

Домашнее задание по теме: «Двойной интеграл в декартовой системе координат»

1) Найти $\iint_{(\sigma)} (54x^2y^2 + 150x^4y^4) dx dy$, где (σ) – область, ограниченная линиями $x=1$, $y=x^3$, $y=-\sqrt{x}$. **Ответ:** 11.

2) Найти площадь области (σ) , ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 12$, $\sqrt{6}x = y^2$ ($x \geq 0$). **Ответ:** $3\pi + 2$.

3) Найти массу области (σ) , ограниченной линиями $x=0,25$, $y=0$, $y^2=16x$ ($y \geq 0$), если плотность распределения массы $\gamma(x,y) = 16x + 4,5y^2$. **Ответ:** 2.

4) Найти $\iint_{(\sigma)} 2 \cdot |x| dx dy$, где (σ) – трапеция с вершинами $A(-1;4)$, $B(5;4)$, $C(4;1)$, $D(1;1)$. **Ответ:** 61.

5) 3468
Оценить интеграл $\iint_{(\sigma)} (x + y + 1) dx dy$, где (σ) – прямоугольник $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 2$. **Ответ:** $2 \leq \iint_{(\sigma)} (x + y + 1) dx dy \leq 8$.

6) 3466
Оценить интеграл $\iint_{(\sigma)} (x + y + 10) dx dy$, где (σ) – круг $x^2 + y^2 \leq 4$. **Ответ:** $4\pi(10 - 2\sqrt{2}) \leq \iint_{(\sigma)} (x + y + 10) dx dy \leq 4\pi(10 + 2\sqrt{2})$.

7) Изменить порядок интегрирования в выражении:

а) $\int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y) dy + \int_{-\sqrt{3}}^0 dx \int_0^{2-\sqrt{4-x^2}} f(x,y) dy$;

б) $\int_1^2 dy \int_e^{e^y} f(x,y) dx + \int_2^4 dy \int_{e^{y/2}}^{e^2} f(x,y) dx$.

Ответ: а) $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{-\sqrt{4y-y^2}} f(x,y) dx$; б) $\int_e^{e^2} dx \int_{\ln x}^{2 \ln x} f(x,y) dy$.