

Домашнее задание по теме: «Уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной»

1) $(y')^3 - (e^{x-y} + \sqrt{xy})(y')^2 + \sqrt{xy} \cdot e^{x-y} y' = 0.$

Ответ: $(y - C) \cdot (e^y - e^x - C) \cdot \left(\sqrt{y} - \frac{1}{3}(\sqrt{x})^3 - C \right) = 0, \quad y = 0 - \text{особое.}$

2) $(y')^4 - 3(y')^3 + 7y' - 6 = 0.$

Ответ: $\left(\frac{y - C}{x} \right)^4 - 3 \left(\frac{y - C}{x} \right)^3 + 7 \left(\frac{y - C}{x} \right) - 6 = 0.$

3) $y = \arcsin y' + \ln(1 + (y')^2).$

Ответ: $\begin{cases} y = \arcsin t + \ln(1 + t^2), \\ x = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{\arcsin t}{2} \right| + 2 \operatorname{arctg} t + C; \end{cases} \quad y = 0.$

4) $x = y' + \ln y'.$

Ответ: $\begin{cases} x = t + \ln t, \\ y = \frac{(t+1)^2}{2} + C. \end{cases}$

5) $y = x(1 + y') + (y')^2.$

Ответ: $\begin{cases} x = e^{-p} (C - 2(p-1)e^p) = Ce^{-p} + 2(1-p), \\ y = [Ce^{-p} + 2(1-p)] \cdot (1+p) + p^2 = Ce^{-p}(1+p) + 2(1-p^2) + p^2. \end{cases}$

6) $y = xy' - \ln y'.$

Ответ: $y = xC - \ln C, \quad y = 1 + \ln x.$

7) $y = \ln(1 + (y')^2).$

Ответ: $y = \ln \left(1 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{x - C}{2} \right) \right), \quad y = 0$

8) $\arcsin \frac{x}{y'} = y'.$

Ответ: $\begin{cases} x = t \sin t, \\ y = t \cos t + (t^2 - 1) \sin t. \end{cases}$

9) $y' = e^{\frac{xy'}{y}}.$

Ответ: $y = Ce^{\frac{x}{y}}, \quad y = e \cdot x.$

10) $y' = \ln(xy' - y).$

Ответ: $y = Cx - e^C, \quad y = x(\ln x - 1).$