

## Домашнее задание по теме: «Интегрирование фкп №1»

Найти интегралы

1.  $\int_{\ell} e^{|z|^2} \operatorname{Re} z dz$ ,  $\ell$  – отрезок прямой от точки  $z_1 = 0$  до  $z_2 = 1 + i$ .

**Ответ:**  $0,25(e^2 - 1)(1 + i)$ .

2.  $\int_{\ell} z \operatorname{Re} z dz$ ,  $\ell$  – окружность  $|z| = 1$ , проходимая против часовой стрелки.

**Ответ:** 0.

3.  $\int_1^i z e^z dz$ .

**Ответ:**  $(i - 1)e^i = \sqrt{2} \left[ -\sin\left(\frac{\pi}{4} + 1\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4} - 1\right) \right]$ .

4.  $\int_{\ell} \cos z dz$ ,  $\ell$  – отрезок прямой от точки  $z_1 = \frac{\pi}{2}$  до  $z_2 = \pi + i$ .

**Ответ:**  $-(1 + i \operatorname{sh} 1)$ .

5.  $\int_{\ell} \frac{dz}{\sqrt[4]{z^3}}$ ,  $\ell$  – верхняя половина окружности  $|z| = 1$  от  $z_1 = 1$  до  $z_2 = -1$ .

Для функции  $w = \sqrt[4]{z^3}$  берется та ветвь, для которой  $\sqrt[4]{1} = 1$ .

**Ответ:**  $2\sqrt{2} - 4 + i2\sqrt{2}$ .

6.  $\int_{\ell} \frac{\cos z dz}{\sqrt{\sin z}}$ ,  $\ell$  – отрезок прямой от точки  $z_1 = -1$  до  $z_2 = i$ . Для функции

$w = \sqrt{\sin z}$  берется та ветвь, для которой  $\sqrt{\sin(-1)} = i\sqrt{\sin 1}$ .

**Ответ:**  $\sqrt{2} \operatorname{sh} 1 + i(\sqrt{2} \operatorname{sh} 1 - 2\sqrt{\sin 1})$ .

7.  $\int_{\ell} \frac{1 + \operatorname{tg} z}{\cos^2 z} dz$ ,  $\ell$  – отрезок прямой от точки  $z_1 = 1$  до  $z_2 = i$ .

**Ответ:**  $-(\operatorname{tg} 1 + 0,5 \operatorname{tg}^2 1 + 0,5 \operatorname{th}^2 1) + i \operatorname{th} 1$ .

8.  $\int_{\ell} \operatorname{Re}(\sin z) \cos z dz$ ,  $\ell$  – отрезок прямой  $|\operatorname{Im} z| \leq 1$ ,  $\operatorname{Re} z = \frac{\pi}{4}$ , проходи-

мый снизу вверх.

**Ответ:**  $(0,25 \operatorname{sh} 2 + 0,5)i$ .