

Домашнее задание по теме: «Однородные линейные уравнения первого порядка с частными производными»

1) $(x - 2e^y) \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad u(x; 0) = x.$

Ответ: $u = \Phi(xe^y - e^{2y}), \quad u = xe^y - e^{2y} + 1.$

2) $y \frac{\partial u}{\partial x} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u(1; y; z) = \ln z - \frac{1}{y}.$

Ответ: $u = \Phi\left(y, \frac{x}{y} - \ln|z|\right), \quad u = \ln z - \frac{x}{y}.$

3) $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + \left(z - \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right) \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad x > 0$

Ответ: $u = \Phi\left(\frac{y}{x}, z + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)$

4) $(3x - z) \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + (10x - 4z) \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$

Ответ: $u = \Phi\left(e^{-y}(5x - z), e^{2y}(z - 2x)\right)$

5) $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + (x + y) \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u(1; y; z) = (1 - z)^2 + y.$

Ответ: $u = \Phi\left(\frac{y}{x}, x + y - z\right), \quad u = \left(x + y - z - \frac{y}{x}\right)^2 + \frac{y}{x}.$