

Домашнее задание по теме: «Дискретное преобразование Лапласа»

Используя свойство линейности, найти

$$1) D[\text{sh } \omega n]; \quad 2) D[\sin^2 \omega n].$$

Используя теоремы опережения и запаздывания, найти изображения следующих функций

$$3) f(n) = \text{sh } 2(n-1) \cdot \eta(n-1); \quad 4) f(n+3) = e^{3n+9}.$$

Используя теорему смещения, найти изображения следующих функций

$$5) f(n) = n^2 \cdot e^{2n}; \quad 6) f(n) = e^{3n} \cdot \text{ch } n.$$

Используя теорему о дифференцировании изображения, найти изображения следующих функций:

$$7) f(n) = n \cdot e^n; \quad 8) f(n) = n^2 \cdot \cos \pi n.$$

Используя теорему об интегрировании изображения, найти изображения следующих функций:

$$9) f(n) = \frac{1 - \cos \omega n}{n}; \quad 10) f(n) = \frac{1 - \text{sh } n}{n}.$$

Дифференцируя или интегрируя по параметру, найти изображения следующих функций:

$$11) f(n) = n \cdot \text{sh } \omega n; \quad 12) f(n) = \frac{\sin(\omega-1)n \cdot \cos(\omega+1)n}{n}.$$

Ответы: 1) $\frac{e^p \text{sh } \omega}{e^{2p} - 2e^p \cdot \text{ch } \omega + 1};$

2) $\frac{(e^{2p} + e^p)(1 - \cos 2\omega)}{(e^p - 1)(e^{2p} - 2e^p \cdot \cos 2\omega + 1)};$

3) $\frac{\text{sh } 2}{e^{2p} - 2 \cdot e^p \text{ch } 2 + 1};$

4) $\frac{e^{9+p}}{e^p - e^3};$

5) $\frac{e^{p+2}(e^p + e^2)}{(e^p - e^2)^3};$

6) $\frac{e^p(e^p - e^3 \text{ch } 1)}{e^{2p} - 2e^{p+3} \cdot \text{ch } 1 + e^6};$

7) $\frac{e^p \cdot e}{(e^p - e)^2} = \frac{e^{p-1}}{(e^{p-1} - 1)^2};$

8) $\frac{e^p - e^{2p}}{(e^p + 1)^3};$

9) $\ln \frac{\sqrt{e^{2p} - 2e^p \cos \omega + 1}}{e^p - 1};$

10) $\frac{1}{e^p - 1} - \ln \sqrt{\frac{e^p - e^{-1}}{e^p - e}};$

11) $\frac{(e^{3p} - e^p) \text{sh } \omega}{(e^{2p} - 2e^p \cdot \text{ch } \omega + 1)^2};$

12) $\omega - 1 + \frac{i}{4} \left[\ln \frac{e^p - e^{2\omega i}}{e^p - e^{-2\omega i}} - \ln \frac{e^p - e^{2i}}{e^p - e^{-2i}} \right].$