

ОПТИКА.

Задачи

Элементы геометрической оптики

Законы отражения света.

1. Падающий и отраженный лучи и нормаль к отражающей поверхности, восстановленная в точке падения, лежат в одной плоскости.
2. Угол падения α равен углу отражения β , где α — угол между падающим лучом и нормалью, β — угол между отраженным лучом и нормалью:

$$\alpha = \beta.$$

Элементы геометрической оптики

Законы преломления света.

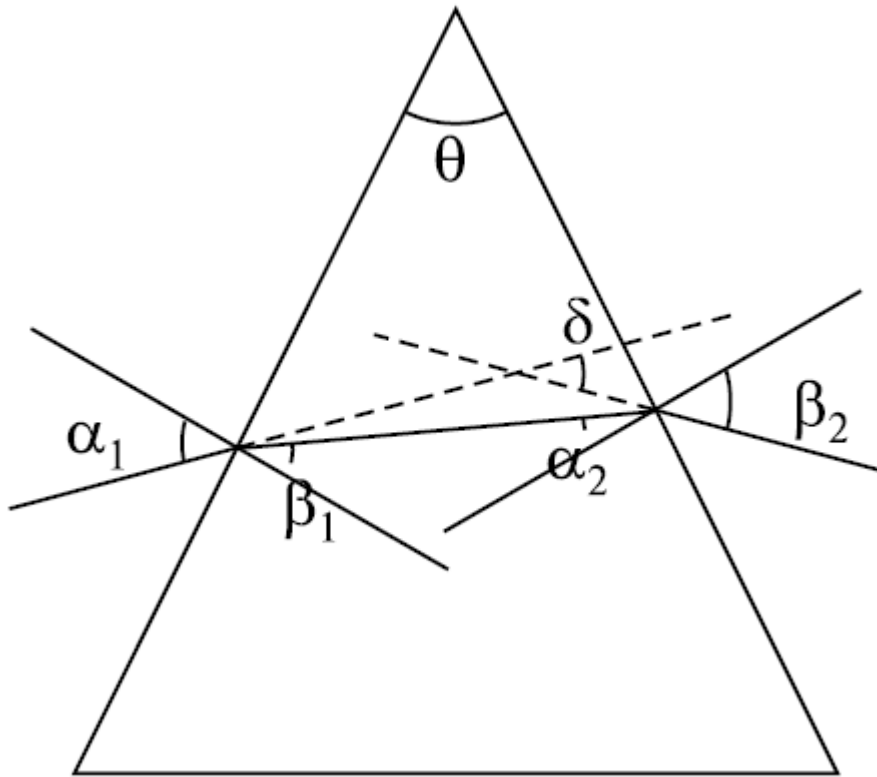
1. Падающий и преломленный лучи и нормаль к границе раздела сред в точке падения лежат в одной плоскости.
2. Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно относительному показателю преломления второй среды относительно первой

n_{21} :

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

Элементы геометрической оптики

Ход лучей в призме.

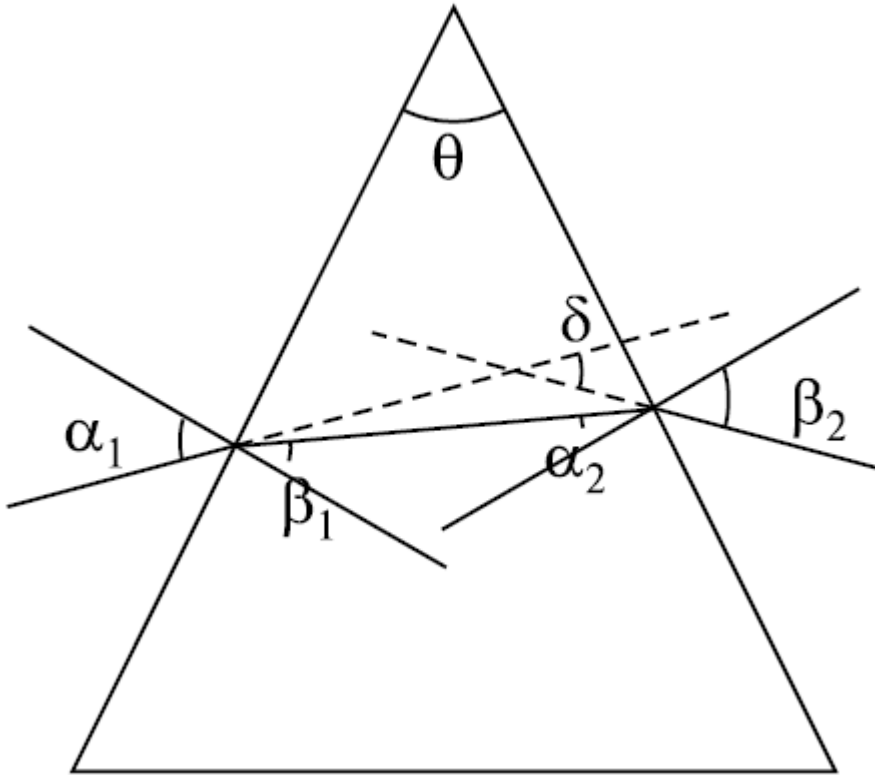


Закон преломления света позволяет рассчитать ход лучей в различных оптических устройствах, в частности, в треугольной призме. В призме световой луч дважды испытывает преломление на преломляющих гранях и изменяет свое направление.

Оптика. Задачи

Элементы геометрической оптики

Ход лучей в призме.



Полное отклонение луча зависит от угла падения света на призму и от преломляющего угла θ :

если δ — угол отклонения лучей, то

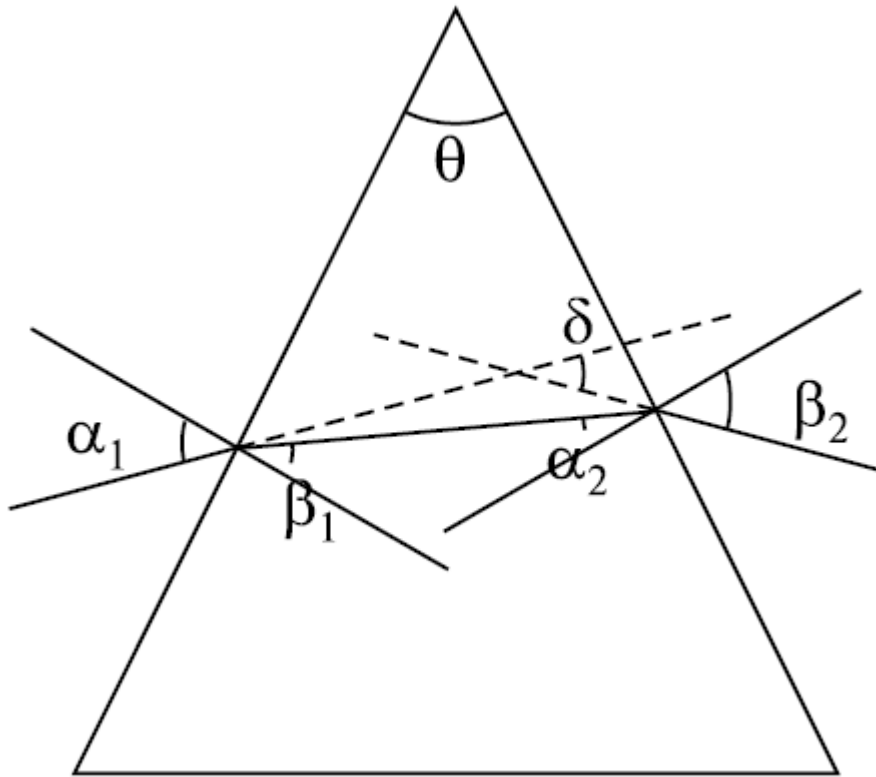
$$\delta = \alpha_1 + \beta_2 - \theta,$$

$$\theta = \beta_1 + \alpha_2.$$

Оптика. Задачи

Элементы геометрической оптики

Ход лучей в призме.



Если θ мал, то

$$\delta = (n - 1)\theta,$$

где n — показатель преломления материала призмы по отношению к окружающей среде.

Оптика. Задачи

Элементы геометрической оптики

Явление полного внутреннего отражения.

Если луч идет из среды, оптически более плотной (с бóльшим показателем преломления), в среду, оптически менее плотную, то в формуле

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21} \quad \alpha < \beta.$$

При определенном значении угла падения α_0 преломленный луч скользит вдоль границы раздела сред, т.е. $\beta = \pi/2$, и тогда $\sin \alpha_0 = n_2/n_1$.

При $\alpha > \alpha_0$ луч полностью отражается от границы раздела сред, поэтому α_0 называется предельным углом полного внутреннего отражения.

Элементы геометрической оптики

Тонкие сферические линзы.

Линза — прозрачное тело, ограниченное двумя сферическими поверхностями. У тонкой линзы максимальная толщина значительно меньше радиусов кривизны сферических поверхностей. Центр линзы называется ее оптическим центром. Линия, проходящая через центр линзы, перпендикулярно плоскости линзы, называется главной оптической осью линзы. Фокус (главный фокус) линзы — точка F пересечения преломленных линзой лучей, падающих параллельно главной оптической оси.

Элементы геометрической оптики

Тонкие сферические линзы.

Расстояние между оптическим центром линзы и фокусом называется фокусным расстоянием. Оптической силой линзы называется величина, обратная фокусному расстоянию, выраженному в метрах. Единица измерения оптической силы называется диоптрией (дптр). Фокусное расстояние и оптическая сила линзы определяются радиусами кривизны ее сферических поверхностей:

$$D = \pm \frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Оптика. Задачи

Элементы геометрической оптики

Построение изображения в собирающих и рассеивающих линзах.

Изображение точки называется **действительным**, если является центром сходящегося пучка света, прошедшего через оптическую систему.

Изображение называется **мнимым**, если является центром расходящегося пучка, т.е. строится на продолжении лучей.

Для получения изображения светящейся точки **S** надо построить ход двух исходящих из нее лучей. Точка пересечения лучей (или их продолжений) дает действительное (или мнимое) изображение **S'**.

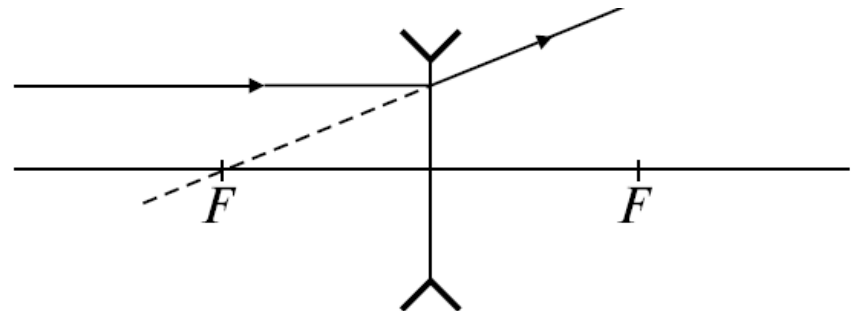
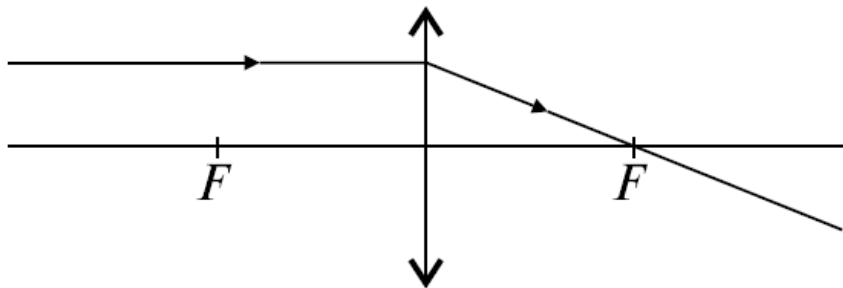
Оптика. Задачи

Элементы геометрической оптики

Построение изображения в собирающих и рассеивающих линзах.

Основные правила построения изображений в тонких линзах

1. Луч, параллельный главной оптической оси, после преломления проходит через главный фокус в собирающей линзе или продолжение луча проходит через главный фокус в рассеивающей линзе.



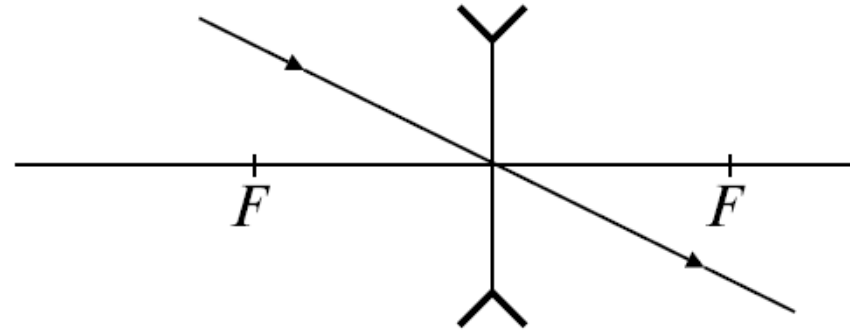
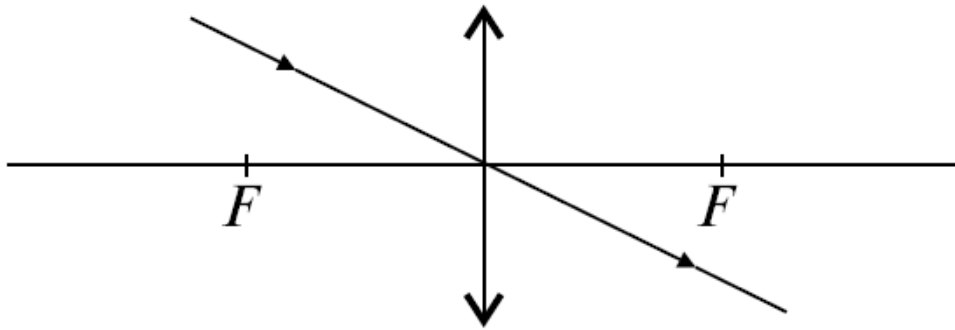
Оптика. Задачи

Элементы геометрической оптики

Построение изображения в собирающих и рассеивающих линзах.

Основные правила построения изображений в тонких линзах

2. Луч, проходящий через оптический центр линзы, не преломляется



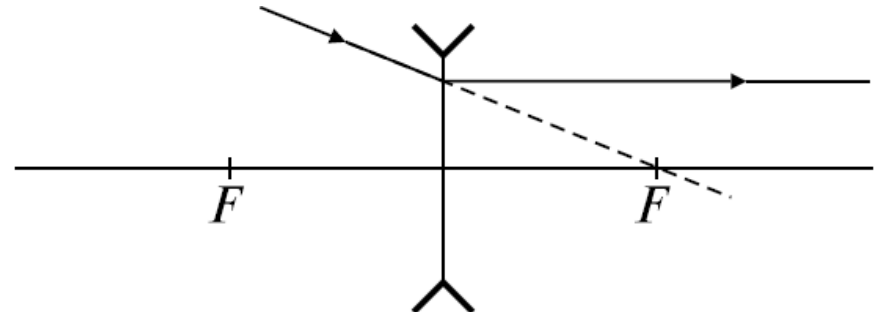
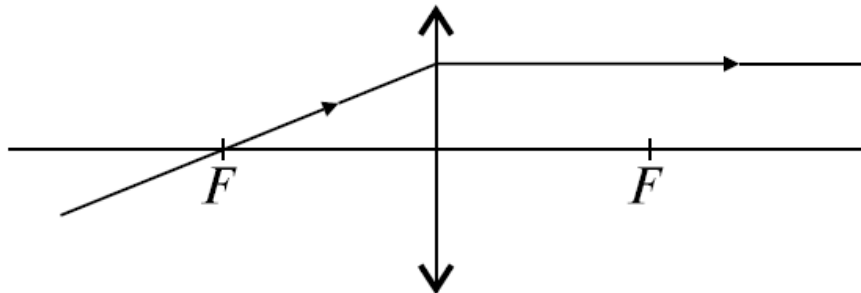
Оптика. Задачи

Элементы геометрической оптики

Построение изображения в собирающих и рассеивающих линзах.

Основные правила построения изображений в тонких линзах

3. Луч, проходящий через главный фокус собирающей линзы, и луч, продолжение которого проходит через главный фокус в рассеивающей линзе, после преломления идут параллельно оптической оси



Элементы геометрической оптики

Формула линзы

$$\pm \frac{1}{F} = \pm \frac{1}{d} \pm \frac{1}{f}$$

Здесь F - фокусное расстояние, d - расстояние от предмета до линзы, f - расстояние от изображения до линзы. $+\frac{1}{F}$ - линза собирающая; $-\frac{1}{F}$ - рассеивающая. $+\frac{1}{d}$ - источник действительный; $-\frac{1}{d}$ - источник мнимый, когда на линзу падает сходящийся поток лучей. $+\frac{1}{f}$ - изображение действительное; $-\frac{1}{f}$ - мнимое.

Элементы геометрической оптики

Формула линзы

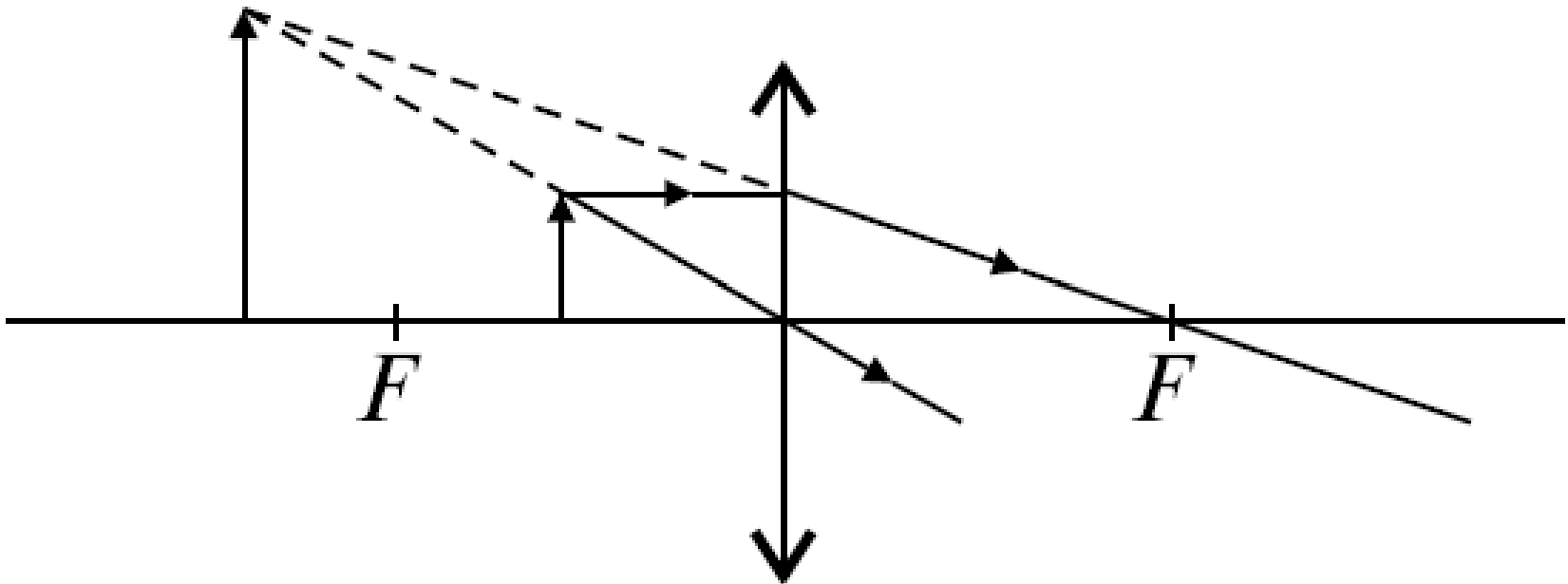
Линейным увеличением Γ называют отношение линейного размера изображения H к линейному размеру предмета h :

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{|f|}{|d|}.$$

Элементы геометрической оптики

Оптические приборы

Лупа - короткофокусная двояковыпуклая или плоско-выпуклая линза. Это простейший прибор, увеличивающий угол зрения. Создает прямое мнимое увеличенное изображение.

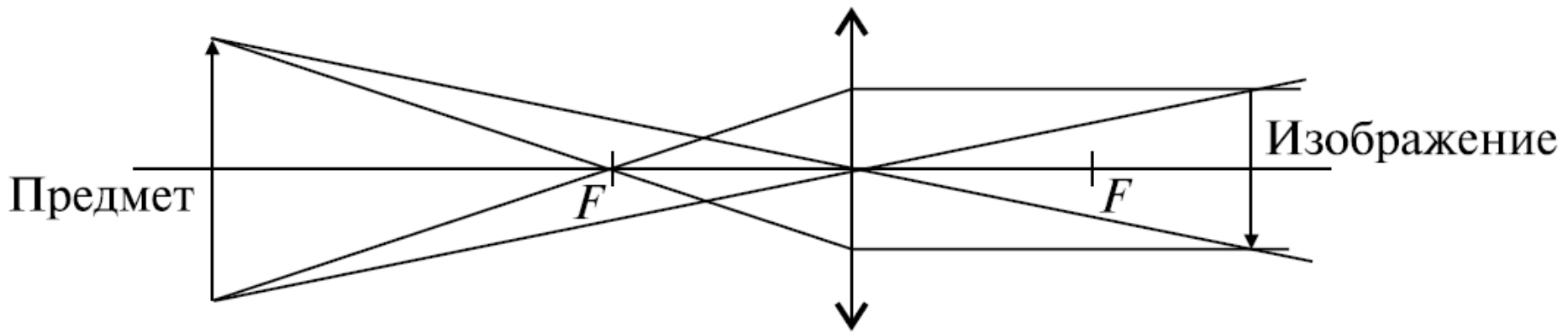


Оптика. Задачи

Элементы геометрической оптики

Оптические приборы

Фотоаппарат - закрытая светонепроницаемая камера с системой линз (объективом) для получения фотографических изображений. Дает изображение действительное, уменьшенное, перевернутое.

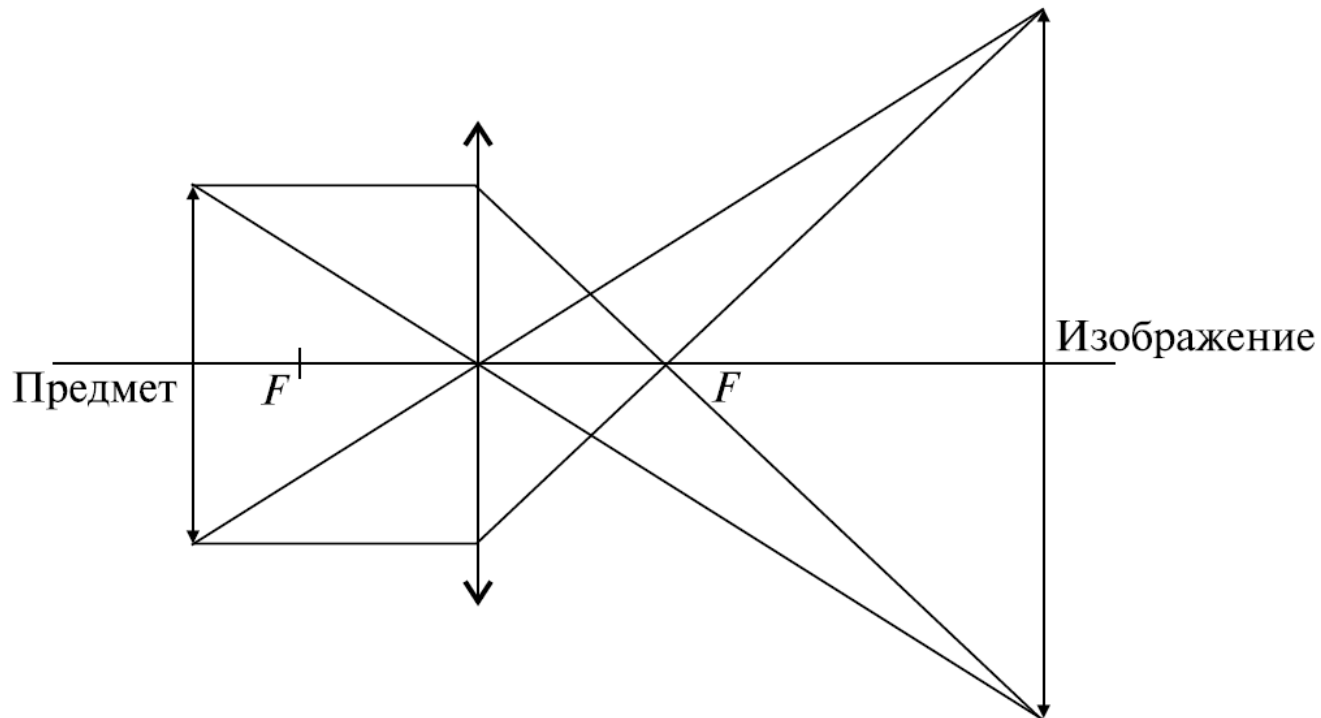


Оптика. Задачи

Элементы геометрической оптики

Оптические приборы

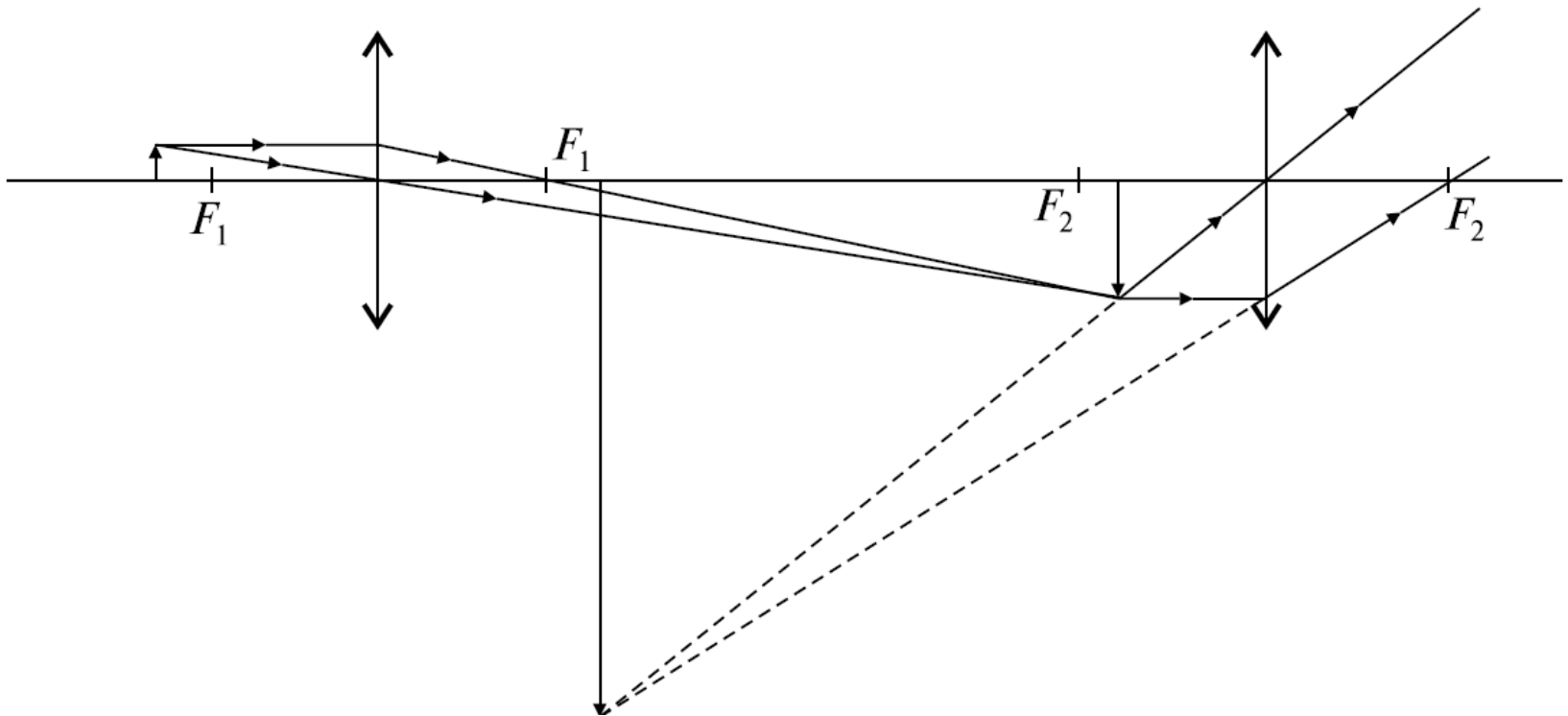
Проекционный аппарат - устройство для проецирования изображения на экран. Дает изображение действительное, увеличенное, перевернутое.



Элементы геометрической оптики

Оптические приборы

Микроскоп - оптический прибор для наблюдения объектов, невидимых невооруженным глазом. Состоит из двух собирающих линзовых систем:

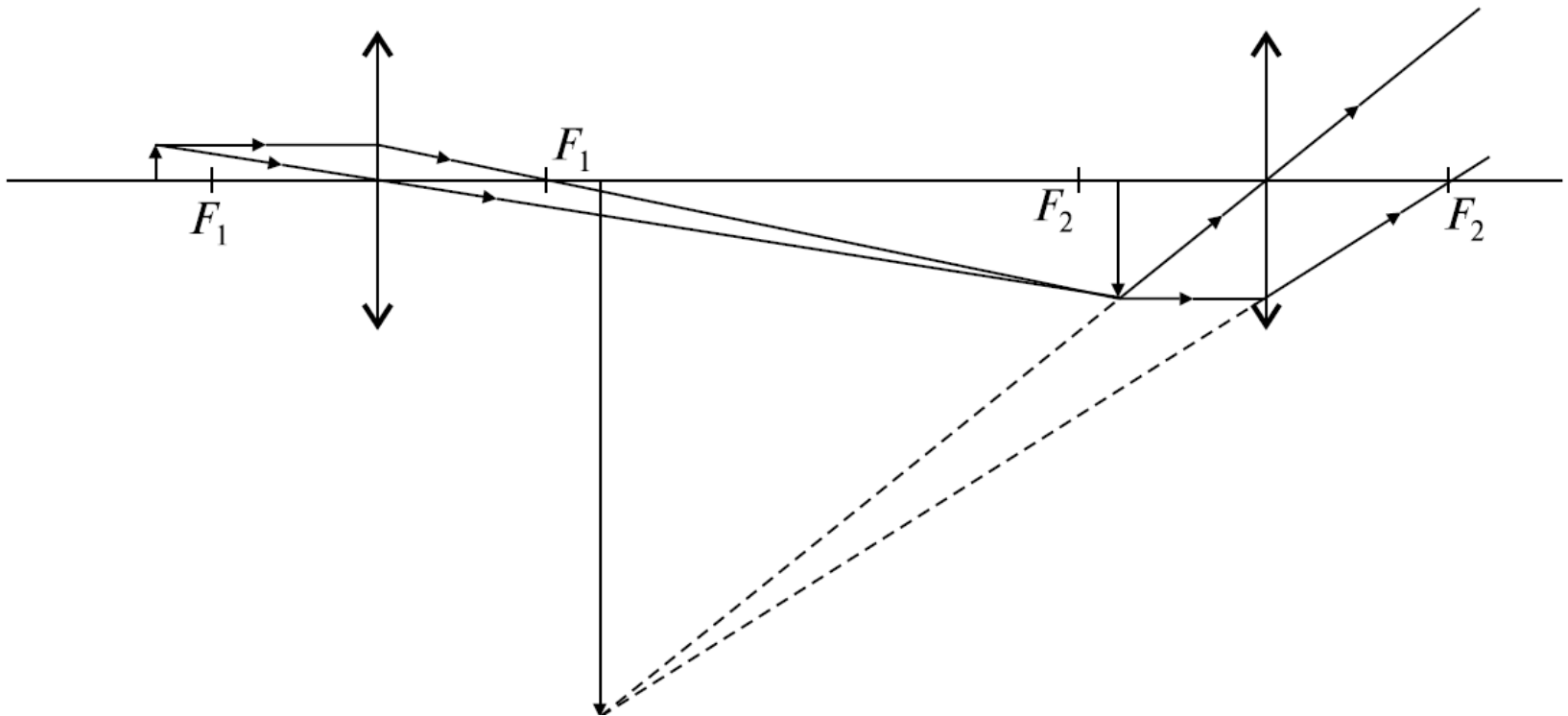


Оптика. Задачи

Элементы геометрической оптики

Оптические приборы

объектива и окуляра. Промежуточное изображение увеличенное, действительное. Окончательное изображение увеличенное, мнимое, перевернутое.



Элементы геометрической оптики

Оптические приборы

Глаз.

Ход лучей в глазу аналогичен ходу лучей в фотоаппарате, причем роль объектива играет выпуклая линза - хрусталик. Однако, в отличие от фотоаппарата, установка на резкость производится не перемещением объектива, а изменением фокусного расстояния хрусталика. Этот процесс называется аккомодацией. Минимальное расстояние, на которое глаз может аккомодировать без утомления, называется расстоянием наилучшего зрения S . Для нормального глаза $S = 25 \text{ см}$.

Элементы геометрической оптики

Качественные задачи

1. Какое время потребуется световому лучу на прохождение расстояния от Солнца до Земли (150 млрд. км)?
2. Может ли рассеивающая линза создавать действительное изображение? Почему?
3. На какой угол повернется луч от плоского зеркала при повороте последнего на угол 60° ?
4. Человек, стоящий на берегу озера, видит на гладкой поверхности воды изображение солнца. Как будет перемещаться это изображение при удалении человека от озера?

Элементы геометрической оптики

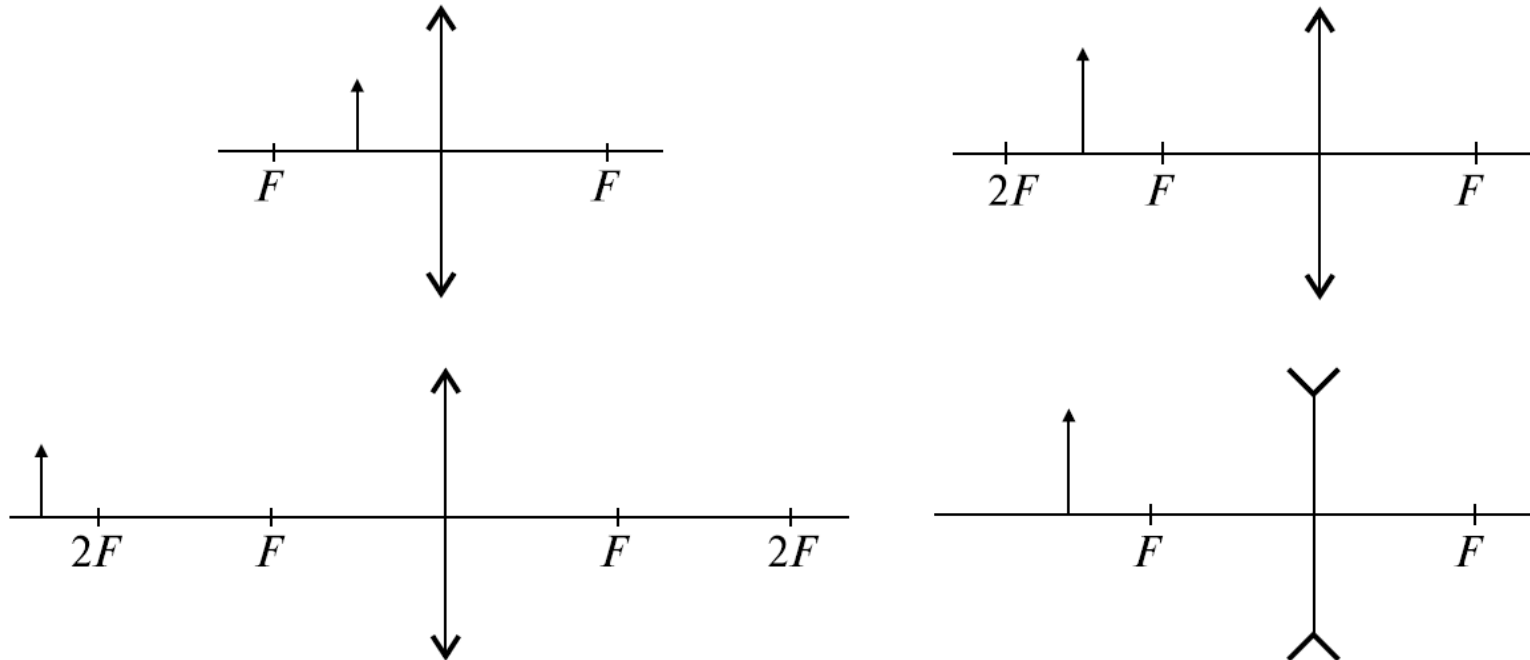
Качественные задачи

5. Может ли угол преломления светового луча быть больше угла падения? Если да, то в каких случаях?
6. Может ли луч света иметь криволинейную форму?
7. Как идет после преломления в линзе луч, падающий параллельно главной оптической оси линзы?
8. Чем отличается построение изображений в рассеивающей и собирающей линзах?

Элементы геометрической оптики

Качественные задачи

9. Построить изображения в собирающей и рассеивающей линзах, представленных на рисунке. Указать, в каких случаях изображения будут действительными, а в каких — мнимыми.

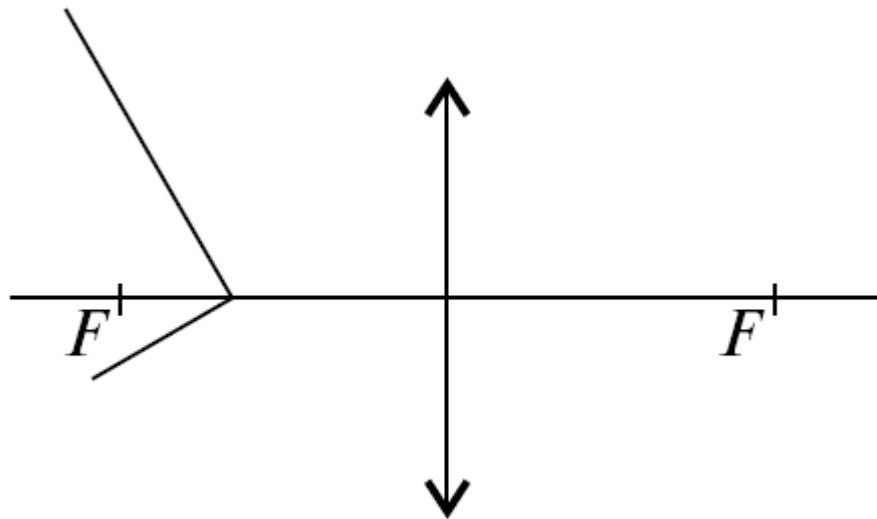


Оптика. Задачи

Элементы геометрической оптики

Качественные задачи

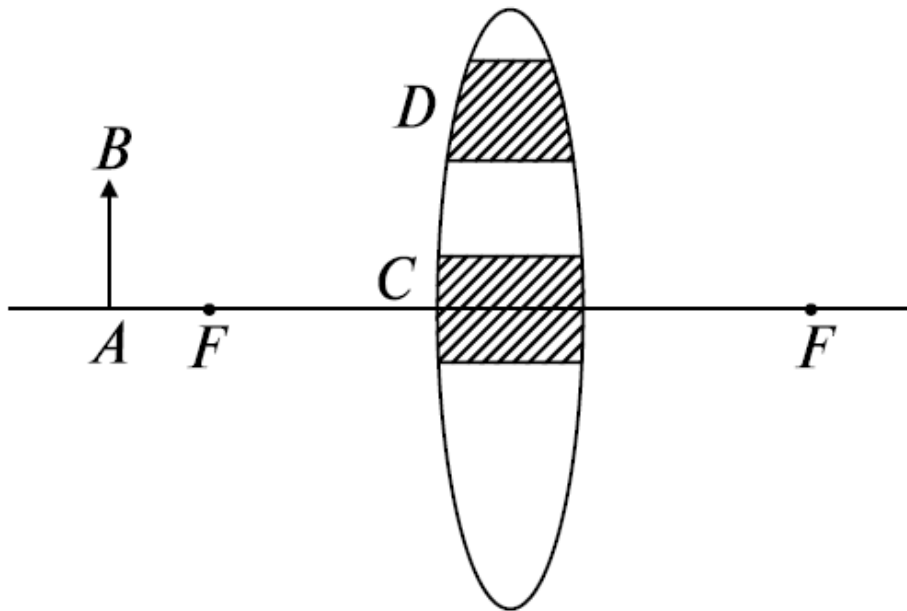
10. В каком случае собирающая линза дает мнимое, прямое и увеличенное изображение?
11. Постройте изображение предмета, приведенного на рисунке.



Элементы геометрической оптики

Качественные задачи

12. С помощью линзы на экране получили изображение предмета. Что произойдет с изображением, если половину линзы закрыть ширмой?



13. Получится ли изображение предмета AB , если в линзе области C и D непрозрачны?

Элементы геометрической оптики

Качественные задачи

14. Луч света падает на однородный прозрачный шар и проникает в него. Проходя внутри шара, он достигает поверхности раздела шар–воздух. Может ли в этой точке произойти полное внутреннее отражение?

Элементы геометрической оптики

Задачи с решениями

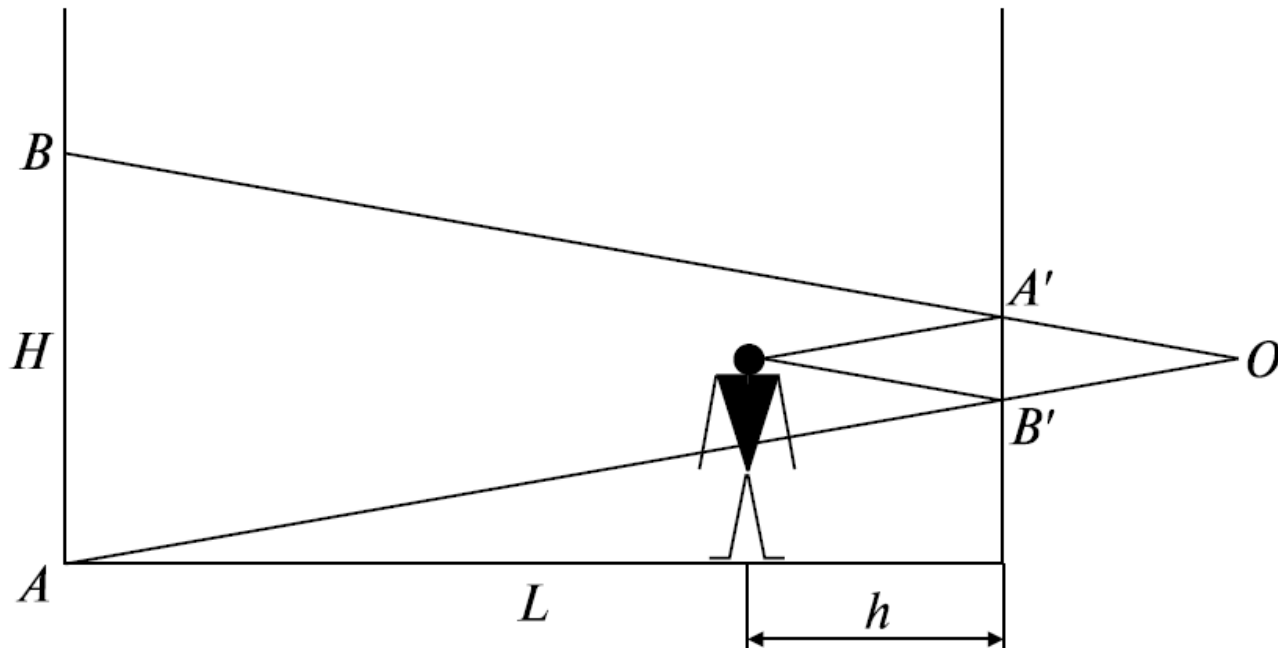
15. В комнате длиной $L = 5 \text{ м}$ и высотой $H = 3 \text{ м}$ на стене висит плоское зеркало. Человек смотрит в него, находясь на расстоянии $h = 1 \text{ м}$ от стены, на которой оно висит. Какова должна быть наименьшая высота l зеркала, чтобы человек мог видеть стену, находящуюся за его спиной, во всю высоту?

Оптика. Задачи

Элементы геометрической оптики

Задачи с решениями

15. *Решение.* Из рисунка видно, что треугольники ABO и $A'B'O$ подобны. Из подобия этих треугольников следует, что $\frac{l}{h} = \frac{H}{L+h}$, откуда $l = \frac{Hh}{L+h} = 0,5$ м.



Элементы геометрической оптики

Задачи с решениями

15а. Чем ближе мы стоим к окну, тем больший участок улицы доступен нашему наблюдению. Было бы естественно предположить, что при пользовании зеркалом дело будет обстоять аналогичным образом. На самом же деле не так.

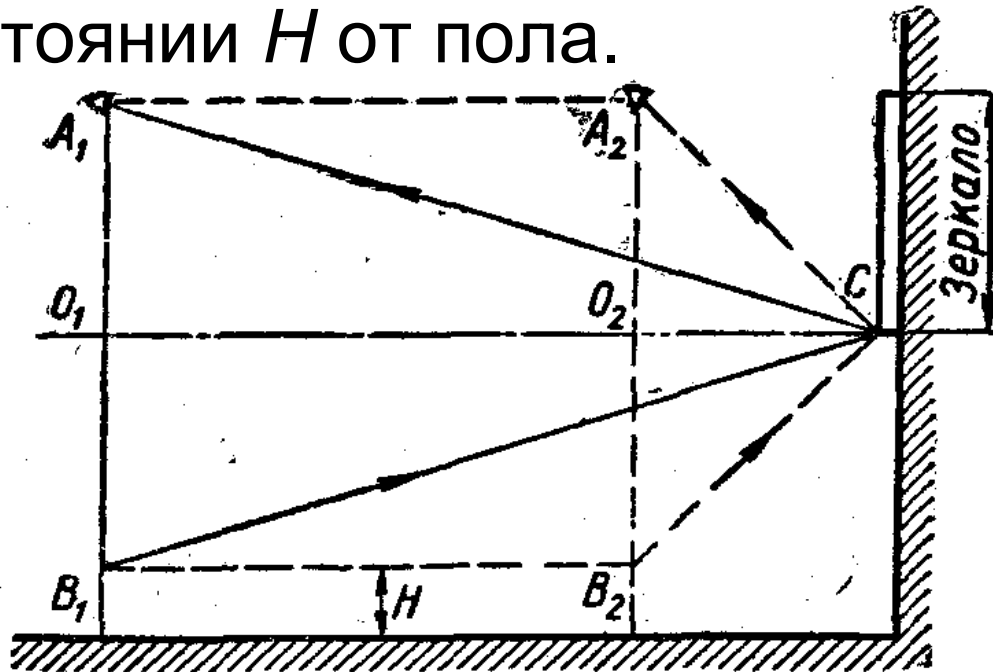
Если в висящем вертикально на стене зеркале мы видим свою фигуру только до колен, то все попытки увидеть больше, подойдя ближе к зеркалу или, наоборот, отойдя подальше, останутся безуспешными.

Чем отличаются оба случая?

Элементы геометрической оптики

Задачи с решениями

15а. *Решение.* Как это видно из рисунка, независимо от расстояния человека до стены, на которой повешено зеркало, он может рассматривать одну и ту же часть своей фигуры, расположенную не ниже, чем на расстоянии H от пола.



Элементы геометрической оптики

Задачи с решениями

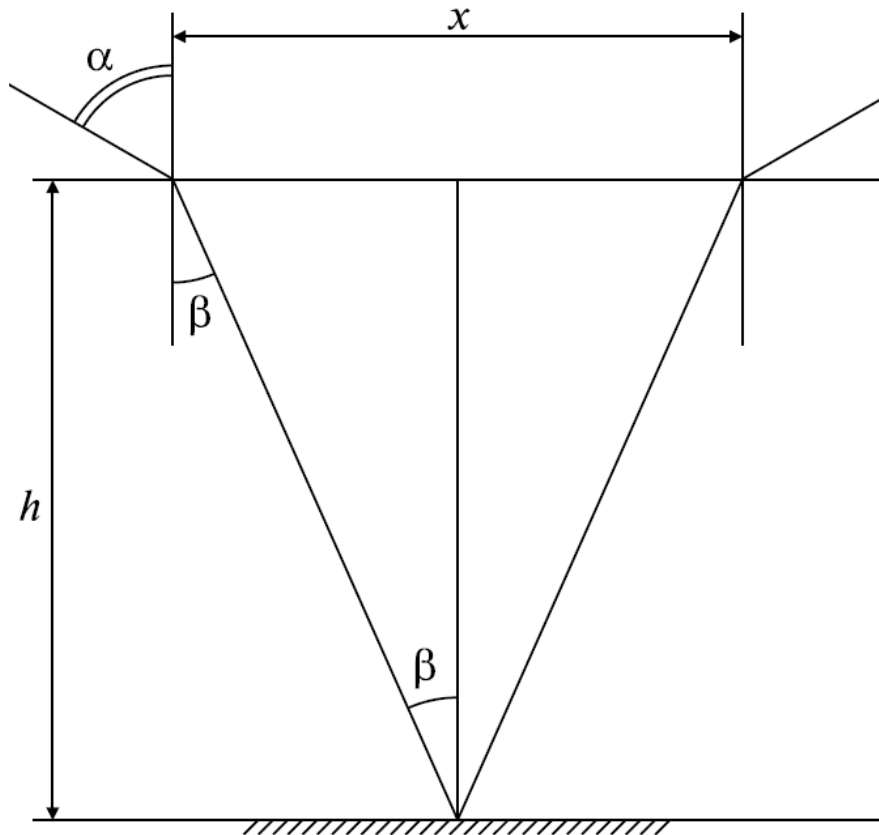
16. На горизонтальном дне водоема глубиной $h = 1,2$ м лежит плоское зеркало. Луч света падает на поверхность воды под углом $\alpha = 30^\circ$. На каком расстоянии от места падения этот луч снова выйдет на поверхность воды после отражения от зеркала? Показатель преломления воды $n = 1,33$.

Оптика. Задачи

Элементы геометрической оптики

Задачи с решениями

16. *Решение.* Из закона преломления света $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$



Из рисунка видно, что
искомое расстояние x
определяется как

$$x = 2h \operatorname{tg} \beta.$$

Решая совместно оба
уравнения, получаем

$$x = 2h \operatorname{tg} \beta = 0,97 \text{ м.}$$

Элементы геометрической оптики

Задачи с решениями

17. Выйдет ли луч света из воды в воздух, если угол падения равен $\alpha = 50^\circ$?

Решение. Как следует из формулы $\sin \alpha_0 = n$, предельный угол полного внутреннего отражения для воды $\alpha_0 = \arcsin(1/n) = 48^\circ 35'$.

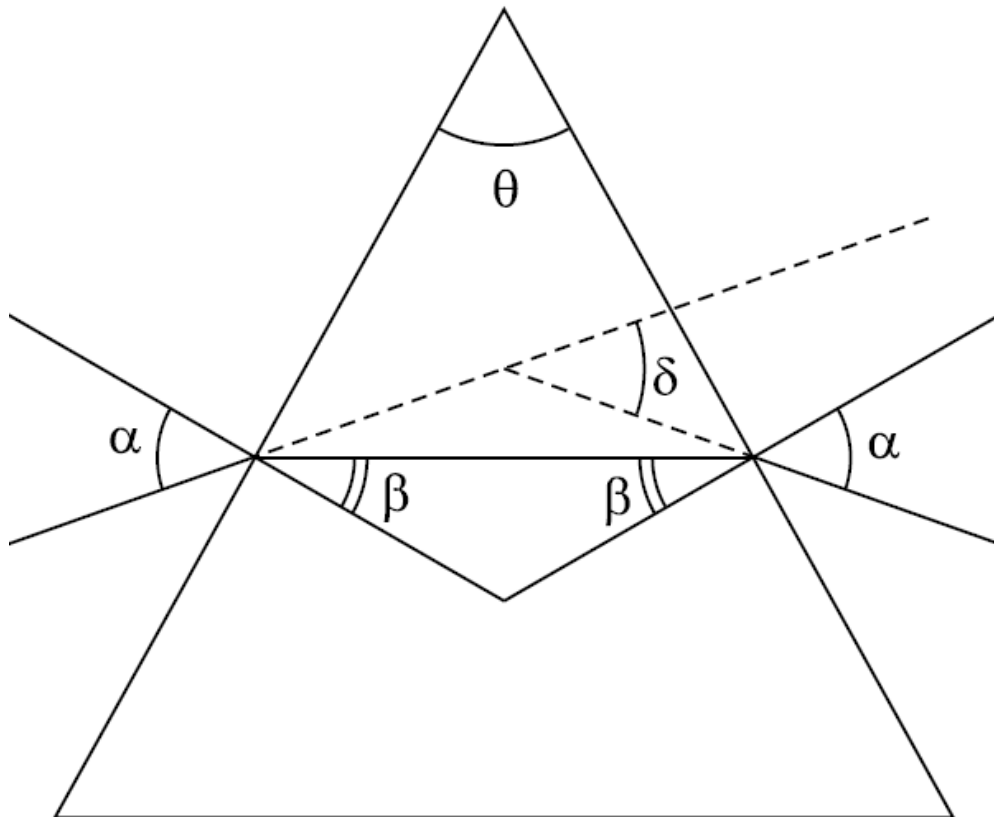
Следовательно, луч не выйдет на воздух из воды при угле падения $\alpha = 50^\circ$.

Элементы геометрической оптики

Задачи с решениями

18. Угол отклонения луча в равнобедренной призме равен δ . Чему равен относительный показатель

преломления призмы, если луч в призме проходит параллельно основанию, а преломляющий угол призмы равен θ ?

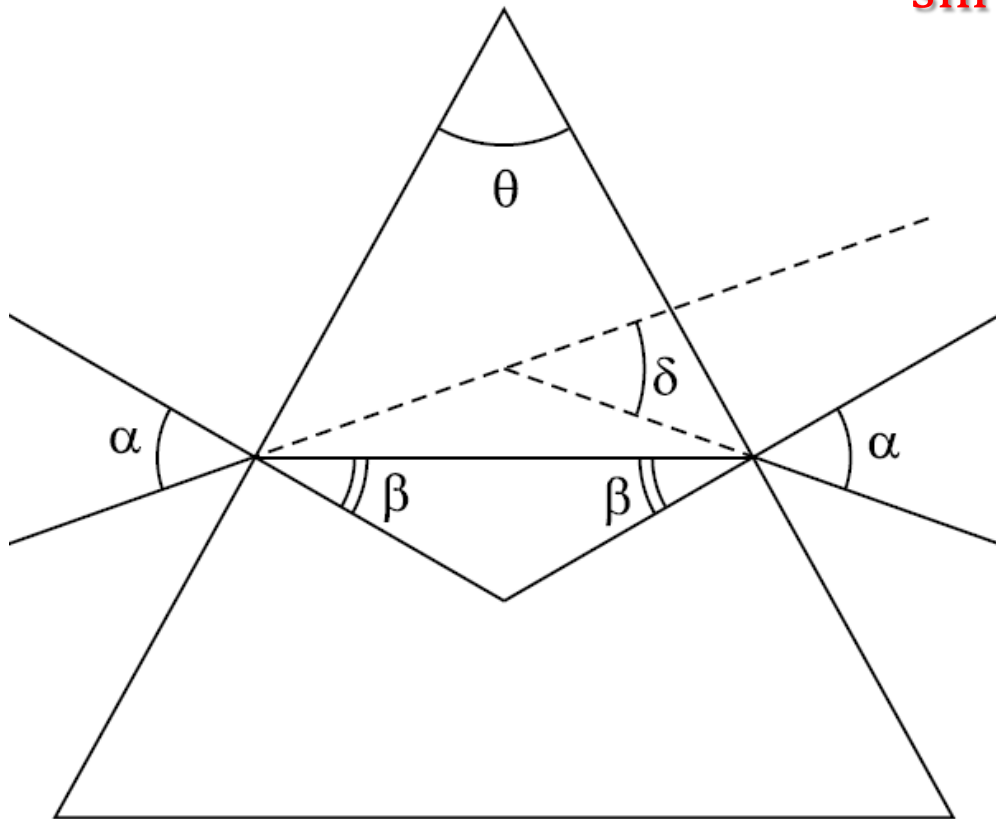


Элементы геометрической оптики

Задачи с решениями

18. *Решение.* Относительный показатель преломления призмы $n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$. Из рисунка видно, что угол падения луча на левую грань призмы равен углу выхода луча из призмы, следовательно,

$$\delta = \alpha + \alpha - \theta, \text{ откуда } \alpha = (\delta + \theta)/2.$$



Оптика. Задачи

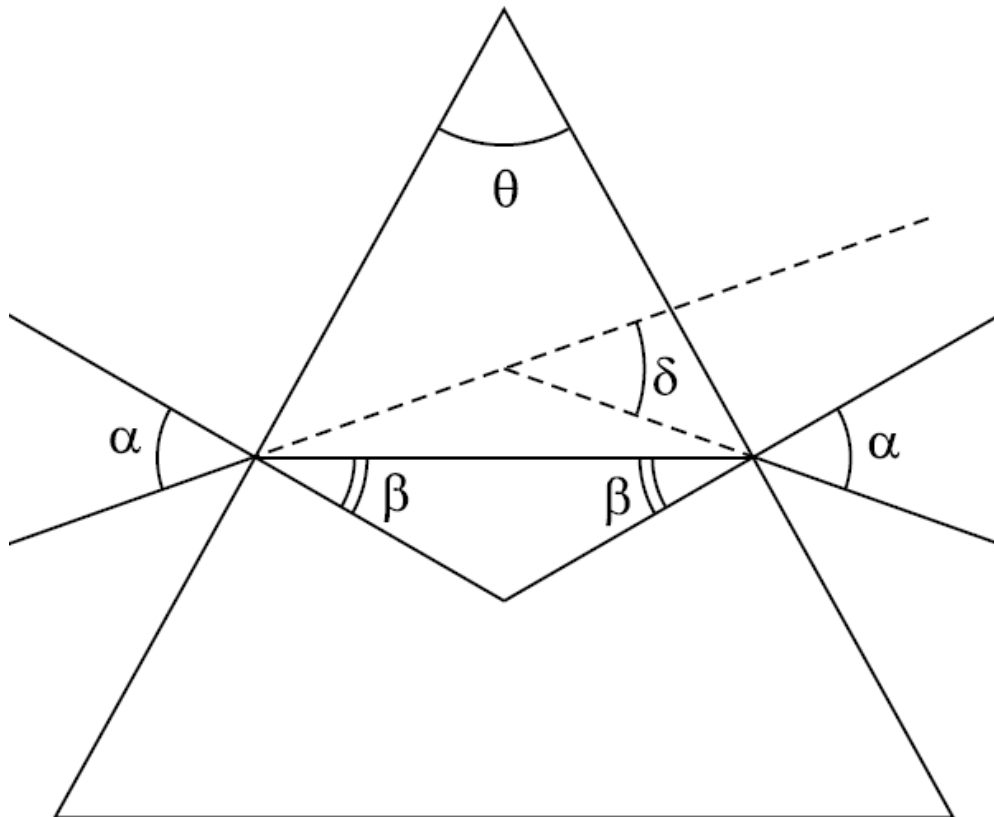
Элементы геометрической оптики

Задачи с решениями

18. *Решение.* Из рисунка видно, что $\theta = 2\beta$, таким образом, $\beta = \theta/2$. Выражая значения α и β через δ

и θ и подставляя в формулу для показателя преломления, получаем

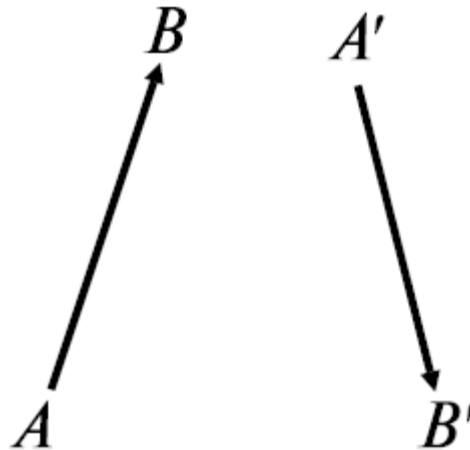
$$n = \frac{\sin \frac{\theta + \delta}{2}}{\sin \frac{\theta}{2}}$$



Элементы геометрической оптики

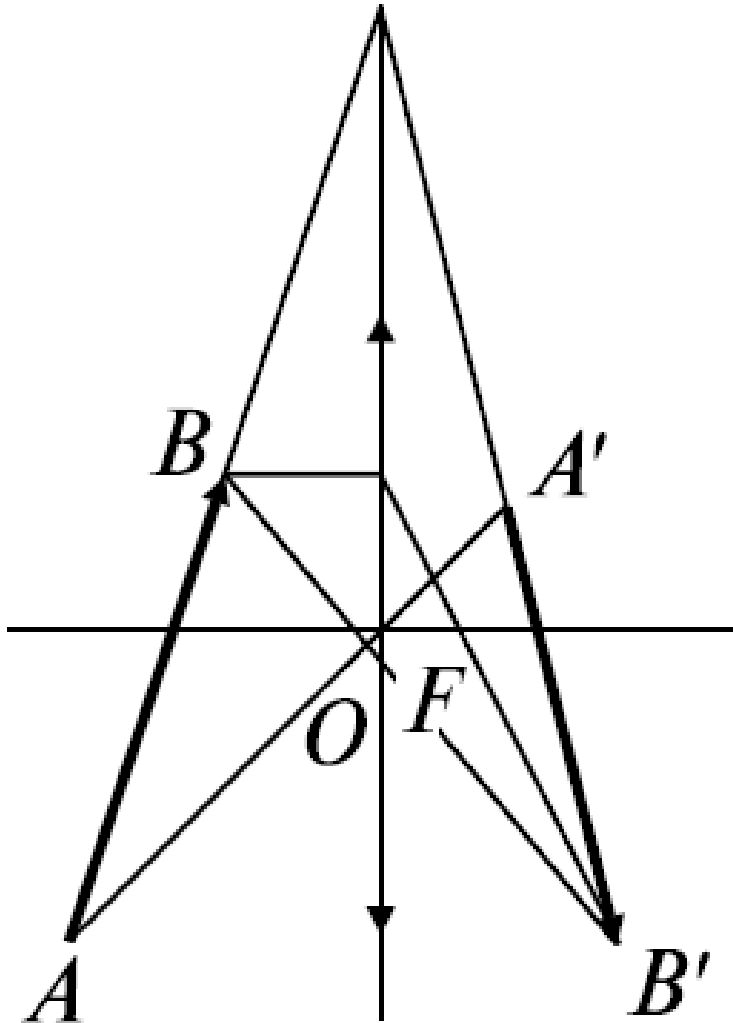
Задачи с решениями

19. Определите построением положение линзы и ее фокусов. Положение предмета AB и его изображения $A'B'$ приведены на рисунке.



Элементы геометрической оптики

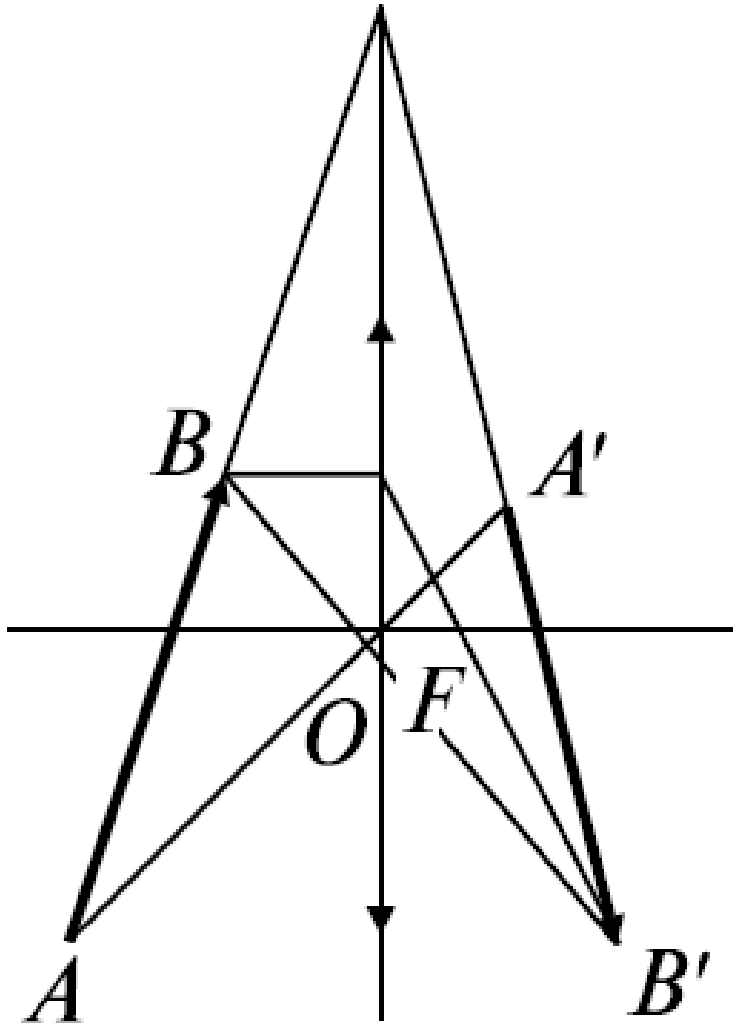
Задачи с решениями



19. *Решение.* Точка пересечения отрезков AA' и BB' определяет оптический центр линзы. Пересечение продолжения отрезков AB и $A'B'$ определяет положение линзы. Главная оптическая ось проходит через центр линзы O перпендикулярно плоскости линзы.

Элементы геометрической оптики

Задачи с решениями

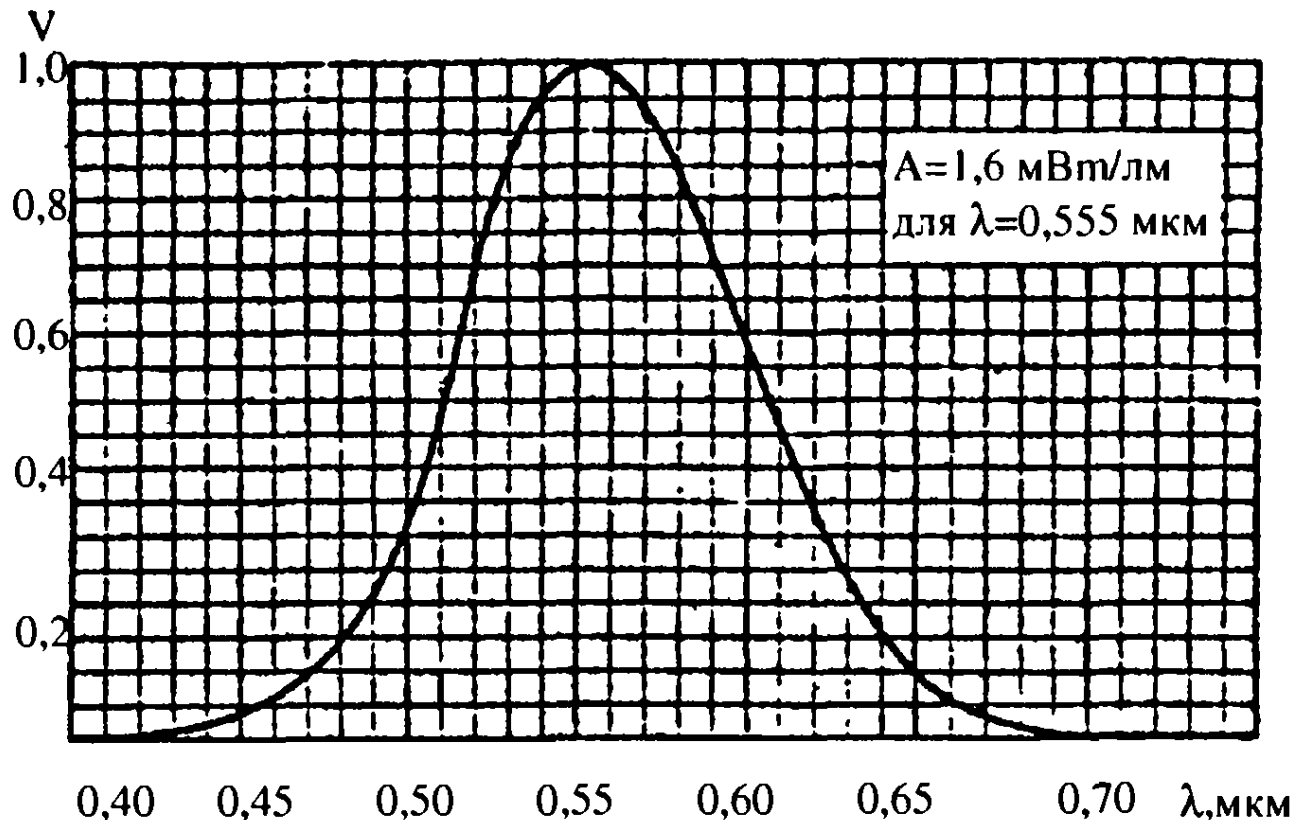


19. *Решение.* Правый фокус можно определить, проведя из точки B луч, параллельный оптической оси. После преломления в линзе этот луч пройдет через точку B' . Точка пересечения луча с главной оптической осью будет правым фокусом линзы. Аналогично определяется левый фокус.

Фотометрия

Основные термины и формулы

Кривая относительной спектральной чувствительности глаза (кривая видимости)



Фотометрия

Основные термины и формулы

При одинаковом потоке энергии электромагнитного излучения зрительно оцениваемая интенсивность света для разных длин волн оказывается разной. Этот факт количественно выражается кривой $V(\lambda)$.

Наибольшая чувствительность глаза соответствует $\lambda = 0,555$ мкм.

Для характеристики интенсивности света с учетом его способности вызывать зрительное ощущение вводится световой поток Φ . Для интервала $d\lambda$ световой поток $d\Phi$ определяется как произведение потока энергии $d\Phi_{\epsilon}$ на соответствующее значение функции $V(\lambda)$: $d\Phi = V(\lambda)d\Phi_{\epsilon}$.

Фотометрия

Основные термины и формулы

Единицей светового потока является люмен (лм).

Из опыта установлено, что при $\lambda = 0,555$ мкм световому потоку 1 лм соответствует поток энергии $A = 0,0016$ Вт/м. Коэффициент A носит название механического эквивалента света.

Сила света точечного источника (единица измерения - кандела (кд))

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega},$$

где $d\Phi$ - световой поток, излучаемый источником в пределах телесного угла $d\Omega$.

Фотометрия

Основные термины и формулы

Световой поток $\Phi = \int I d\Omega$.

Единица измерения - люмен (лм): 1 лм = 1 кд · 1 ст (ст - стерадиан).

Освещенность $E = \frac{d\Phi_{\text{пад}}}{dS}$,

где $d\Phi_{\text{пад}}$ - световой поток, падающий на поверхность площадью dS .

Единица измерения - люкс (лк): 1 лк = 1 лм/м².

Светимость $M = \frac{d\Phi_{\text{исп}}}{dS}$,

Фотометрия

Основные термины и формулы

$d\Phi_{\text{исп}}$ - световой поток, испускаемый площадкой dS во всех направлениях по одну сторону от площадки. Единица измерения - люмен на квадратный метр ($\text{лм}/\text{м}^2$).

Яркость

$$L = \frac{d\Phi}{\Delta S d\Omega \cos \theta} = \frac{I}{\Delta S \cos \theta},$$

где $d\Phi$ - световой поток, посылаемый площадкой dS в телесный угол $d\Omega$, θ - угол между нормалью к площадке и направлением излучения;

Фотометрия

Основные термины и формулы

величина $dS \cos \theta$ представляет собой видимую поверхность площадки dS в направлении излучения. Единица измерения - кандела на квадратный метр ($\text{кд}/\text{м}^2$). Источник света, яркость L которого не зависит от направления, носит название ламбертовского источника.

Для ламбертовского источника справедливо соотношение

$$M = \pi L$$

Фотометрия

Основные термины и формулы

величина $dS \cos \theta$ представляет собой видимую поверхность площадки dS в направлении излучения. Единица измерения - кандела на квадратный метр ($\text{кд}/\text{м}^2$). Источник света, яркость L которого не зависит от направления, носит название ламбертовского источника.

Для ламбертовского источника справедливо соотношение

$$M = \pi L$$

Волновая оптика

Волновые свойства света. Свет — это электромагнитные волны в интервале частот $3 \cdot 10^{14}$... $8 \cdot 10^{14}$ Гц, воспринимаемых человеческим глазом, т.е. длин волн 380...770 нм. Свету присущи все свойства электромагнитных волн: отражение, преломление, интерференция, дифракция, поляризация.

Волновая оптика

Скорость света в однородной среде. Скорость света определяется электрическими и магнитными свойствами среды. Подтверждением этого служит совпадение скорости света в вакууме с

электродинамической постоянной: $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ (ϵ_0 —

электрическая постоянная, μ_0 — магнитная постоянная).

Скорость света в однородной среде, как известно, определяется показателем преломления среды n . Скорость света в веществе

$$v = \frac{c}{n},$$

где c — скорость света в вакууме.

Волновая оптика

Из теории Максвелла следует $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, т.е. показатель преломления, а следовательно, и скорость в среде, определяются диэлектрической и магнитной проницаемостями среды:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}.$$

Разность фаз двух когерентных волн

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta L$$

здесь $L_i = s_i n$ - оптическая длина пути, s_i - геометрическая длина пути световой волны в среде, n - показатель преломления среды, $\Delta L = L_2 - L_1$ - оптическая разность хода двух световых волн, λ_0 - длина волны в вакууме.

Волновая оптика

Когерентные колебания - колебания одинаковой частоты, одинакового направления поляризации и с постоянной во времени разностью фаз.

Интерференция света - пространственное перераспределение светового потока при наложении двух или нескольких когерентных световых волн, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других — минимумы интенсивности, так называемая интерференционная картина.

Волновая оптика

Амплитуда колебаний среды в данной точке максимальна, если разность хода двух волн, возбуждающих колебания в этой точке, равна целому числу длин волн (условие интерференционных максимумов):

$$\Delta d = \pm k\lambda, k = 0, 1, 2, \dots$$

Амплитуда колебаний среды в данной точке минимальна, если разность хода двух волн, возбуждающих колебания в этой точке, равна нечетному числу полуволн (условие интерференционных минимумов):

$$\Delta d = \pm(2k + 1)\lambda/2, k = 0, 1, 2, \dots$$

Волновая оптика

Ширина интерференционной полосы $\Delta x = l\lambda/d$, d - расстояние между двумя когерентными источниками, находящимися на расстоянии l от экрана, параллельного обоим источникам, причем $l \gg d$.

При интерференции света, отраженного от верхней и нижней поверхностей тонкой плоскопараллельной пластинки, находящейся в воздухе ($n_0 = 1$) условия максимумов:

$$2dn \cos r \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Волновая оптика

и минимумов :

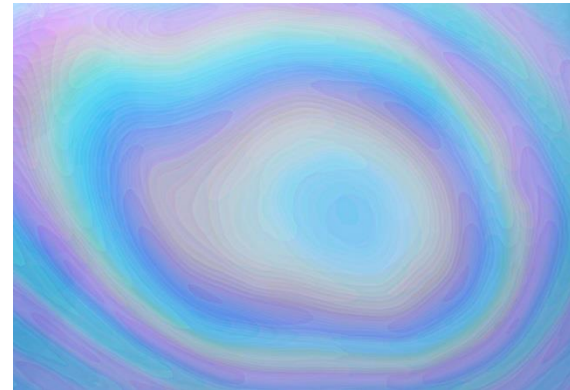
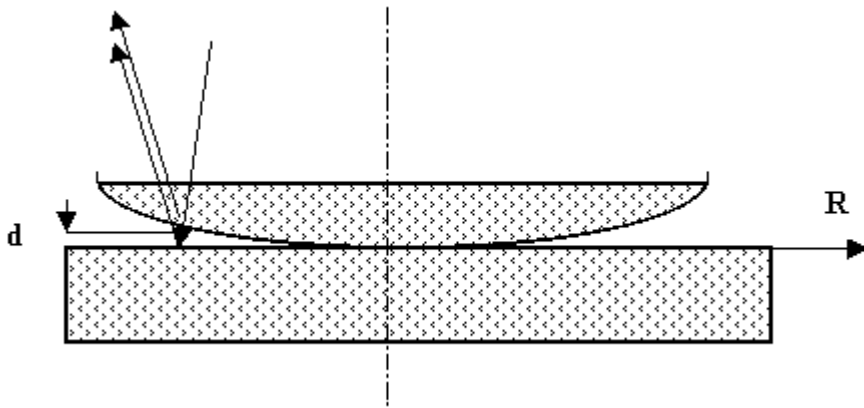
$$2dn \cos r \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}$$

$(m = 0, 1, 2, \dots)$

Здесь d - толщина пластинки, n - показатель преломления, i - угол падения, r - угол преломления, λ_0 - длина падающей волны. В общем случае член $\pm \lambda_0/2$ обусловлен потерей полуволны при отражении света от границы раздела: если $n > n_0$, то необходимо употреблять знак «плюс», если $n < n_0$ - знак «минус».

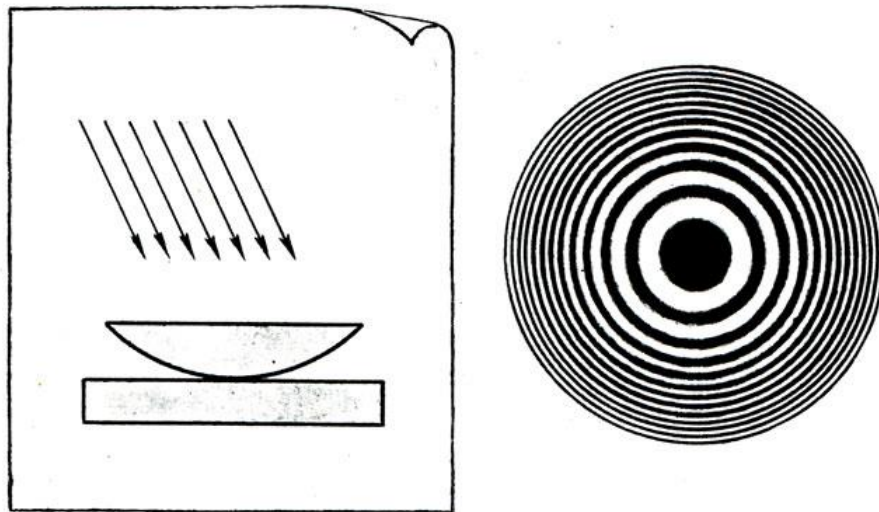
Волновая оптика

Кольца Ньютона наблюдаются в том случае, когда выпуклая поверхность линзы малой кривизны соприкасается с плоской поверхностью хорошо отполированной пластинки, так что остающаяся между ними прослойка постепенно утолщается от центра к краям.



Волновая оптика

Если на линзу падает пучок монохроматического света, то световые волны, отраженные от верхней и нижней границ этой воздушной прослойки, будут интерферировать между собой. При этом в центре наблюдается черное пятно, окруженное рядом концентрических светлых и темных колец убывающей толщины.



Волновая оптика

При наблюдении в проходящем свете будет обратная картина: пятно в центре будет светлым, все светлые кольца заменятся на темные и наоборот.

Радиусы светлых колец Ньютона в проходящем свете определяются формулой

$$r_m = \sqrt{m\lambda_0 R} \quad (m = 1, 2, \dots)$$

Радиусы темных колец

$$r_m = \sqrt{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0 R} \quad (m = 1, 2, \dots)$$

Волновая оптика

В этих формулах m — номер кольца, R — радиус кривизны линзы.

В отраженном свете расположение светлых и темных колец обратно их расположению в проходящем свете.

Дифракция света - явление отклонения света от прямолинейного направления при прохождении у края преграды. Дифракция волн - совокупность явлений, наблюдаемых при прохождении волн в неоднородных средах, приводящих к отклонению волн от первоначального прямолинейного распространения.

Волновая оптика

Принцип Гюйгенса–Френеля. Каждая точка поверхности, которой достигла в данный момент волна, является точечным источником вторичных волн: волновая поверхность в любой момент времени представляет собой не просто огибающую вторичных волн, а результат их интерференции.

Дифракция Френеля (на круглом отверстии).

Радиус внешней границы m -й зоны Френеля для сферической волны

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}$$

Волновая оптика

Здесь λ - длина волны, a и b - соответственно расстояния диафрагмы с круглым отверстием от точечного источника и от экрана, на котором дифракционная картина наблюдается.

Дифракция Фраунгофера на щели.

Положения максимумов и минимумов освещенности при дифракции на щели, на которую нормально падает пучок параллельных лучей, определяются соответственно условиями

$$a \sin \varphi = \pm(2k + 1)(\lambda/2), \quad k = 1, 2, 3, \dots \text{ и}$$

$$a \sin \varphi = \pm 2k(\lambda/2), \quad k = 1, 2, 3, \dots, \text{ где } a - \text{ ширина щели,}$$

φ - угол дифракции, λ - длина волны падающего света⁶⁰.

Волновая оптика

Дифракционная решетка представляет собой прозрачную пластинку с нанесенной на ней системой непрозрачных параллельных полос, расположенных на одинаковых расстояниях друг от друга. Если на решетку падает монохроматический свет длиной волны λ , то в результате дифракции на каждой щели свет распространяется не только в первоначальном направлении, но и по всем другим направлениям. Если за решеткой поставить собирающую линзу, то на экране в фокальной плоскости все лучи будут собираться в одну полосу.

Волновая оптика

Параллельные лучи, идущие от краев соседних щелей, имеют разность хода $\Delta l = d \sin \varphi$, где d - постоянная решетки, т.е. расстояние между соответствующими краями соседних щелей, называемое иначе периодом решетки, φ — угол отклонения световых лучей от перпендикуляра к плоскости решетки.

При разности хода, равной целому числу длин волн:

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$

наблюдается дифракционный максимум для данной длины волны.

Волновая оптика

В результате при прохождении через дифракционную решетку пучок белого света разлагается в спектр. Угол дифракции имеет наибольшее значение для красного света, наименьшее значение - для фиолетового света. Разрешающая сила дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} mN$$

где λ , $\lambda + \delta\lambda$ — длины волн двух соседних спектральных линий, разрешаемых решеткой, m — порядок спектра, N — общее число штрихов решетки.

Волновая оптика

Поляризация света. Свет представляет собой поперечные электромагнитные волны. Поляризация света - упорядочение в ориентации векторов напряженностей электрического и магнитного полей световой волны в плоскости, перпендикулярной световому лучу. Естественный свет (солнечный, ламп накаливания) не поляризован, т.е. все направления колебаний электрического и магнитного векторов, перпендикулярные световым лучам, равноправны. Естественный свет, проходя через поляризатор, становится плоскополяризованным, при этом интенсивность его будет составлять половину интенсивности естественного света.

Волновая оптика

Степень поляризации света

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

где $I_{\max}$ и $I_{\min}$ - соответственно максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором.

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

где I — интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор, I_0 - интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор, α - угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора.

Волновая оптика

Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21},$$

где i_B — угол падения, при котором отраженный от диэлектрика луч является плоскополяризованным, n_{21} — относительный показатель преломления.

Волновая оптика

Качественные задачи

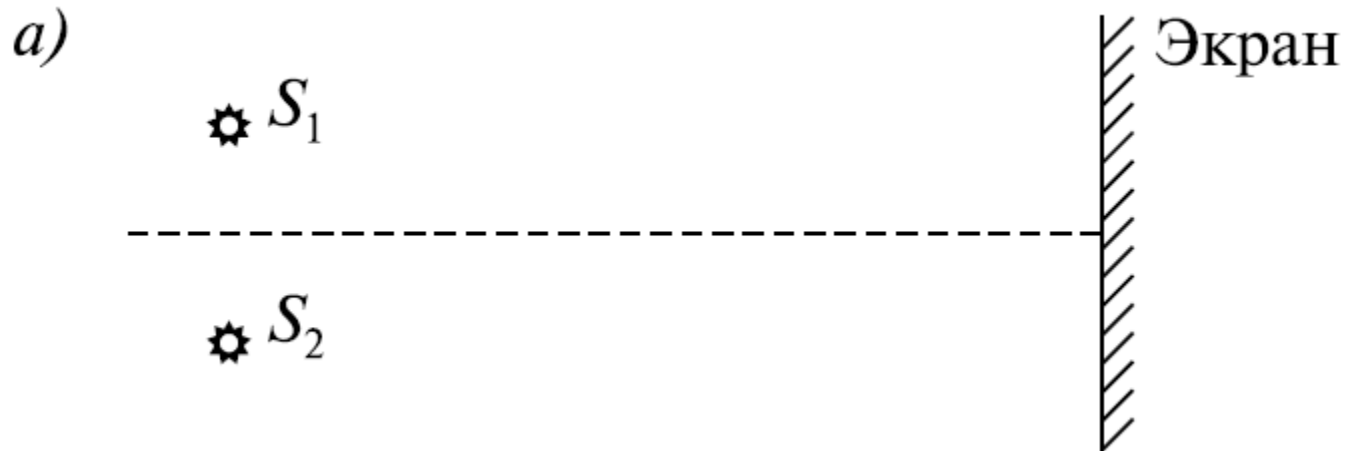
1. Могут ли интерферировать между собой лучи, посланные двумя различными лампочками накаливания?
2. Чем объясняется расцветка крыльев стрекоз?
3. Почему частицы размером менее $0,3 \text{ мкм}$ в оптическом микроскопе не видны?
4. При помощи зеркал Френеля получили интерференционные полосы, пользуясь красным светом. Как изменится картина интерференционных полос, если воспользоваться фиолетовым светом?

Волновая оптика

Качественные задачи

5. Имеются две интерференционные схемы :

а) когерентные источники на расстоянии d друг от друга и экран, на котором наблюдается интерференционная картина на расстоянии L .



Волновая оптика

Качественные задачи

б) Зеркало Ллойда: источник и его изображение в зеркале интерферируют между собой. Расстояние между источником и изображением d , расстояние до экрана L .



Будут ли различаться интерференционные картины? Почему?

Волновая оптика

Качественные задачи

6. Каким волновым свойством обладают поперечные волны и не обладают продольные волны?

7. Какое явление света доказывает, что напряженность электрического поля и вектор индукции магнитного поля совершают колебания в направлении, перпендикулярном скорости распространения электромагнитных волн и, в частности, света, т.е. электромагнитные волны поперечные?

Волновая оптика

Качественные задачи

8. Как изменится количество максимумов, наблюдаемых от дифракционной решетки, если уменьшить число штрихов решетки на 1 мм?
9. Пучок белого света разлагается в спектр с помощью дифракционной решетки и призмы. В каком из спектров красные лучи отклоняются больше, чем фиолетовые?

Волновая оптика

Задачи с решениями

10. В опыте Юнга отверстия освещались монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 600$ нм, расстояние между отверстиями $d = 1$ мм, расстояние от отверстий до экрана $l = 3$ м. Найти положение третьей и четвертой светлых полос.

Волновая оптика

Задачи с решениями

Решение. Ширина интерференционной полосы $\Delta x = l\lambda/d$, где d — расстояние между двумя когерентными источниками, находящимися на расстоянии l от экрана, параллельного обоим источникам, причем $l \gg d$. Первая светлая полоса находится на расстоянии $y_1 = l\lambda/d$, третья полоса находится на расстоянии $y_3 = 3y_1$, n -я полоса — на расстоянии $y_n = ny_1$. Таким образом, $y_3 = 5,4$ мм, $y_4 = 7,2$ мм.

Волновая оптика

Задачи с решениями

11. Параллельный пучок света с длиной волны λ нормально падает на основание бипризмы с малыми преломляющими углами θ . Показатель преломления стекла призмы равен n . За призмой параллельно ее основанию расположен экран, на котором видна интерференционная картина. Найти ширину интерференционных полос.

Волновая оптика

Задачи с решениями

Решение. Ширина интерференционных полос определяется по формуле $\Delta x = l\lambda/d$, где d - расстояние между двумя когерентными источниками. В данном случае когерентные источники получаются расщеплением исходного пучка лучей бипризмой. Угол отклонения каждого луча в силу малости преломляющего угла призмы $\delta = (n - 1)\theta$. Следовательно, можно считать $d/2l = \operatorname{tg}\delta \approx \sin\delta \approx \delta$, откуда

$$\Delta x \approx \frac{\lambda}{2(n - 1)\theta}$$

Волновая оптика

Задачи с решениями

12. В просветленной оптике для устранения отражения света на поверхность линзы, сделанной из стекла с показателем преломления $n_1 = 1,5$, наносится тонкая пленка с показателем преломления $n = 1,26$. При какой толщине d пленки отражение света от линзы не будет наблюдаться? Длина волны падающего света $\lambda = 550$ нм, угол падения $i = 30^\circ$.

Волновая оптика

Задачи с решениями

Решение. Свет, падая на систему пленка - стекло под углом i , отражается как от верхней, так и от нижней поверхности пленки.

Отраженные лучи когерентны, поскольку образованы от одного падающего луча. Результат интерференции этих лучей зависит от оптической разности хода. Лучи отражаются от среды с большим показателем преломления, поэтому как на верхней, так и на нижней поверхности пленки происходит потеря полуволны и, следовательно, условие интерференционного минимума

Волновая оптика

Задачи с решениями

$$2d_m \sqrt{n^2 - \sin^2 i} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

Откуда

$$d_m = \frac{\lambda(2m + 1)}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$$

Полагая $m = 0, 1, 2, \dots$, получим ряд возможных значений толщины пленки:

$$d_0 = 120 \text{ нм}; d_1 = 350 \text{ нм}; d_2 = 590 \text{ нм и т.д.}$$

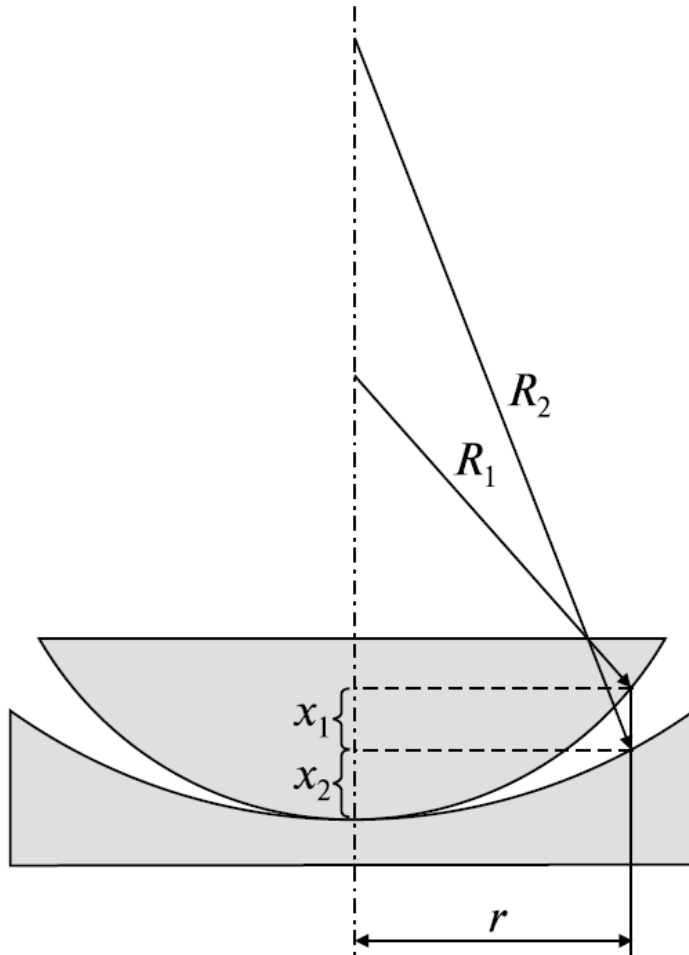
Волновая оптика

Задачи с решениями

13. В установке для наблюдения колец Ньютона свет с длиной волны $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$ падает нормально на плосковыпуклую линзу с радиусом кривизны $R_1 = 1 \text{ м}$, положенную выпуклой стороной на вогнутую поверхность плосковогнутой линзы с радиусом кривизны $R_2 = 2 \text{ м}$. Определить радиус пятого темного кольца Ньютона, наблюдаемого в отраженном свете.

Волновая оптика

Задачи с решениями



Решение. Определим величину x_1 воздушного зазора между плосковыпуклой и вогнутой линзами на расстоянии r от точки их соприкосновения — центра линз. Из рисунка видно, что

$$x_2 = R_2 - \sqrt{R_2^2 - r^2},$$

$$x_1 = R_1 - x_2 - \sqrt{R_1^2 - r^2} =$$

Волновая оптика

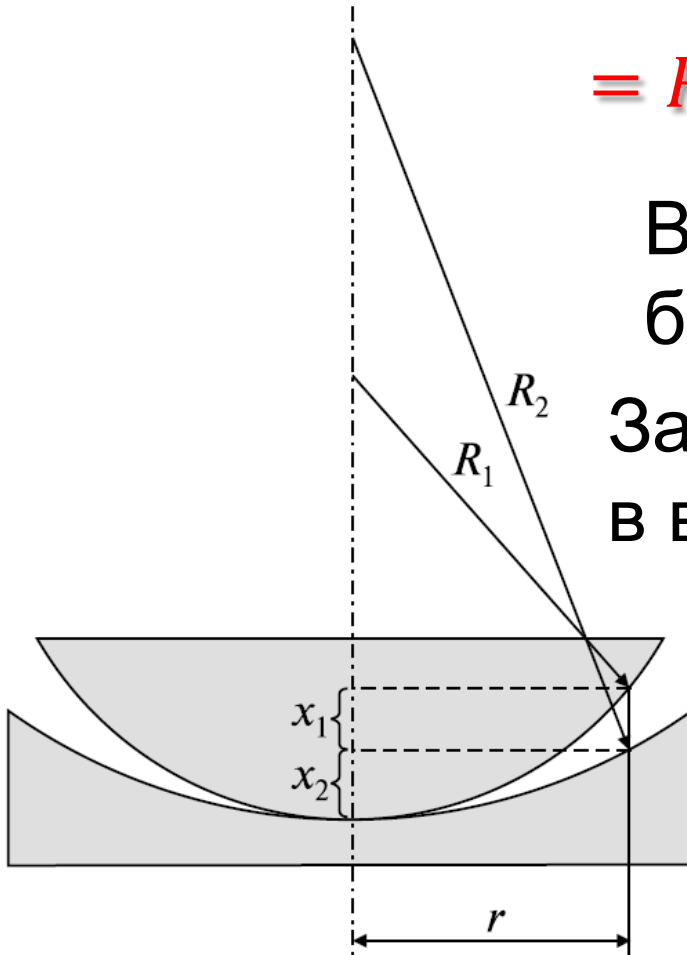
Задачи с решениями

$$= R_1 - R_2 + \sqrt{R_2^2 - r^2} - \sqrt{R_1^2 - r^2}$$

В дальнейших вычислениях
будем полагать $x_1 \ll R_1$ и $x_1 \ll R_2$.

Записывая последнее равенство
в виде

$$\begin{aligned} x_1 + (R_1 - R_2) &= \\ &= \sqrt{R_2^2 - r^2} - \sqrt{R_1^2 - r^2}, \end{aligned}$$



Волновая оптика

Задачи с решениями

возводя его в квадрат и пренебрегая слагаемым x_1^2 , получаем

$$R_1 R_2 - r^2 - x_1(R_1 - R_2) = \sqrt{(R_2^2 - r^2)(R_1^2 - r^2)}$$

Второй раз возводя в квадрат данное равенство и учитывая малость x_1 , получаем

$$r = \sqrt{\frac{x_1 R_1 R_2}{R_2 - R_1}}$$

Волновая оптика

Задачи с решениями

Разность хода Δd в отраженном свете $\Delta d = 2x_1 + \frac{\lambda}{2}$.

С другой стороны, условие наблюдения темного кольца $\Delta d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$, откуда $x_1 = k\lambda$.

Следовательно, радиус k -го темного кольца в отраженном свете определяется формулой

$$r_k = \sqrt{\frac{k\lambda R_1 R_2}{R_2 - R_1}}.$$

Подставляя $k = 5$, $R_1 = 1$ м, $R_2 = 2$ м, $\lambda = 0,5$ мкм, получаем $r_5 = 2,24$ мм.

Волновая оптика

Задачи с решениями

Разность хода Δd в отраженном свете $\Delta d = 2x_1 + \frac{\lambda}{2}$.

С другой стороны, условие наблюдения темного кольца $\Delta d = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$, откуда $x_1 = k\lambda$.

Следовательно, радиус k -го темного кольца в отраженном свете определяется формулой

$$r_k = \sqrt{\frac{k\lambda R_1 R_2}{R_2 - R_1}}.$$

Подставляя $k = 5$, $R_1 = 1$ м, $R_2 = 2$ м, $\lambda = 0,5$ мкм, получаем $r_5 = 2,24$ мм.

Волновая оптика

Задачи с решениями

14. Найти радиус r_4 четвертой зоны Френеля для случая плоской волны. Расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения $b = 1$ м. Длина волны света $\lambda = 500$ нм.

Решение. Для плоской волны в формуле для радиуса r_m m -й зоны Френеля

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}$$

следует положить $a \rightarrow \infty$, поскольку плоский фронт волны дает бесконечно удаленный источник.

Волновая оптика

Тогда

$$r_m = \lim_{a \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m\lambda = \lim_{a \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{b}{1 + \frac{b}{a}}} m\lambda = \sqrt{bm\lambda}$$

Следовательно, $r_4 = \sqrt{1 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$

Волновая оптика

15. На щель падает нормально плоская монохроматическая световая волна. Угол отклонения лучей, соответствующих второму дифракционному максимуму, равен $\alpha = 30^\circ$.

Определить ширину щели, если длина волны падающего света $\lambda = 0,6$ мкм.

Решение. Положение максимумов освещенности при дифракции от щели определяется по формуле $a \sin \alpha = (2k + 1)(\lambda/2)$, $k = 1, 2, 3, \dots$, откуда ширина щели

$$a = \frac{(2k + 1)\lambda}{2\sin \alpha}$$

Волновая оптика

Подставляя в последнюю формулу

$k = 2$, $\alpha = 30^\circ$ и $\lambda = 0,6$ мкм, получаем $a = 5\lambda = 3$ мкм.

Волновая оптика

16. Какое число штрихов N на единицу длины имеет дифракционная решетка, если зеленая линия ртути ($\lambda = 546,1 \text{ нм}$) в спектре первого порядка наблюдается под углом $\varphi = 19^\circ 8'$?

Решение. Число штрихов N дифракционной решетки на 1 мм вычисляется по формуле $N = \frac{10^{-3}}{d}$, где d — период решетки в метрах. Период d определяется из формулы $d \sin \varphi = k\lambda$, откуда $d = \frac{k\lambda}{\sin \varphi}$. По условию $k = 1$, тогда

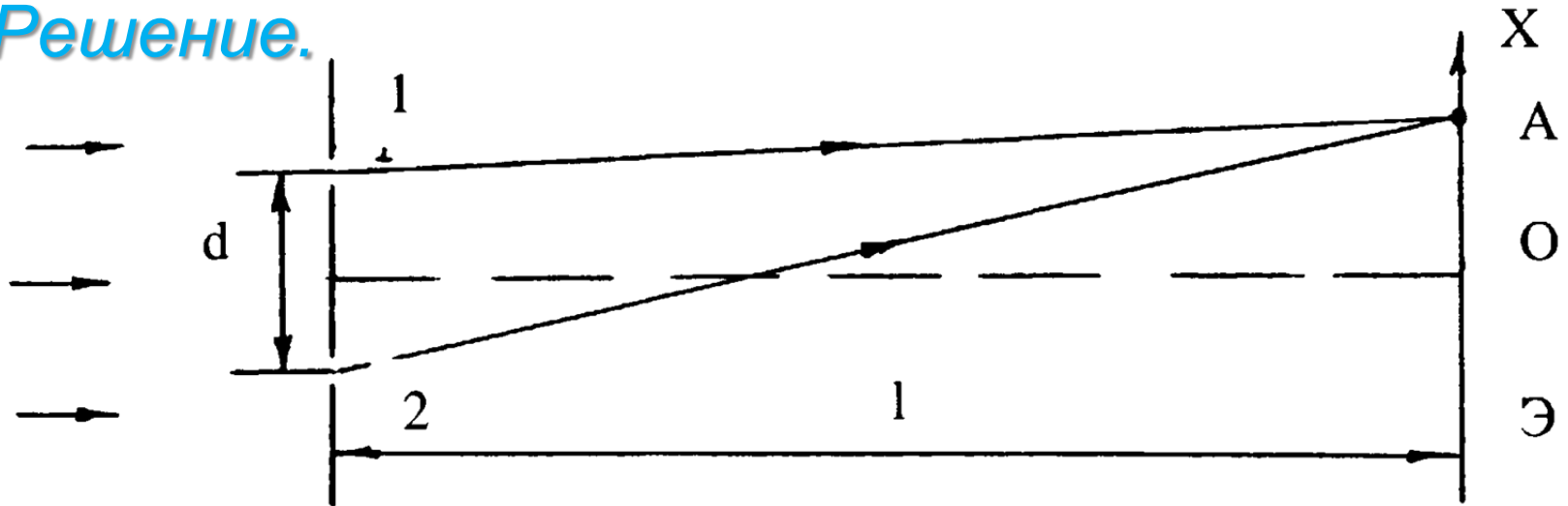
$$N = \frac{10^{-3} \cdot \sin(19^\circ 8')}{546,1 \cdot 10^{-9}} = 600 \frac{\text{штр.}}{\text{мм}}.$$

Волновая оптика

17. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на диафрагму с двумя узкими щелями, отстоящими друг от друга на $d = 2,5 \text{ мм}$. На экране, расположенном за диафрагмой на $\ell = 1 \text{ м}$, образуется система интерференционных полос. На какое расстояние и в какую сторону сместятся эти полосы, если одну из щелей перекрыть стеклянной пластинкой толщины $h = 10 \text{ мкм}$?

Волновая оптика

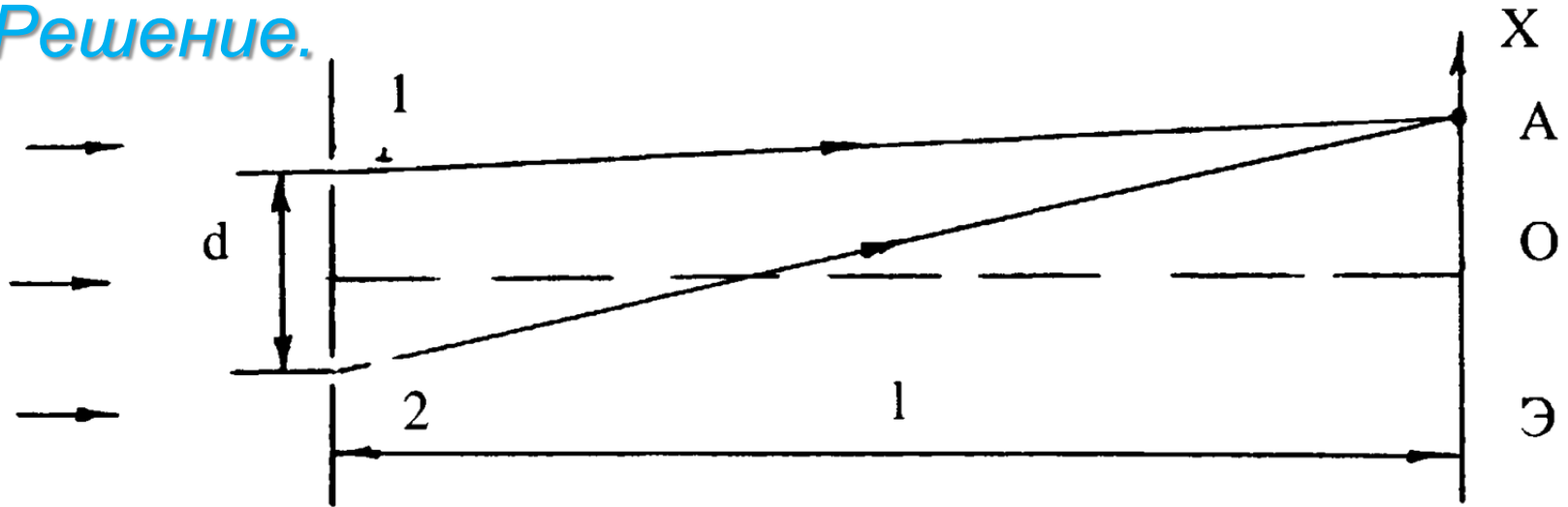
17. Решение.



В отсутствии стеклянной пластинки разность хода лучей **1** и **2** до точки **O** равна нулю и мы имеем здесь центральный максимум интерференционной картины. Если поместить стеклянную пластинку толщины h с показателем преломления n перед щелью **1**, то длина оптического пути луча **1** вырастет на величину $\Delta_1 = (n - 1)h$.

Волновая оптика

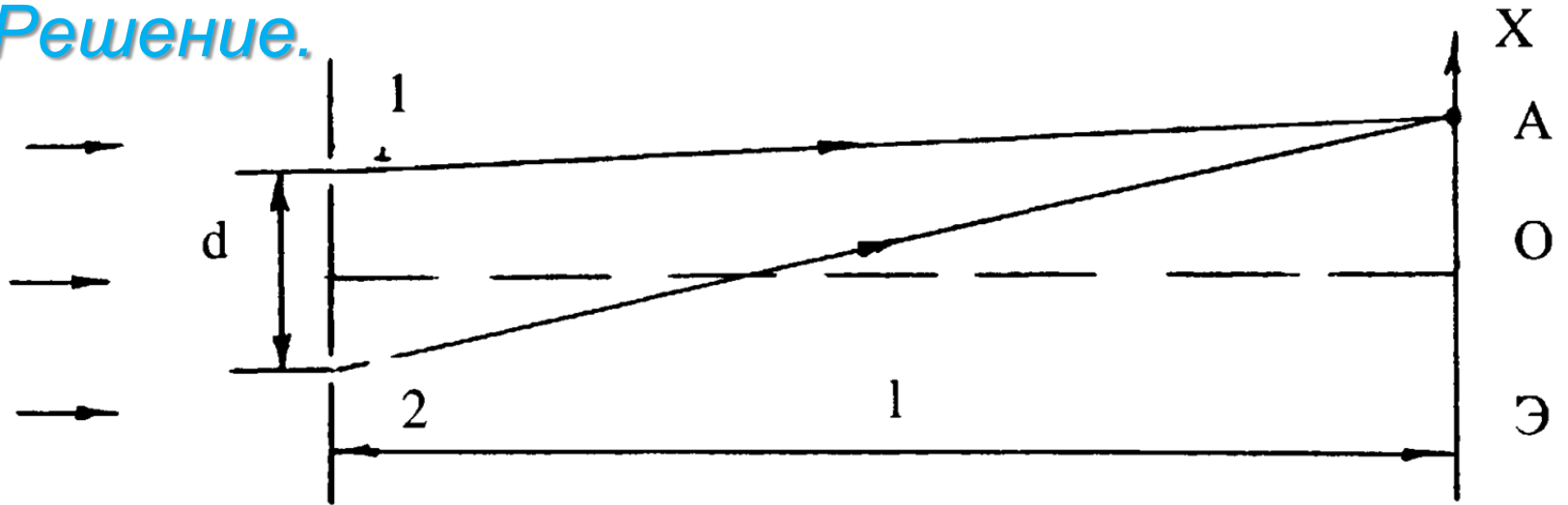
17. *Решение.*



В результате точка **O** перестанет быть центром интерференционной картины. Компенсация дополнительного оптического пути луча **1** может быть достигнута в некоторой точке **A** на экране, лежащей выше точки **O**, за счет увеличения оптического пути луча **2** по сравнению с лучом **1**.

Волновая оптика

17. *Решение.*

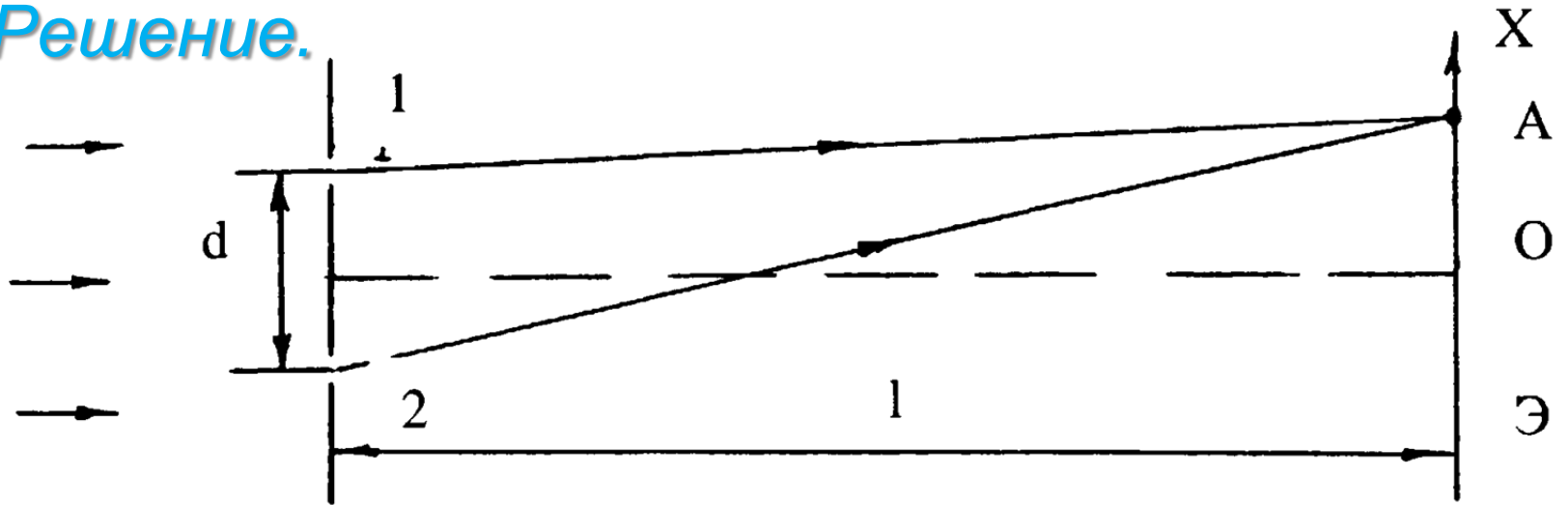


Разность оптических путей света от щелей **1** и **2** до точки **A** с координатой **x** определяется формулой

$$\Delta = \frac{xd}{l}$$

Волновая оптика

17. Решение.

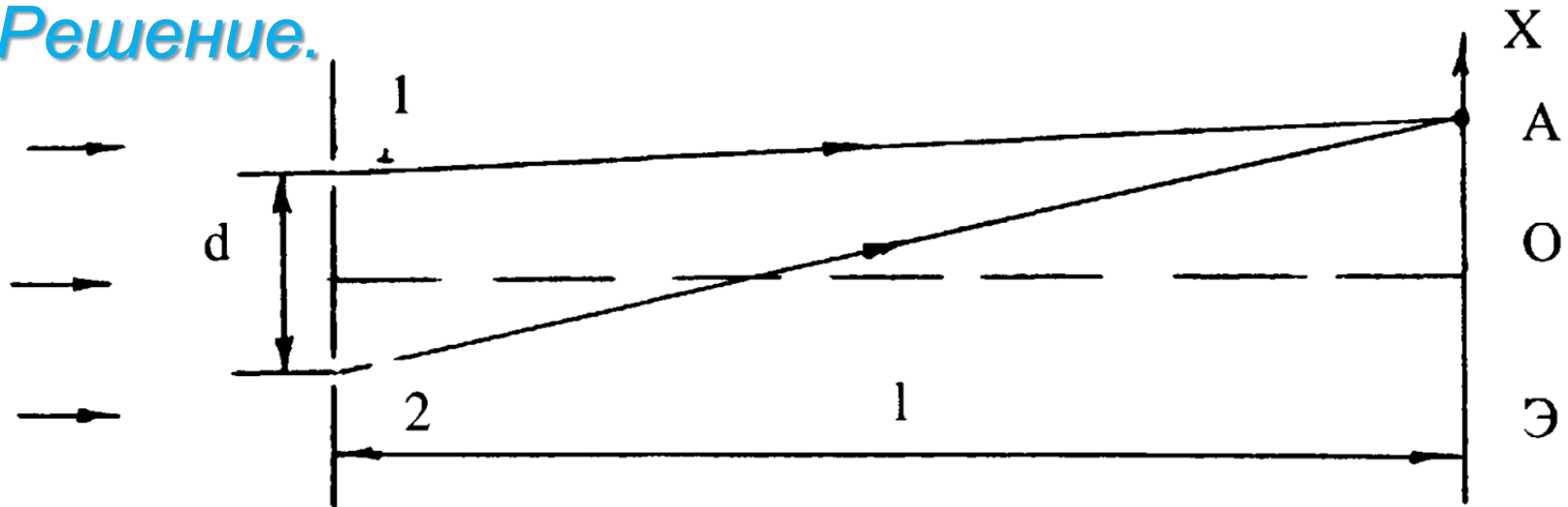


Перемещение центрального максимума x , а следовательно, и всей интерференционной картины определяется равенством $\Delta = \Delta_1$, т.е.

$$\frac{xd}{l} = (n - 1)h$$

Волновая оптика

17. *Решение.*



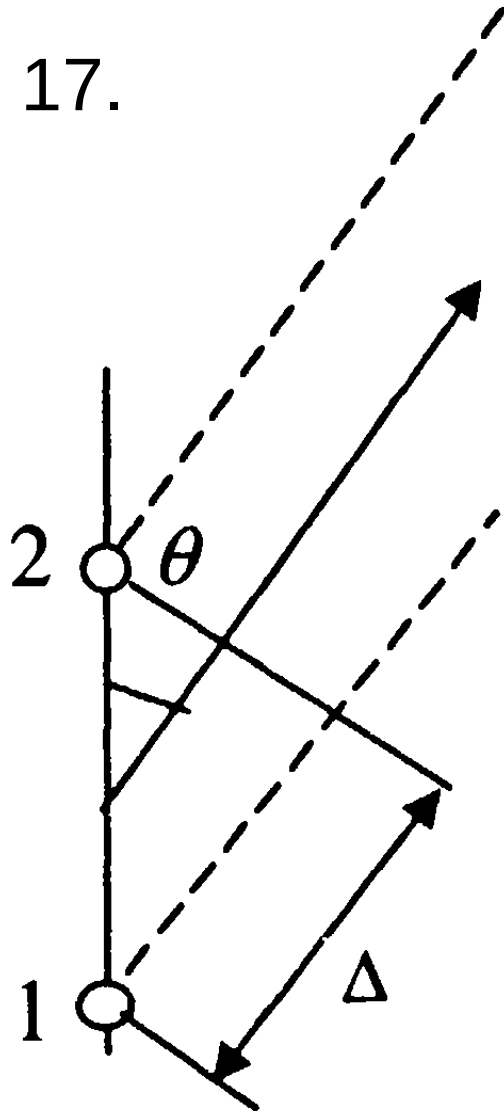
Окончательно получаем

$$x = \frac{(n - 1)h\ell}{d} = 2 \text{ мм},$$

интерференционная картина сместится в сторону щели, закрытой стеклянной пластинкой.

Волновая оптика

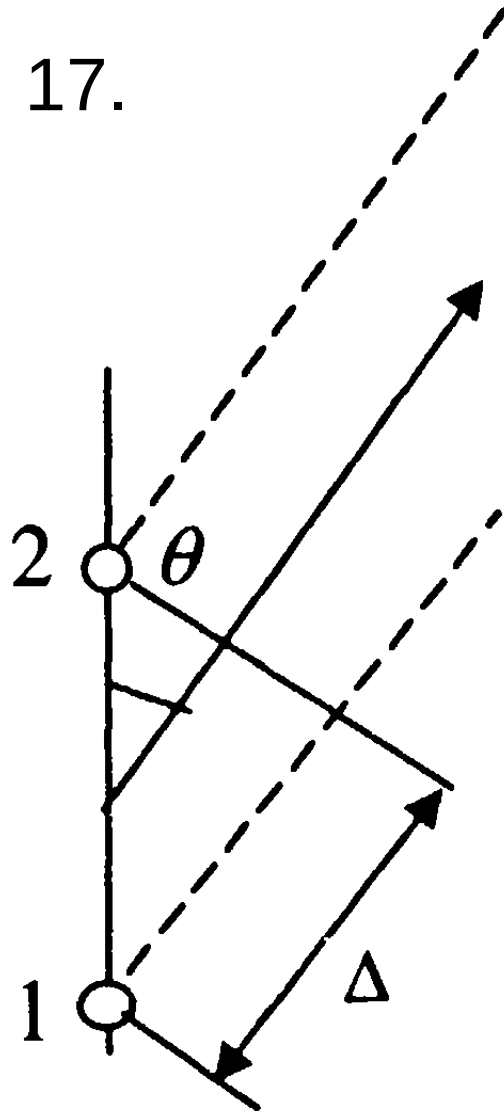
17.



Два точечных когерентных излучателя **1** и **2** расположены в некоторой плоскости так, что их дипольные моменты перпендикулярны к этой плоскости. Расстояние между излучателями Δ , длина волны излучения λ . Колебания излучателя **2** отстают по фазе от колебаний излучателя **1** на α ($\alpha < \pi$).

Волновая оптика

17.

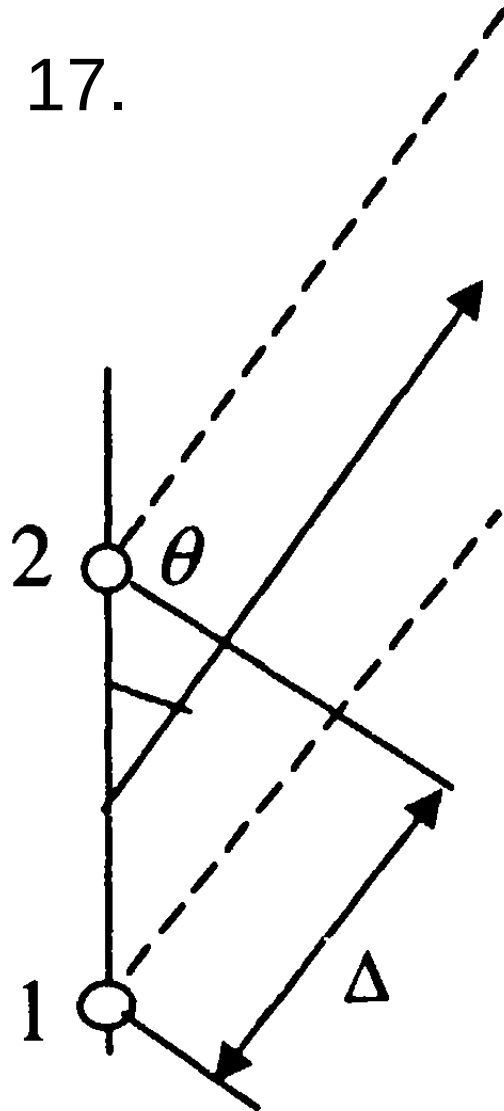


Найти:

- а) углы ϑ , в которых интенсивность излучения максимальна;
- б) условия, при которых в направлении $\vartheta = \pi$ интенсивность излучения будет максимальна, а в противоположном направлении - минимальна.

Волновая оптика

17.



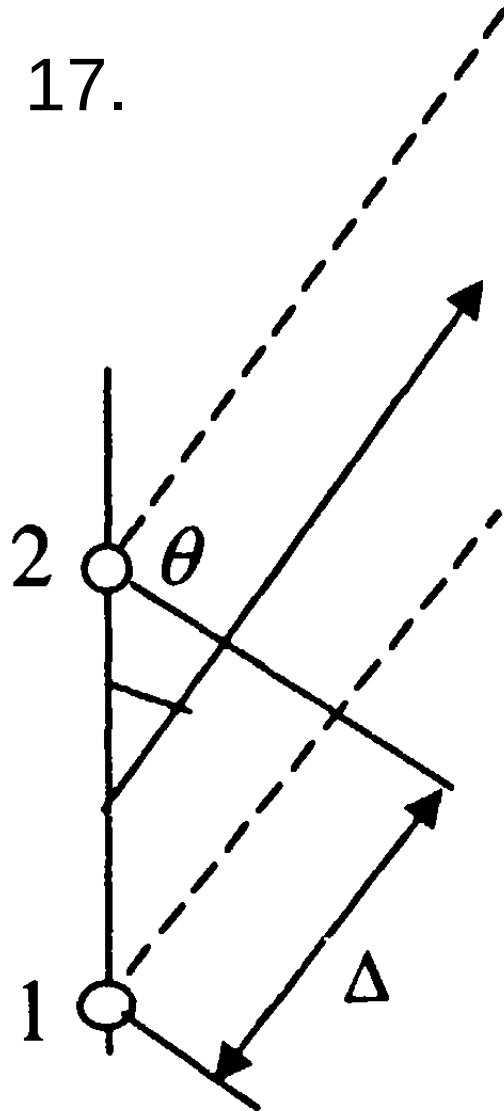
Решение:

а) Сдвиг фазы между колебаниями, создаваемыми излучателями 1 и 2 в направлении, характеризующемся углом θ , определяется разностью хода $\Delta = d \cos \theta$ и разностью начальных фаз α :

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi\Delta}{\lambda} + \alpha = \\ &= \frac{2\pi d \cos \theta}{\lambda} + \alpha\end{aligned}$$

Волновая оптика

17.



Решение:

Максимум интенсивности наблюдается в случае когда

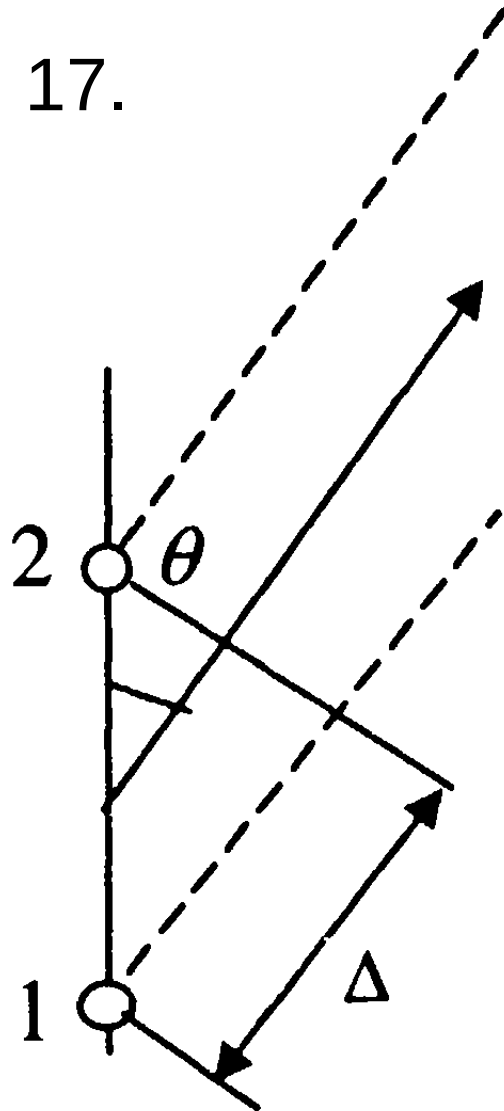
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d \cos \theta}{\lambda} + \alpha = 2\pi n,$$

где n - целое число. В результате получаем

$$\cos \theta_m = \frac{\lambda}{d} \left(n - \frac{\alpha}{2\pi} \right).$$

Волновая оптика

17.



Решение:

б) Максимум интенсивности при $\theta=0$ будет наблюдаться в случае, когда

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d \cos 0}{\lambda} + \alpha = 2\pi n + \pi,$$

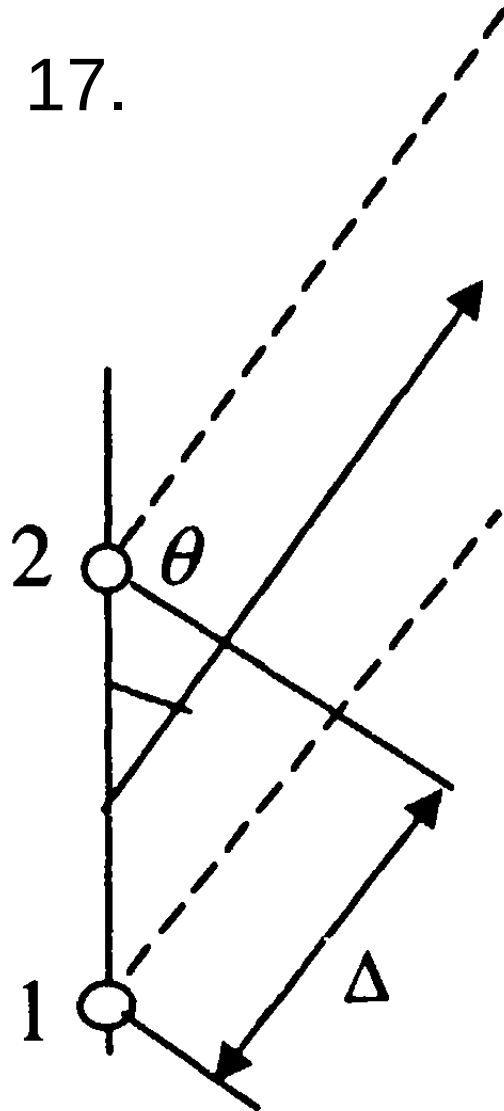
а минимум при $\theta=\pi$ в случае, когда

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d \cos \pi}{\lambda} + \alpha = -2\pi n$$

Минус в правой части уравнения появился из-за того, что разность фаз $2\pi n$ при $n \geq 1$ обусловлена разностью хода Δ , а Δ меняет знак при изменении величины θ с нуля на π .

Волновая оптика

17.



Решение:

Перепиывая полученные уравнения, имеем

$$\frac{2\pi d}{\lambda} + \alpha = 2\pi n + \pi$$

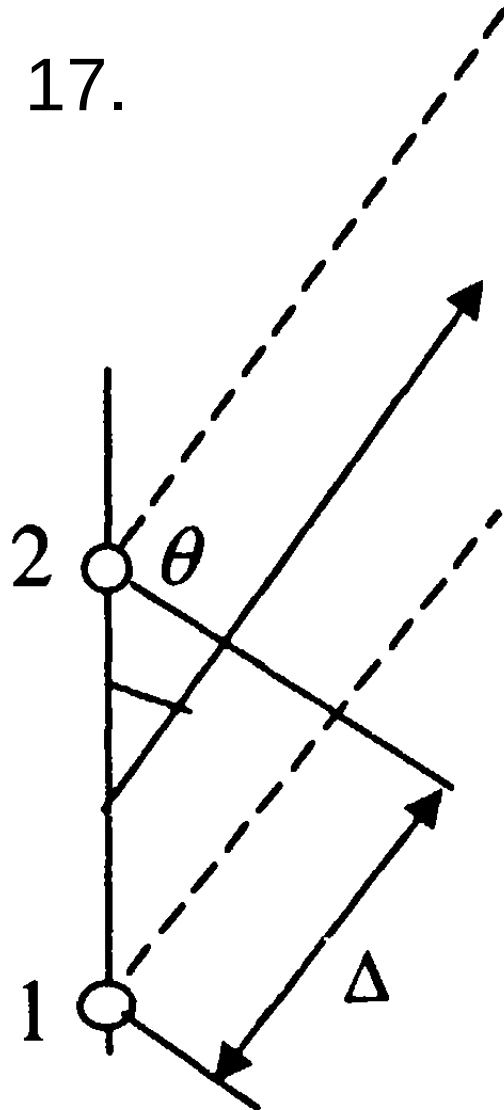
$$-\frac{2\pi d}{\lambda} + \alpha = -2\pi n$$

Складывая и вычитая эти уравнения, получаем значения α и d , обеспечивающие условия задачи:

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \quad \frac{d}{\lambda} = n + \frac{1}{4}.$$

Волновая оптика

17.



Решение:

Перепиывая полученные уравнения, имеем

$$\frac{2\pi d}{\lambda} + \alpha = 2\pi n + \pi$$

$$-\frac{2\pi d}{\lambda} + \alpha = -2\pi n$$

Складывая и вычитая эти уравнения, получаем значения α и d , обеспечивающие условия задачи:

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \quad \frac{d}{\lambda} = n + \frac{1}{4}.$$

Волновая оптика

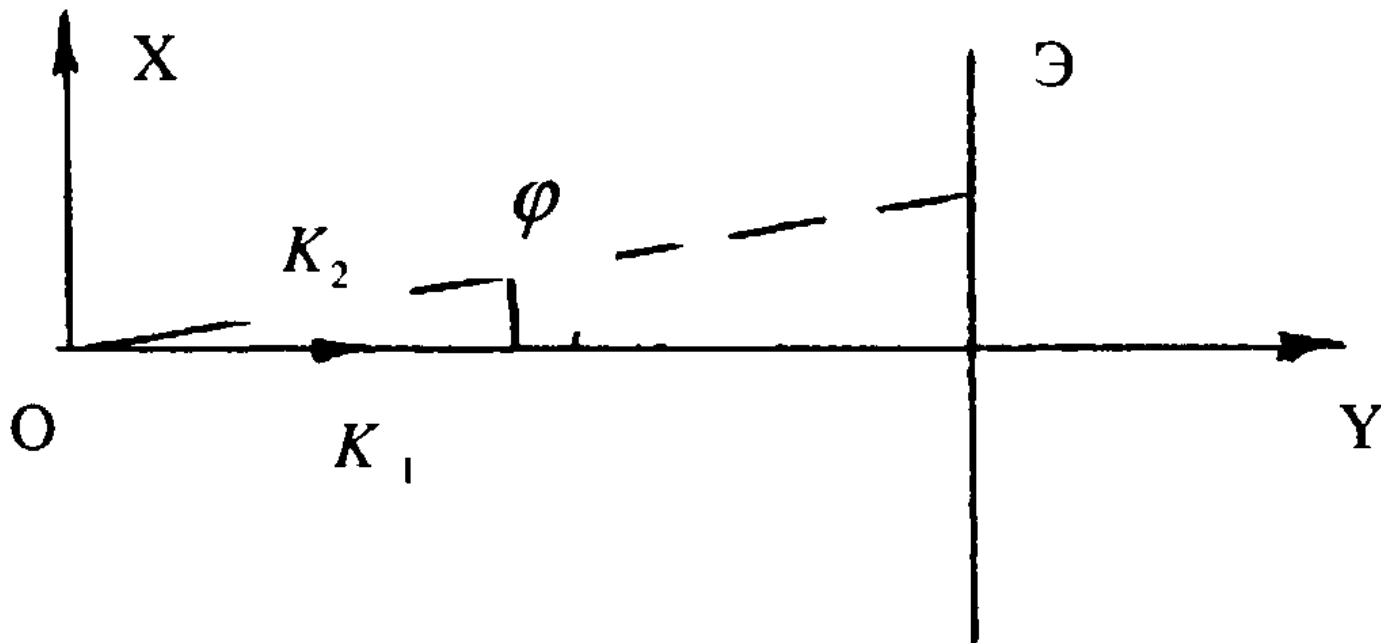
18.

Две когерентные плоские световые волны, угол между направлениями распространения которых $\varphi \ll 1$, падают почти нормально на экран. Амплитуды волн одинаковы. Найти расстояние между соседними максимумами интерференционной картины.

Волновая оптика

18. *Решение:*

Выберем систему координат так, чтобы волновой вектор одной волны k_1 был параллелен оси y , перпендикулярной к экрану. Волновой вектор второй волны k_2 составляет с вектором k_1 угол φ .



Волновая оптика

18. Решение:

Тогда электрическое поле волн запишется как

$$E_1 = E_0 \cos(\omega t - \vec{k}_1 \vec{r}) = E_0 \cos(\omega t - ky) \quad (1)$$

$$E_2 = E_0 \cos(\omega t - \vec{k}_2 \vec{r}) = E_0 \cos(\omega t - k_{2x}x - k_{2y}y), \quad (2)$$

где $k = 2\pi/\lambda$. В силу выбора системы координат и малости угла φ $k_{2x} = k \sin \varphi \approx k\varphi$; $k_{2y} = k \cos \varphi \approx k$.

С учетом этого переписываем второе уравнение:

$$E_2 = E_0 \cos(\omega t - kx\varphi - ky)$$

Аргументы у косинусов в уравнениях (1) и (2) представляют собой фазы волн 1 и 2. Обозначим их α_1 и α_2 .

Волновая оптика

18. *Решение:*

Разность фаз

$$\Delta\varphi = \alpha_1 - \alpha_2 = kx\varphi$$

Видно, что разность фаз $\Delta\varphi$ зависит от x . Если на экране при каком-либо значении x_n наблюдается максимум интерференционной картины, то следующий максимум будет наблюдаться при значении координаты $x = x_{n+1}$, при переходе к которой разность фаз $\Delta\varphi_{n,n+1} = \Delta\varphi_{n+1} - \Delta\varphi_n = 2\pi$

Волновая оптика

18. *Решение:*

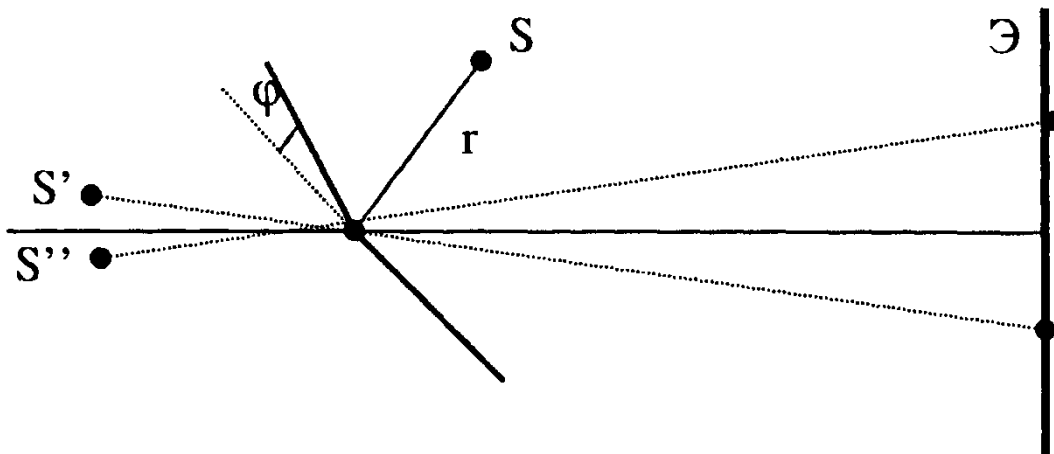
Отсюда следует, что

$$\Delta x = \frac{2\pi}{k\varphi} = \frac{2\pi\lambda}{2\pi\varphi} = \frac{\lambda}{\varphi}$$

Волновая оптика

19.

В интерференционной схеме с бизеркалами Френеля угол между зеркалами $\alpha = 12'$, расстояния от линии пересечения зеркал до узкой щели S и экрана $\mathcal{E}$ равны соответственно $r = 10,0$ см и $b = 130$ см. Длина волны света $\lambda = 0,55$ мкм.



Волновая оптика

19.

Определить:

- а) ширину интерференционной полосы на экране и число возможных максимумов;
- б) сдвиг интерференционной картины на экране при смещении щели на $\delta\ell = 1,0$ мм по дуге радиуса r с центром в точке О;
- в) при какой максимальной ширине щели h_{max} интерференционные полосы на экране будут наблюдаться еще достаточно отчетливо?

Волновая оптика

19. *Решение:*

а) Выберем ось x так, чтобы она проходила вдоль экрана, по рисунку снизу вверх. Источники S' и S'' являются зеркальными изображениями источника света S в двух зеркалах. Из рисунка ясно, что расстояние между S' и S'' равно $2r\alpha$.

Ширина интерференционной линии

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\varphi} = \frac{\lambda(b+r)}{2r\alpha} = 1,1 \text{ мм}$$

где $\varphi = \frac{2r\alpha}{b+r}$ - угол, под которым источники S' и S'' видны из точек, расположенных на экране.

Волновая оптика

19. *Решение:*

Ширина интерференционной картины на экране $2x_{max}$ на рисунке ограничена двумя пунктирными линиями, проведенными через источники S' , S'' и точку O . Из рисунка видно, что $2x_{max} = 2ab$

Используя А) и В), можно найти полное число максимумов n в интерференционной картине, расположенных по одну сторону от оси OO' (не считая центрального максимума), n равно максимальному целому числу, которое меньше отношения $x_{max} / \Delta x$,

Волновая оптика

19. *Решение:*

$$\frac{x_{max}}{\Delta x} = \frac{2\alpha^2 br}{\lambda(b+r)} = 4,1$$

Следовательно $n=4$. Это значит, что полное число максимумов в интерференционной картине с учетом центрального равно $N=2n+1=9$.

б) При смещении источника S на расстояние $\delta\ell$ по дуге радиуса r с центром в точке O источник S повернется вокруг оси, проходящей через точку O и перпендикулярной к плоскости рисунка, на угол равный $\delta\ell/b$.

Волновая оптика

19. *Решение:*

Зеркальные изображения S' и S'' повернутся при этом вокруг этой же оси на такой же по величине угол. Следовательно, на такой же угол повернётся вокруг той же оси центр интерференционной картины. Поэтому сдвиг интерференционной картины на экране составит

$$\delta x = \frac{\delta \ell \cdot b}{r} = 0,13 \text{ см}$$

Волновая оптика

19. *Решение:*

в) Интерференционные полосы на экране будут наблюдаться отчетливо до тех пор, пока максимумы интерференционной картины, создаваемой одним краем источника S шириной h_{max} , не совпадут с минимумами картины, создаваемой другим краем источника. Используя результаты, полученные в пунктах а) и б), это условие можно записать следующим образом:

$$\delta x \leq \frac{\Delta x}{2}$$

Квантовая оптика

Качественные задачи

1. Зависит ли энергия фотона от длины волны света?
2. Металлическая пластинка под действием рентгеновских лучей зарядилась. Каков знак заряда?
3. Чему равно отношение давления света, производимого на идеально белую поверхность, к давлению света, производимому на идеально черную поверхность? Все прочие условия в обоих случаях одинаковы.

Квантовая оптика

Качественные задачи

4. Свободный атом излучает фотон. Выполняется ли при этом закон сохранения энергии? Выполняется ли при этом закон сохранения импульса? Выполняется ли при этом закон сохранения массы?
5. Во что преобразуется при внешнем фотоэффекте энергия падающего на тело света?
6. Способен ли свободный электрон поглотить квант света?

Квантовая оптика

Качественные задачи

7. Фотон и электрон обладают одинаковой кинетической энергией. Который из них имеет большую длину волны?
8. Освещают две нейтральные пластинки, одну — металлическую, другую — полупроводниковую. Останутся ли пластинки нейтральными при возникновении фотоэффекта?

Квантовая оптика

Задачи с решениями

9. Определить длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов $U = 10$ В.

Решение:

Скорость электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U , определяется из соотношения

$$eU = \frac{m_e v^2}{2},$$

Квантовая оптика

9. *Решение:*

откуда

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}.$$

Импульс электрона

$$p_e = m_e v = \sqrt{2m_e e U}.$$

Квантовая оптика

9. *Решение:*

По условию этот импульс равен импульсу фотона
 $p = h/\lambda$.

Тогда

$$\frac{h}{\lambda} = \sqrt{2m_e e U},$$

откуда

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e e U}} = 388 \text{ нм.}$$

Квантовая оптика

10.

Фотон с длиной волны $\lambda = 0,2$ мкм вырывает с поверхности натрия фотоэлектрон, кинетическая энергия которого $E_k = 2$ эВ. Определить работу выхода и красную границу фотоэффекта.

Решение: Энергия фотона $\epsilon = \frac{hc}{\lambda}$.

Из уравнения фотоэффекта Эйнштейна следует

$$\epsilon = \frac{hc}{\lambda} = A + E_k,$$

Квантовая оптика

10. *Решение:*

откуда работа выхода

$$A = \frac{hc}{\lambda} - E_{\text{к}} = 6,73 \text{ эВ.}$$

Красная граница фотоэффекта определяется из условия

$$A = \frac{hc}{\lambda_{\text{кр}}},$$

Следовательно, $\lambda_{\text{кр}} = \frac{hc}{A} = 0,295 \text{ мкм.}$

Квантовая оптика

11.

Фотон с энергией $\varepsilon = 1,025$ МэВ рассеялся на первоначально покоившемся свободном электроне. Определите угол рассеяния фотона, если длина волны рассеянного фотона оказалась равной комptonовской длине волны $\lambda_C = 2,43$ пм.

Решение:

Энергия фотона $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$, откуда $\lambda = \frac{hc}{\varepsilon}$.

Длина волны рассеянного фотона $\lambda' = \lambda + \lambda_C(1 - \cos\theta)$. Поскольку $\lambda' = \lambda_C$, то

Квантовая оптика

11. *Решение:*

$$\lambda_C = \frac{hc}{\epsilon} + \lambda_C(1 - \cos\theta), \quad \text{откуда} \quad \cos\theta = \frac{hc}{\lambda_C\epsilon},$$

$$\text{следовательно,} \quad \theta = \arccos\left(\frac{hc}{\lambda_C\epsilon}\right) = 60^\circ.$$

Квантовая оптика

7.1.1.

Точечный изотропный источник испускает свет с $\lambda = 589$ нм.

Световая мощность источника $P = 10$ Вт. Найти:

- а) среднюю плотность потока фотонов на расстоянии $r = 2,0$ м от источника;
- б) расстояние от источника до точки, где средняя концентрация фотонов $n = 100$ см⁻³.

Квантовая оптика

7.1.1. *Решение:*

Найдем, прежде всего, число фотонов, испускаемых источником в единицу времени dN/dt . Из определения мощности источника следует, что

$$\frac{dN}{dt} = \frac{P}{\hbar\omega} = \frac{P\lambda}{2\pi\hbar c}. \quad (1)$$

Окружим точечный источник сферической поверхностью радиуса r .

Очевидно, что число фотонов, пролетающих через эту поверхность в единицу времени, равно dN/dt .

Квантовая оптика

7.1.1. *Решение:*

Поэтому из определения плотности потока фотонов и формулы (1) находим

$$\langle j \rangle = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dN}{dt} = \frac{P\lambda}{8\pi^2 \hbar c r^2}. \quad (2)$$

Если выражение (2) поделить на скорость света, то получим концентрацию фотонов на расстоянии r от источника. Таким образом, расстояние r , на котором имеется заданная концентрация фотонов, определяется выражением

Квантовая оптика

7.1.1. *Решение:*

$$r = \frac{1}{2\pi c} \sqrt{\frac{P\lambda}{2\hbar n}}. \quad (3)$$

Подставляя в формулы (2), (3) численные значения величин, получаем

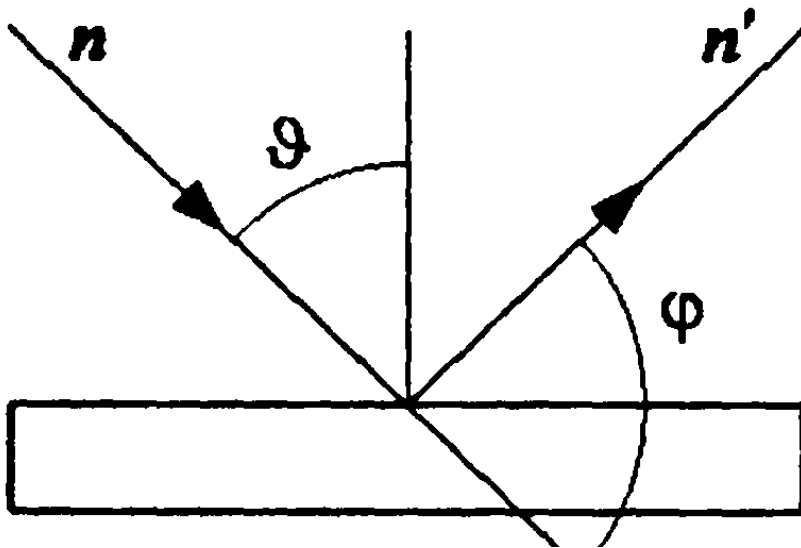
$$\langle j \rangle = 6 \times 10^{17} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}, \quad r = 9 \text{ м}$$

$$\text{Ответ: } \langle j \rangle = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{dN}{dt} = \frac{P\lambda}{8\pi^2 \hbar c r^2} = 6 \times 10^{17} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1};$$

$$r = \frac{1}{2\pi c} \sqrt{\frac{P\lambda}{2\hbar n}} = 9 \text{ м.}$$

Квантовая оптика

7.1.2.



Короткий импульс света с энергией $E = 7,5$ Дж в виде узкого почти параллельного пучка падает на зеркальную пластинку с коэффициентом отражения $\rho = 0,60$. Угол падения $\vartheta = 30^\circ$. Определить с помощью корпускулярных представлений импульс, переданный пластинке.

Квантовая оптика

7.1.2. *Решение:*

Пусть N - число фотонов в импульсе света с полной энергией E .

Полный импульс налетающих фотонов равен

$$\mathbf{p} = N \frac{\hbar \omega}{c} \mathbf{n} = \frac{E}{c} \mathbf{n}, \quad (1)$$

где $\mathbf{n}$ - единичный вектор в направлении движения налетающих фотонов. От зеркальной пластинки с коэффициентом отражения ρ отразится $N' = \rho N$ фотонов.

Их общий импульс определяется выражением

Квантовая оптика

7.1.2. *Решение:*

$$\mathbf{p}' = N' \frac{\hbar \omega}{c} \mathbf{n}' = \rho \frac{E}{c} \mathbf{n}', \quad (2)$$

где $\mathbf{n}'$ - единичный вектор в направлении движения отраженных фотонов.

Импульс, переданный пластине, равен

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{p} - \mathbf{p}' = \frac{E}{c} (\mathbf{n} - \rho \mathbf{n}'). \quad (3)$$

Квантовая оптика

7.1.2. *Решение:*

Модуль импульса, переданного пластине, найдем, возводя выражение (3) в квадрат

$$|\Delta p| = \frac{E}{c} \sqrt{1 + \rho^2 + 2\rho \cos 2\vartheta}.$$

где φ -угол между векторами n и n' . Как видно из рисунка, $\varphi = \pi - 2\vartheta$.

Учитывая, что $\cos \varphi = -\cos 2\vartheta$, окончательно получаем

$$|\Delta p| = \frac{E}{c} \sqrt{1 + \rho^2 + 2\rho \cos 2\vartheta}.$$

Квантовая оптика

7.1.2. *Решение:*

Подставляя в это выражение численные значения величин, находим $|\Delta p| = 35 \text{ нН} \cdot \text{с}$.

$$\text{Ответ: } |\Delta p| = \frac{E}{c} \sqrt{1 + \rho^2 + 2\rho \cos 2\vartheta} = 35 \text{ нН} \cdot \text{с}.$$

Всего понемногу

Звезда и спичка

Можно ли звезду закрыть спичкой, которую вы держите в вытянутой руке? Вы смотрите одним глазом, второй закрыт.

Всего понемногу

Звезда и спичка

Можно ли звезду закрыть спичкой, которую вы держите в вытянутой руке? Вы смотрите одним глазом, второй закрыт.

Подсказка

Звёзды так далеки от нас, что, несмотря на свои огромные размеры, они даже в телескоп видны как точки. Иными словами, угловые размеры их ничтожно малы. Следовательно, как ни малы угловые размеры спички, они во много раз больше угловых размеров звезды.

Всего понемногу

Звезда и спичка

Можно ли звезду закрыть спичкой, которую вы держите в вытянутой руке? Вы смотрите одним глазом, второй закрыт.

Подсказка

Однако попробуйте выйти вечером на улицу. Возьмите спичку. Выбирайте любую звезду. Вас постигнет неудача: закрыть звезду спичкой не удастся.

Ответить на поставленный вопрос нам помогут следующие факты.

Всего понемногу

Звезда и спичка

Можно ли звезду закрыть спичкой, которую вы держите в вытянутой руке? Вы смотрите одним глазом, второй закрыт.

Подсказка

Во-первых, если бы вы могли повторить эксперимент днём, то убедились бы, что звезда закрывается спичкой. Разумеется, днём это можно проверить не на звезде, а на любом другом удалённом предмете, мало отличающемся от точки. Во-вторых, точку, нарисованную на бумаге, спичкой удаётся закрыть без труда.

Всего понемногу

Звезда и спичка

Можно ли звезду закрыть спичкой, которую вы держите в вытянутой руке? Вы смотрите одним глазом, второй закрыт.

Подсказка

Правда, ночью это удаётся только при условии, что спичка находится ближе к точке, чем к глазу. Днём это удаётся всегда.

Решение

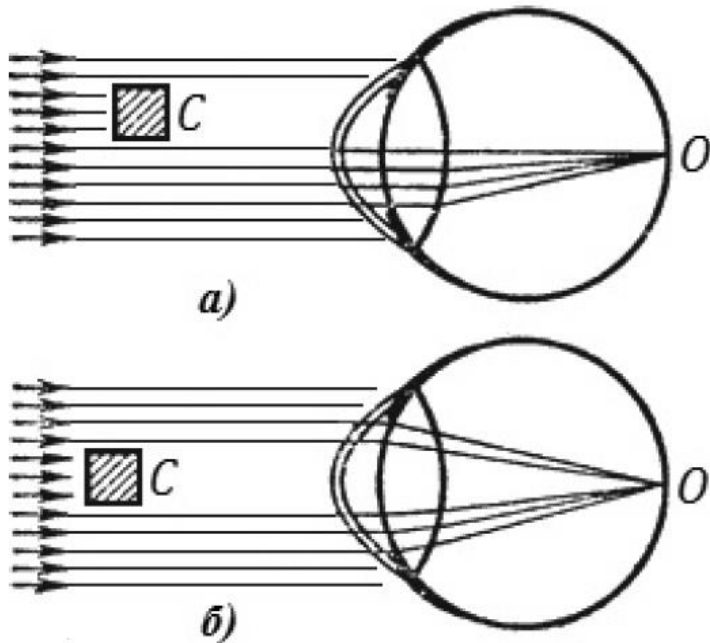
Звезду в этой задаче можно рассматривать как точечный источник света, удалённый на бесконечно большое расстояние.

Всего понемногу

Звезда и спичка

Можно ли звезду закрыть спичкой, которую вы держите в вытянутой руке? Вы смотрите одним глазом, второй закрыт.

Решение



В этих условиях все лучи от одной звезды, попадающие в глаз, параллельны.

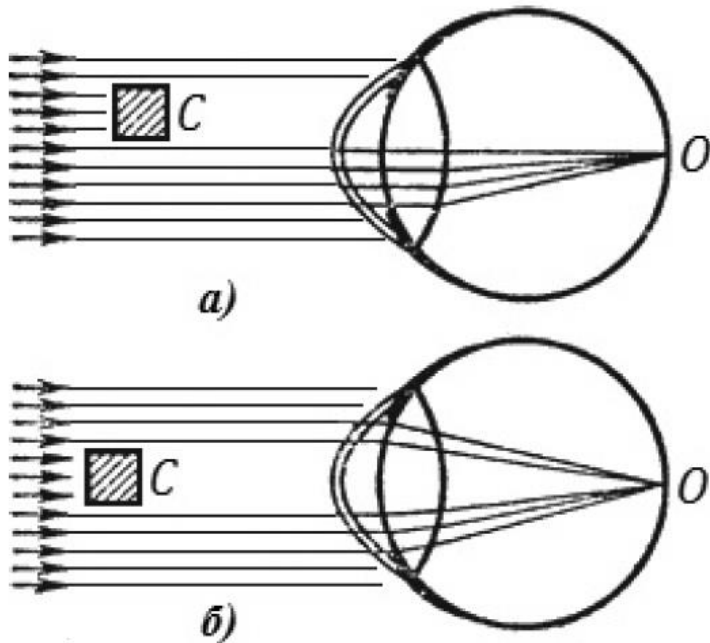
Зрачок же нашего глаза в этой задаче не может считаться точкой.

Всего понемногу

Звезда и спичка

Можно ли звезду закрыть спичкой, которую вы держите в вытянутой руке? Вы смотрите одним глазом, второй закрыт.

Решение



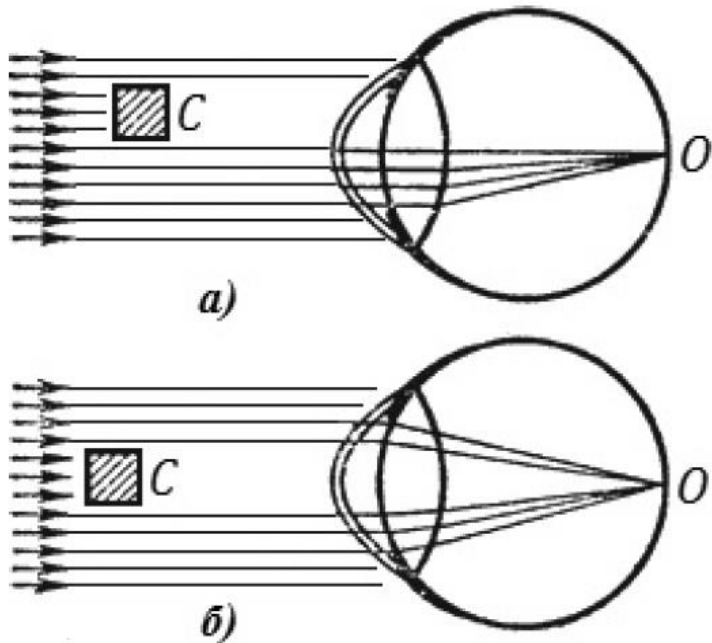
Тем более он не является ею ночью, когда вы экспериментируете со звёздами: приспособиваясь к темноте, зрачок максимально расширяется, чтобы побольше пропустить света.

Всего понемногу

Звезда и спичка

Можно ли звезду закрыть спичкой, которую вы держите в вытянутой руке? Вы смотрите одним глазом, второй закрыт.

Решение



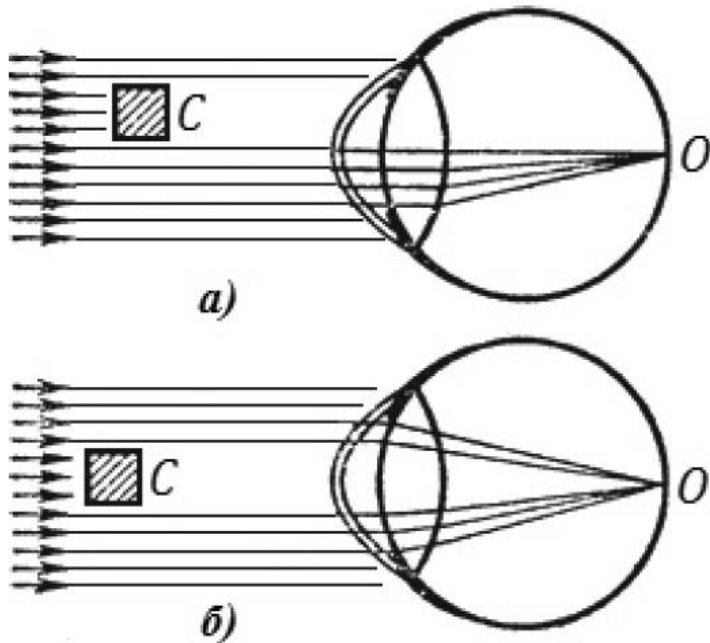
Создаваемая звездой тень спички, падая на зрачок, не покрывает его полностью. Поэтому при любом положении спички часть лучей от звезды проходит в зрачок и образует на сетчатке глаза в точке изображение звезды.

Всего понемногу

Звезда и спичка

Можно ли звезду закрыть спичкой, которую вы держите в вытянутой руке? Вы смотрите одним глазом, второй закрыт.

Решение



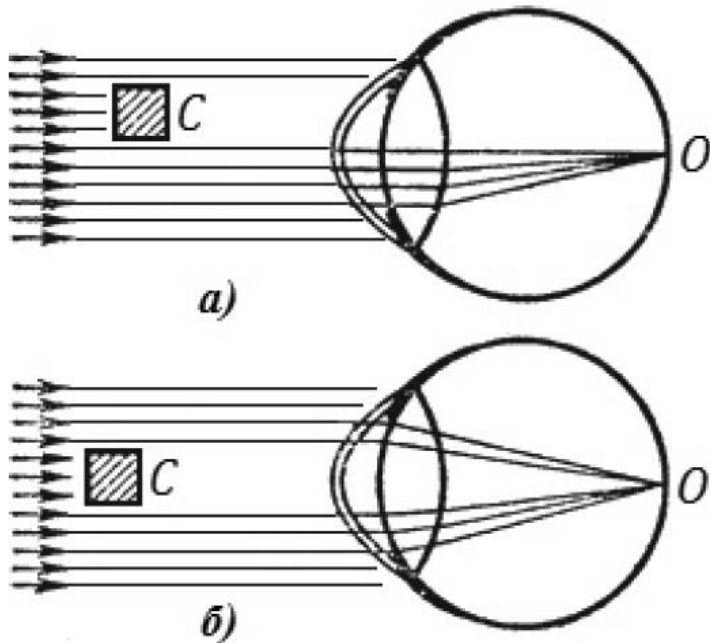
При этом звезда кажется просвечивающей сквозь спичку, но, разумеется, выглядит менее яркой, так как часть её лучей перехватывается спичкой.

Всего понемногу

Звезда и спичка

Можно ли звезду закрыть спичкой, которую вы держите в вытянутой руке? Вы смотрите одним глазом, второй закрыт.

Решение



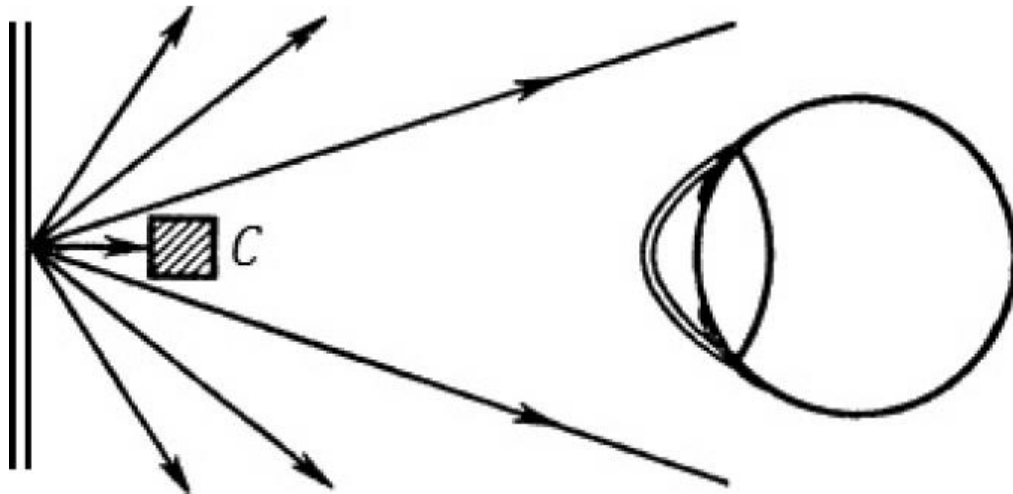
Днём зрачок, приспособабливаясь к яркому свету, сужается так, что его диаметр оказывается меньше толщины спички. В результате малый удалённый предмет спичкой может быть закрыт полностью.

Всего понемногу

Звезда и спичка

Можно ли звезду закрыть спичкой, которую вы держите в вытянутой руке? Вы смотрите одним глазом, второй закрыт.

Решение



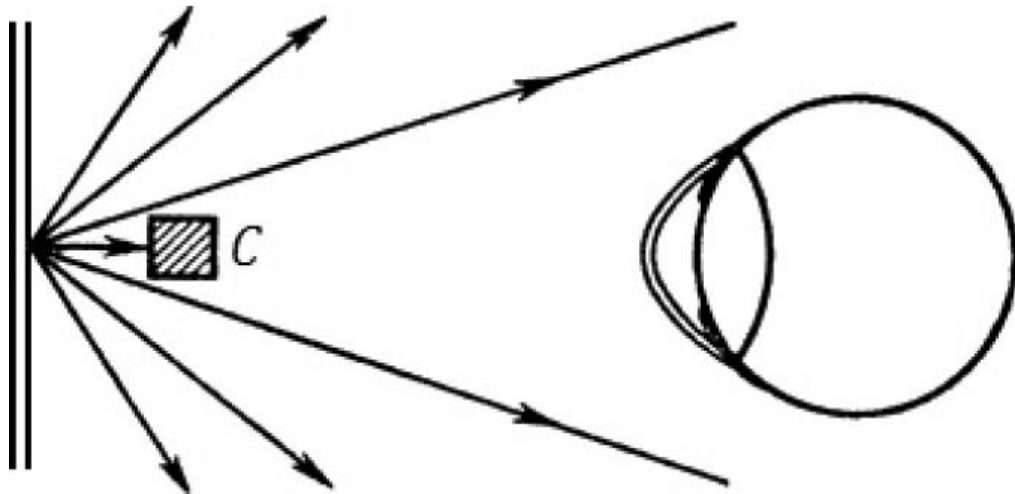
И не только малый, если спичку приблизить к зрачку. С точкой, нарисованной на бумаге, дело обстоит несколько иначе.

Всего понемногу

Звезда и спичка

Можно ли звезду закрыть спичкой, которую вы держите в вытянутой руке? Вы смотрите одним глазом, второй закрыт.

Решение



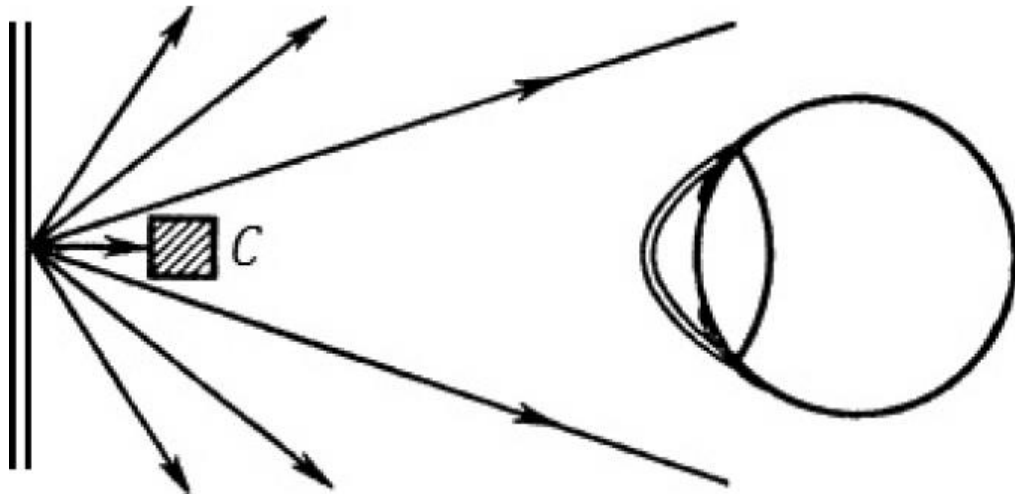
Эта точка не является удалённой. Следовательно, перехватываемые спичкой лучи, исходящие из этой точки, не параллельны.

Всего понемногу

Звезда и спичка

Можно ли звезду закрыть спичкой, которую вы держите в вытянутой руке? Вы смотрите одним глазом, второй закрыт.

Решение



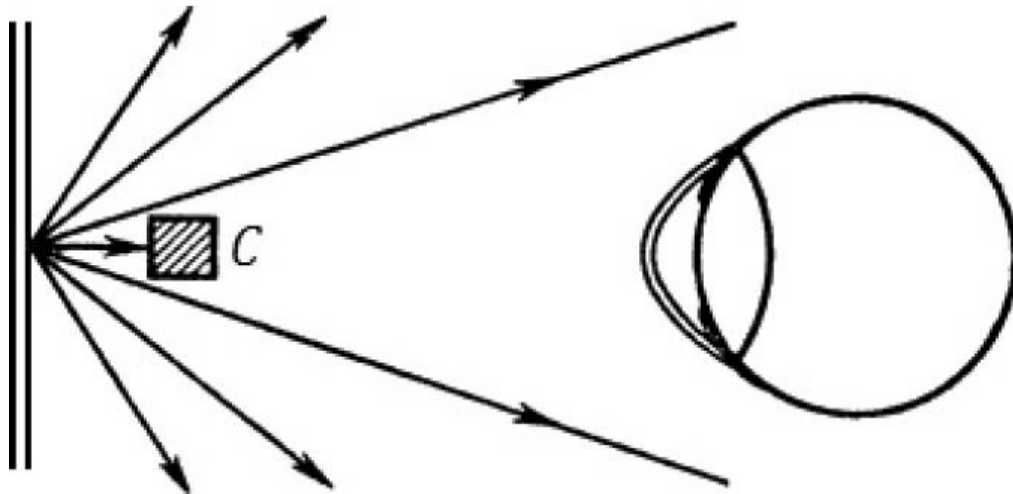
Чем ближе спичка к точке, тем больше лучей она будет перехватывать; в результате зрачок глаза может оказаться целиком в «тени» спички.

Всего понемногу

Звезда и спичка

Можно ли звезду закрыть спичкой, которую вы держите в вытянутой руке? Вы смотрите одним глазом, второй закрыт.

Решение



Это произойдёт тогда, когда угловые размеры спички «с точки зрения точки» станут больше угловых размеров зрачка.

Всего понемногу

Сириус увидеть нельзя

В одном из молодёжных журналов приводилась такая задача: «Какой телескоп нужен, чтобы с 220 км увидеть футбольный мяч диаметром 25 см?» И тут же было изложено решение:

«Невооружённым глазом мяч виден под углом

$$\frac{25}{220 \cdot 10^5} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi} \approx \frac{1}{223} \text{ угловой минуты.}$$

Чтобы видеть предмет, необходимо, чтобы он наблюдался под углом, не меньшим чем 1'. Значит, телескоп должен увеличивать более чем в 223 раза».

Всего понемногу

Сириус увидеть нельзя

Найдите ошибку в рассуждениях. Докажите, что в приведённой форме задача вообще не может быть решена. Сформулируйте задачу заново и решите её.

Подсказка

Вместо подсказки дадим ещё одну задачу, точную копию предыдущей, но способную сделать очевидной её абсурдность. Какой телескоп нужен, чтобы увидеть звезду Сириус? Расстояние до Сириуса 9,7 световых лет (около $9 \cdot 10^{13}$ км), диаметр его – полтора солнечного (около, $2 \cdot 10^6$ км).

Всего понемногу

Сириус увидеть нельзя

Подсказка

Решая описанным выше «методом», получим следующее. Невооружённым глазом Сириус виден под углом

$$\frac{2 \cdot 10^6}{9 \cdot 10^{13}} \cdot \frac{360^\circ}{2\pi} \approx \frac{1}{13\,000} \text{ угловой минуты.}$$

Следовательно, чтобы увидеть Сириус, нужно иметь телескоп, увеличивающий более чем в 13 000 раз. А поскольку пока что таких телескопов нет, то при современном состоянии техники увидеть Сириус нельзя.

Всего понемногу

Сириус увидеть нельзя

Подсказка

Это и есть обещанный абсурд.

На самом деле Сириус виден даже невооружённым глазом. Более того, он является вообще самой яркой звездой на нашем небе (не считая Солнца).

Невооружённым глазом можно видеть звёзды шестой величины, а Сириус имеет звёздную величину минус 1,6, т.е. в $2,5^{6+1,6} = 2,5^{7,6} \approx 1000$ раз ярче звезды, находящейся на пределе невооружённого зрения.

Всего понемногу

Сириус увидеть нельзя

Подсказка

Звезда первой величины ярче звезды шестой величины в 100 раз, т.е. разница в одну звёздную величину соответствует отношению яркостей $\sqrt[5]{100} \approx 2,5$. Следовательно, чтобы увидеть Сириус, глаз не только не надо ничем вооружать, но даже можно существенно «разоружить» (например, разглядывая звезду в перевёрнутый бинокль). Сириус невооружённым глазом можно увидеть даже днем, правда, лишь когда точно знаешь, где он находится.

Всего понемногу

Сириус увидеть нельзя

Решение

Чтобы источник света был виден, нужно, чтобы число квантов, попадающих на данный элемент сетчатки глаза, было достаточным для его возбуждения.

Мы, однако, не будем вычислять число квантов, так как нам понадобилось бы много справочных данных: спектральная чувствительность зрения (различная для разных длин волн), распределение по спектру энергии освещающего мяч Солнца, распределение коэффициента отражения мяча по спектру и др. 153

Всего понемногу

Сириус увидеть нельзя

Решение

Проще найти ответ методом сравнения мяча как отражателя с небесным телом, отражающие свойства которого такие же, а расстояние и видимость общеизвестны.

Возьмём мяч диаметром $d = 25$ см, отражающий свет так же плохо, как и Луна, т.е. с коэффициентом отражения (альбедо), равным 0,07, причём того же цвета (с той же отражательной способностью на разных длинах волн). Обычный футбольный мяч с коричневой крышкой – хорошая модель Луны по альбедо и по цвету.

Всего понемногу

Сириус увидеть нельзя

Решение

Отодвинем мяч на такое расстояние, при котором угловые размеры мяча и Луны будут одинаковы – полградуса. Расстояние до мяча будет равно

$$l \approx \frac{d}{\operatorname{tg} 0,5^\circ} \approx \frac{0,25}{0,0087} \approx 29 \text{ м}.$$

Если бы Луна и мяч были одинаково освещены Солнцем, то и видны наблюдателю они были бы одинаково (различием атмосферных условий пренебрегаем).

Всего понемногу

Сириус увидеть нельзя

Решение

Видимая звёздная величина полной Луны равна – 12,7. Такова она будет и для «полного» мяча. Как далеко теперь его нужно отодвинуть, чтобы он оказался на пределе видимости невооружённым глазом, т.е. превратился в звезду шестой величины? Для этого он, как светило, должен ослабнуть на $6 + 12,7 = 18,7$ звёздной величины, т.е. в $2,5^{18,7} \approx 3 \cdot 10^7$ раз (предполагается, что наблюдения проводятся на фоне ночного неба).

Всего понемногу

Сириус увидеть нельзя

Решение

Количество света, попадающего в глаз, обратно пропорционально квадрату расстояния от источника, каковым сейчас является мяч.

Следовательно, расстояние до мяча должно увеличиться в $\sqrt{3 \cdot 10^7} \approx 5500$ раз:

$$L = 5500 l \approx 160 \text{ км}.$$

А если бы мяч был белым? Ну, хотя бы как бумага (альбедо 0,8)? Он был бы виден с расстояния в

$$\sqrt{\frac{0,8}{0,07}} \approx 3,4 \text{ раза большего, т.е. } L \approx 550 \text{ км}.$$

Всего понемногу

Сириус увидеть нельзя

Решение

Это даже больше, чем требуемые в задаче 220 км, тем не менее никакого телескопа не требуется.

Заметим, однако, что если бы мяч освещался Солнцем сбоку или сзади, т.е. выглядел бы как тонкий серп, то при таком расстоянии понадобился бы телескоп, тем более сильный, чем уже этот серп.

Сфокусированный луч лазера может на небольших площадках создавать освещённости в тысячи раз большие, чем Солнце.

Всего понемногу

Сириус увидеть нельзя

Решение

Мяч, освещённый с Земли лучом лазера, можно увидеть невооружённым глазом за многие тысячи километров. Однако днём, на фоне ярко-голубого неба, увидеть его было бы труднее.

Итак, задача вообще не может быть решена, пока не указаны коэффициент отражения мяча, яркость фона, источник освещения и угол, под которым расположены источник света и мяч относительно наблюдателя.

Всего понемногу

Сириус увидеть нельзя

Решение

Какую же ошибку в рассуждениях допустил автор задачи? Он неправильно полагал, что для того, чтобы видеть предмет, нужно, чтобы он наблюдался под углом, не меньшим чем $1'$. Угловая величина Сириуса в 13 000 раз меньше, однако он хорошо виден. Угол в $1'$ – это угловая разрешающая способность нормального зрения.

Для того чтобы две светлые точки (например, два мяча в космосе) были видны раздельно, нужно, чтобы угол между ними был не менее $1'$.

Всего понемногу

Сириус увидеть нельзя

Решение

Если он меньше $1'$, то обе точки в глазу проектируются на одно нервное окончание и сливаются в сознании в одну точку; если больше — то на два разных, и тогда мозг зафиксировывает две точки.

При наблюдении за одним мячом угол более $1'$ нужен не для того, чтобы увидеть мяч, а для того, чтобы увидеть *детали* этого мяча (например, серповидность его освещённой части).

Всего понемногу

Сириус увидеть нельзя

Решение

Но это уже не задача обнаружения, а задача распознавания образов. Для этого и нужен телескоп с увеличением, большим чем в 223 раза. А для поставленной задачи имеет значение не столько большое увеличение, сколько большая светосила прибора, которая тем больше, чем больше диаметр его «входного зрачка». Можно взять телескоп с огромным увеличением и не увидеть в него ни мяч, ни Сириус, если телескоп сильно диафрагмировать, хотя диафрагмирование не меняет увеличения прибора, а только снижает его светосилу.