

**Домашнее задание по теме: «Линейные уравнения и уравнения Бернулли»**

1)  $y' - y \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sin x}$ .      **Ответ:**  $y = \sin x(C - \operatorname{ctg} x)$ .

2)  $\cos xy' - y \sin x = xe^{-x^2}$ .      **Ответ:**  $y = \frac{1}{\cos x} \left( C - \frac{e^{-x^2}}{2} \right)$ .

3)  $xy' + y = 2y^2 \ln x$ .      **Ответ:**  $y = \frac{1}{2(\ln x + 1) + Cx}$ .

4)  $x^2(x-1)y' - y^2 - xy(x-2) = 0$ .      **Ответ:**  $y = \frac{x^2}{1 + C(x-1)}$ .

5)  $3e^x \operatorname{tg} y dx + (1 - e^x) \cos^{-2} y dy = 0$ .  
**Ответ:**  $\operatorname{tg} y = C(e^x - 1)^3 \Rightarrow y = \operatorname{arctg} C(e^x - 1)^3 + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \forall C$ .

6)  $y' = \frac{y}{2y \ln y + y - x}$ .      **Ответ:**  $x = y \ln y + \frac{C}{y}$ .

7)  $y'x = y(\ln y - \ln x + 1)$ .      **Ответ:**  $y = xe^{Cx}, \forall C$ .

8)  $y' = \frac{3x^2}{x^3 + y + 1}$ .      **Ответ:**  $x = \sqrt[3]{Ce^y - y - 2}$ .

9) Кривая  $y = y(x)$  проходит через начало координат. Если в точке  $M$  кривой провести нормаль, то середина отрезка  $MK$  (где  $K$  – точка пересечения нормали и оси абсцисс) лежит на параболе  $y^2 = ax$ . Найти уравнение этой кривой.

**Ответ:**  $y' - \frac{y}{2a} = -\frac{2x}{y} \Rightarrow y = \pm 2\sqrt{ax + a^2 + Ce^{x/a}},$   
 $y = \pm 2\sqrt{ax + a^2 - a^2 e^{x/a}}.$