

**Домашнее задание по теме: «Неоднородные линейные уравнения первого порядка с частными производными»**

1)  $x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = x - y, \quad z(1; y) = y + e^y.$

**Ответ:**  $z = x + y + f(xy), \quad z = x + y - 1 + e^{xy}.$

2)  $yz \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \quad z(x; 1) = x^2.$

**Ответ:**  $\Phi\left(z, \frac{x^2}{z} - y^2\right) = 0, \quad z = \frac{x^2}{y^2}.$

3)  $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = u, \quad u(2; y; z) = \frac{y+z}{2}.$

**Ответ:**  $u = xf\left(\frac{y}{x}, \frac{z}{x}\right), \quad u = \frac{y+z}{2}.$

4)  $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0, \quad z(x; x) = 1 + \frac{x}{3}.$

**Ответ:**  $z = \frac{1}{xy} \left( \frac{y^3}{3} - f(xy) \right), \quad z = 1 + \frac{y^2}{3x}.$

5)  $y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 + y^2, \quad z|_{xy=1} = 1 + \frac{y^2}{1-y^4}.$

**Ответ:**  $z = xy + f(x^2 - y^2), \quad z = xy + \frac{1}{x^2 - y^2}.$