

Домашнее задание по теме: «Применение вычетов»

Найти интегралы:

$$\begin{array}{lll} 1) \int_{|z-i|=3} \frac{e^{z^2}-1}{z^3-iz^2} dz; & 2) \int_{x^2+4y^2=4} \frac{\sin \pi z dz}{(z^2-1)^2}; & 3) \int_{|z|=0,5} z^2 \sin \frac{1}{z} dz; \\ 4) \int_{|z+1|=4} \frac{z dz}{e^z+3}; & 5) \int_{|z|=3} \frac{z^9 dz}{z^{10}-1}; & 6) \int_{|z|=2} \frac{dz}{1+z^{12}}; \\ 7) \int_0^{+\infty} \frac{x^4+1}{x^6+1} dx; & 8) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^{n+1}}; & 9) \int_0^{+\infty} \frac{x^2 \cos x dx}{(1+x^2)^2}; \\ 10) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin 2x dx}{x^2+4x+20}; & 11) \int_0^{2\pi} \frac{\cos x dx}{1-2p \sin x + p^2}; & 12) \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 x dx}{a+b \cos x}. \\ & (0 < p < 1) & (a > b > 0) \end{array}$$

Ответы:

$$\begin{array}{l} 1) 2\pi i \left(1 - \frac{1}{e}\right); \quad 2) -\pi^2 i; \quad 3) -\frac{\pi i}{3}; \quad 4) -\frac{4}{3} \pi \ln 3i; \quad 5) 2\pi i; \quad 6) 0; \quad 7) \frac{2\pi}{3}; \\ 8) \frac{(2n)! \cdot \pi}{(n!)^2 \cdot 2^{2n}}; \quad 9) 0; \quad 10) \frac{\pi(\sin 4 + 2 \cos 4)}{2e^8}; \quad 11) 0; \quad 12) \frac{2\pi(a - \sqrt{a^2 - b^2})}{b^2}. \end{array}$$