

ОБРАЗЕЦ

1. Решить систему методом исключения и методом вариации постоянных:

$$\begin{cases} y_1' = 3y_1 + 2y_2 + 4e^{5x}, \\ y_2' = y_1 + 2y_2. \end{cases}$$

2. Решить систему методом Эйлера:¹

$$\text{а) } \begin{cases} x' = -5x - y + 3z, \\ y' = -5x - 3y + 5z, \\ z' = -x - 3y + z. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x' = -x + 2y + z, \\ y' = x - y + z, \\ z' = -2x - 3y - 4z. \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x' = 6x + 6y - 15z, \\ y' = x + 5y - 5z, \\ z' = x + 2y - 2z. \end{cases}$$

3. Найти общее и частное решение уравнения в частных производных:

$$-(z + 2y) \frac{\partial u}{\partial x} + (2x + 3z) \frac{\partial u}{\partial y} + (-3y + x) \frac{\partial u}{\partial z} = 0,$$

$$u(x, y, z) = (x + 3)^2 + (y + 1)^2 - 10.$$

¹ Приведены возможные типы систем

ОТВЕТЫ

$$1) \begin{cases} y_1 = 2C_1 e^{4x} - C_2 e^x + 3e^{5x}, \\ y_2 = C_1 e^{4x} + C_2 e^x + e^{5x}; \end{cases}$$

$$2(a) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C_1 \cdot e^{-3t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 \cdot e^{-2t} \begin{pmatrix} \cos 2t + 3 \sin 2t \\ 5 \sin 2t \\ 3 \cos 2t + 4 \sin 2t \end{pmatrix} + \\ + C_3 \cdot e^{-2t} \begin{pmatrix} 3 \cos 2t - \sin 2t \\ 5 \cos 2t \\ 4 \cos 2t - 3 \sin 2t \end{pmatrix}.$$

$$2(б) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C_1 \cdot e^{-2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + C_2 \cdot e^{-2t} \left[t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right] + \\ + C_3 \cdot e^{-2t} \left[\frac{t^2}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right].$$

$$2(в) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = C_1 \cdot e^{3t} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 \cdot e^{3t} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_3 \cdot e^{3t} \left[t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right].$$

$$3) u = f(3x + y - z, x^2 + y^2 + z^2), \\ u = 2(3x + y - z) + x^2 + y^2 + z^2$$