

Домашнее задание по теме: «Криволинейный интеграл I рода»

1) Найти длину дуги кривой $y = \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$ от точки $O(0;0)$ до $A\left(1; \frac{4}{3}\right)$

Ответ: $(\sqrt{125}-1)/6$.

2) Найти массу кривой $x = \cos t + t \sin t$, $y = \sin t - t \cos t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$), если плотность распределения массы $\gamma(x, y) = x^2 + y^2$.

Ответ: $2\pi^2 + 4\pi^4$.

3) 3771

Найти $\int_{(\ell)} xy d\ell$, где (ℓ) – контур прямоугольника $O(0; 0)$, $A(4; 0)$, $B(4; 2)$, $C(0; 2)$.

Ответ: 24.

4) 3777

Найти $\int_{(\ell)} (x - y) d\ell$, где (ℓ) – окружность $x^2 + y^2 = ax$.

Ответ: $(\pi a^2)/2$.

5) 3789

Найти координаты центра тяжести первого полувитка винтовой линии $x = a \cos t$, $y = a \sin t$, $z = bt$, считая плотность распределения массы постоянной.

Ответ: $C\left(0; \frac{2a}{\pi}; \frac{b\pi}{2}\right)$.

6) 3781

Найти $\int_{(\ell)} xyz d\ell$, где (ℓ) – четверть окружности $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \\ x^2 + y^2 = 0,25 \cdot R^2, \end{cases}$ лежащая в первом октанте.

Ответ: $(R^4 \sqrt{3})/32$.

7) 3794

Найти площадь части цилиндрической поверхности $y^2 = \frac{4}{9}(x-1)^3$, заключенной между xOy и $z = 2 - \sqrt{x}$.

Ответ: $11/3$.

8) 3799

Найти площадь части поверхности цилиндра $x^2 + y^2 = Rx$, заключенной внутри сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

Ответ: $4R^2$.