

**Домашнее задание по теме: «Дискретное преобразование Лапласа: восстановление оригинала по изображению, решение разностных уравнений»**

Найти оригиналы для следующих изображений:

$$1) F^*(p) = \frac{e^{2p}}{e^{4p} - 1}; \quad 2) F^*(p) = \frac{e^p}{(e^p - e)^3}.$$

Найти решение разностных уравнений:

- 3)  $\Delta^2 f(n) - 2 \cdot \Delta f(n) + f(n) = 2, \quad f(0) = 0, \quad \Delta f(0) = 1;$
- 4)  $f(n+2) - 2f(n+1) + 2f(n) = 0, \quad f(0) = 0, \quad f(1) = 1;$
- 5)  $f(n+3) + 3f(n+2) + 3f(n+1) + f(n) = 0, \quad f(0) = f(1) = 0, \quad f(2) = 1;$
- 6)  $f(n+2) - 4f(n) = 4^n, \quad f(0) = f(1) = 1;$
- 7)  $f(n+3) + 3f(n+2) + 3f(n+1) + f(n) = \cos \pi n, \quad f(0) = f(1) = f(2) = 0.$

Найти решение системы разностных уравнений:

$$8) \begin{cases} f(n+1) - 2f(n) - 2g(n) = 3^n, \\ g(n+1) - f(n) - 3f(n) = 2^n; \end{cases} \quad f(0) = 0, \quad g(0) = 0.$$

**Ответы:** 1)  $f(n) = \frac{1+(-1)^n}{4} - \frac{1}{2} \sin\left(\frac{n+1}{2}\pi\right); \quad 2) f(n) = \frac{n(n-1)}{2} \cdot e^{n-2};$

3)  $f(n) = 2 + 2^{n-1}(3n-4); \quad 4) f(n) = (\sqrt{2})^n \cdot \sin \frac{\pi n}{4};$

5)  $f(n) = \frac{n(n-1)}{2} \cdot (-1)^n; \quad 6) f(n) = \frac{4^{n-1} + 15 \cdot 2^{n-3} - 7 \cdot (-2)^{n-3}}{3};$

7)  $f(n) = \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \cdot (-1)^{n-1};$

$$8) \begin{cases} f(n) = \frac{1}{3}(1 - 3 \cdot 2^n + 2 \cdot 4^n), \\ g(n) = \frac{1}{6}(4^{n+1} - 3^{n+1} - 1). \end{cases}$$