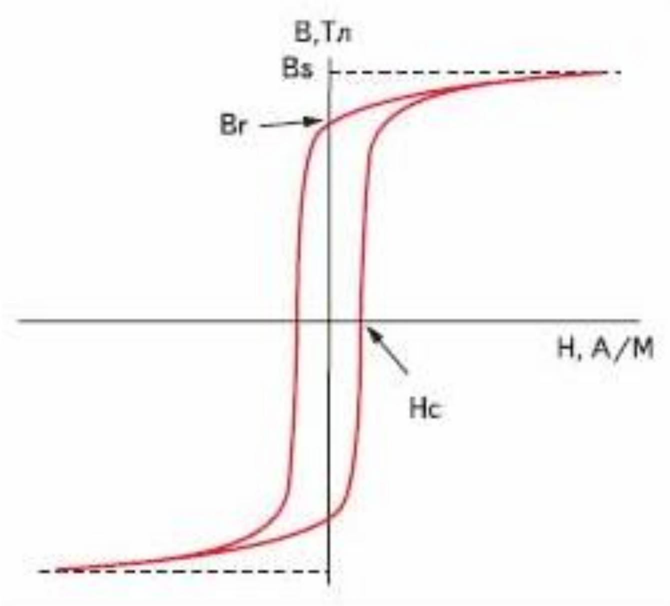
Магнитный гистерезис



Магнитный поток будет расти до той же степени насыщения, что и в начальном процессе. Достигнув отрицательного максимума индукции, можно повести процесс в обратную сторону и получить изображенную на рисунке петлю гистерезиса. Из этого рисунка следует, что напряженность поля, в которое помещено железо, не определяет еще ни магнитной индукции, ни, следовательно, магнитной проницаемости.

Магнитное поле

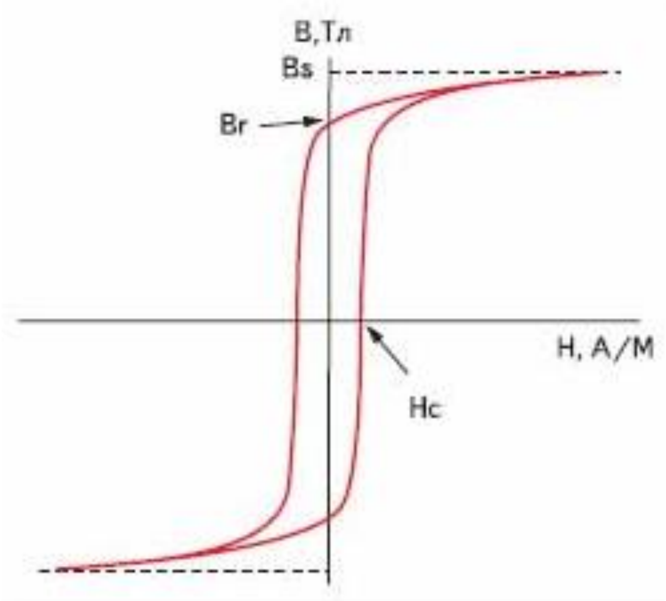
Магнитный гистерезис



Для любой абсциссы возможны три значения индукции: первое имеет место при начальном намагничивании, второе — в процессе размагничивания и третье — по прохождении почти всей петли при повторном намагничивании. Значение магнитной индукции и магнитной проницаемости зависит от предыдущей «истории» образца. Отсюда и название «петля гистерезиса».

Магнитное поле

Магнитный гистерезис



Обычно строят петлю при условии, что ферромагнетик доводится до магнитного насыщения. В то же время ясно, что можно осуществить с куском железа любые петли гистерезиса меньшего размера, как бы вписанные в основную петлю. Для этого надо начать размагничивание, не доходя до насыщения. Тогда каждому значению *H* соответствует сколь угодно большое число значений *B*.

Магнитный гистерезис

Отсюда следует способ приведения ферромагнетика в состояние, при котором одновременно равны нулю и индукция, и напряженность. Такое приведение магнитного тела в «нулевую точку» осуществляют серией последовательных перемагничиваний, начиная каждый следующий цикл при меньшем значении напряженности, чем предыдущий.

Магнитное состояние железа нельзя характеризовать только значением проницаемости или только величиной напряженности или индукции.

Магнитный гистерезис

Нужно знать две величины, скажем, индукцию и напряженность, которые определят магнитное состояние железа точкой внутри основной гистерезисной петли.

Характер петли гистерезиса сильно зависит от материала. Магнитомягкими называют вещества, у которых коэрцитивная сила мала (а значит, мала и площадь петли). К мягким материалам относятся чистое железо, кремнистая сталь, сплав железа с никелем (среди них выделяется пермаллой — 78% никеля).

Магнитный гистерезис

Углеродистые и иные стали принадлежат к магнитотвердым материалам; их используют для изготовления постоянных магнитов.

При перемагничивании ферромагнетик нагревается. Это очень существенно для электротехники, так как при помещении ферромагнетика в переменное магнитное поле точка графика $B=f(H)$, изображающая его магнитное состояние, непрерывно «обегает» петлю гистерезиса.

Магнитный гистерезис

Пробег по петле сопровождается выделением тепла, количество которого связывается теорией магнитного поля с площадью петли. Разумеется, чем меньше максимальная индукция, тем меньше площадь петли. Поэтому можно попытаться подыскать эмпирические формулы, связывающие выделяющееся тепло с максимальной индукцией. В электротехнике имеет распространение, например, формула такого вида:

$$Q = \eta B_{max}^{1,6},$$

Магнитный гистерезис

Здесь η — эмпирически определенный коэффициент, значения которого приводятся в таблицах.

Пример. Для трансформаторной стали η=0,0011. При $B_{\text{макс}}$= 1 Т потери составят

$Q = \eta B_{max}^{1,6} = 2,5 \cdot 10^{-4}\ ^{\text{Дж}}/_{\text{см}^3}$ на один цикл перемагничивания. Это значит, что при перемагничивании стали переменным током частоты f = 50 Гц мощность потерь в железе составит $12,5 \cdot 10^{-3}$ Вт на каждый кубический сантиметр объема стали.