

Домашнее задание по теме: «Комплексные числа»

Вычислить:

$$1) \frac{(1+2i)^2 + 1}{(2-i)^3 - 1};$$

$$2) \sqrt[4]{\frac{1-\sqrt{3}i}{-\sqrt{8}-\sqrt{8}i}}$$

$$3) \operatorname{tg}\left(1 + \frac{\pi i}{2}\right);$$

$$4) \operatorname{th}\left(1 - \frac{\pi i}{2}\right).$$

Найти формулы для вычисления

$$5) \operatorname{Arcsin} z,$$

$$6) \operatorname{Arccos} z;$$

$$7) \operatorname{Arctg} z,$$

$$8) \operatorname{Arcctg} z.$$

Написать в комплексной форме уравнения следующих линий:

$$9) x^2 - y^2 = a^2;$$

$$10) x^2 + y^2 + 2x = 0.$$

Используя комплексные числа, получить формулы, выражающие

$$11) \sin 6x \text{ и } \cos 6x \text{ через } \sin x \text{ и } \cos x.$$

$$12) \sin^5 x \text{ и } \cos^5 x \text{ через синусы и косинусы кратных углов.}$$

Ответы: 1) $\frac{21}{61} - \frac{13}{61}i$; 2) $\omega_k = \frac{1}{\sqrt[8]{2}}(\cos \varphi_k + i \sin \varphi_k) \quad (k = 0, 1, 2, 3),$

$$\varphi_0 = -\frac{19\pi}{48}, \quad \varphi_1 = \frac{5\pi}{48}, \quad \varphi_2 = \frac{29\pi}{48}, \quad \varphi_3 = \frac{53\pi}{48};$$

$$3) \frac{\sin 2}{2\left(\operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{2} \cdot \cos^2 1 + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2} \cdot \sin^2 1\right)} + \frac{\operatorname{sh} \pi + \operatorname{ch} \pi}{2\left(\operatorname{ch}^2 \frac{\pi}{2} \cdot \cos^2 1 + \operatorname{sh}^2 \frac{\pi}{2} \cdot \sin^2 1\right)} i;$$

$$4) \operatorname{cth} 1; \quad 5) -i \operatorname{Ln}(iz + \sqrt{1-z^2}); \quad 6) -i \operatorname{Ln}(z + \sqrt{z^2-1});$$

$$7) -\frac{i}{2} \cdot \operatorname{Ln}\left(\frac{1+iz}{1-iz}\right) \quad (z \neq \pm i); \quad 8) -\frac{i}{2} \cdot \operatorname{Ln}\left(\frac{iz-1}{iz+1}\right) \quad (z \neq \pm i);$$

$$9) z^2 + \bar{z}^2 = 2a^2; \quad 6) z + \bar{z} + z \cdot \bar{z} = 0;$$

$$10) \cos^6 x - 15 \cos^4 x \cdot \sin^2 x + 15 \cos^2 x \cdot \sin^4 x - \sin^6 x;$$

$$11) 6 \cos^5 x \cdot \sin x - 20 \cos^3 x \cdot \sin^3 x + 6 \cos x \cdot \sin^5 x;$$

$$12) \frac{1}{16}(\cos 5x + 5 \cos 3x + 10 \cos x); \quad 10) \frac{1}{16}(\sin 5x - 5 \sin 3x + 10 \sin x).$$