

## Домашнее задание по теме: «Основные понятия вариационного исчисления»

1. Найти расстояние 2-го порядка между кривыми  $y_1(x) = x$  и  $y_2(x) = -\cos x$  на интервале  $[0; \pi/3]$

**Ответ:**  $\rho_2(x, -\cos x) = \frac{2\pi + 3}{6}$

2. Исследовать на непрерывность функционал  $J[y(x)] = \int_0^1 |y'| dx$

а) в смысле близости первого порядка,

б) в смысле близости нулевого порядка.

**Ответ:** а) непрерывен на  $\forall y_0(x) \in C_1[a, b]$ ,

б) разрывен на  $\forall y_0(x) \in C_1[a, b]$ .

4. Сравнить приращение и вариацию функционала

$$J[y(x)] = \int_0^1 xy^3 dx,$$

если  $y(x) = e^x$ ,  $\delta y = kx$ ,  $k = 1; 0,1; 0,01$ .

**Ответ:**  $\Delta J[y, \delta y] = \frac{3}{4}(e^2 - 1)k + 6(3 - e)k^2 + \frac{k^3}{5}$ ,  $\delta J[y, \delta y] = \frac{3}{4}(e^2 - 1)k$ .

5. Найти вариацию функционала

$$J[y(x)] = \int_0^1 [(y')^2 - xy^3] dx, \text{ где } y(x) \in C_2[0,1], y(0) = 1, y(1) = 0.$$

**Ответ:**  $\delta J = \int_0^1 [-3xy^2 - 2y''] \cdot \delta y dx$ .