

**Домашнее задание по теме: «Интегрирование систем дифференциальных уравнений. Решение интегральных уравнений Вольтерра»**

$$1) \begin{cases} x' - y' - 2x + 2y = 1 - 2t \\ x'' + 2y' + x = 0 \end{cases} \quad x(0) = y(0) = x'(0) = 0.$$

**Ответ:**  $x(t) = 2(1 - e^{-t} - te^{-t}), \quad y(t) = 2 - t - 2e^{-t} - 2te^{-t}$

$$2) \begin{cases} 2x'' - x' + 9x - y'' - y' - 3y = 0 \\ 2x'' + x' + 7x - y'' + y' - 5y = 0 \end{cases} \quad x(0) = x'(0) = 1, \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

**Ответ:**  $x(t) = \frac{1}{3}(e^t + 2\cos 2t + \sin 2t), \quad y(t) = \frac{2}{3}(e^t - \cos 2t - 0,5\sin 2t)$

$$3) y(x) = x + \frac{1}{2} \cdot \int_0^x (x-t)^2 \cdot y(t) dt$$

**Ответ:**  $y(x) = \frac{1}{3} \left( e^{-x} - e^{-x/2} \cdot \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) + \sqrt{3} \cdot e^{-x/2} \cdot \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right) \right).$

$$4) \int_0^x e^{2(x-t)} \cdot y(t) dt = x^2 \cdot e^x.$$

**Ответ:**  $y(x) = e^x(2x - x^2).$

$$5) \begin{cases} \varphi_1(x) = 2 - \int_0^x (x-t)\varphi_1(t) dt - 4 \int_0^x \varphi_2(t) dt, \\ \varphi_2(x) = 1 - \int_0^x \varphi_1(t) dt - \int_0^x (x-t)\varphi_2(t) dt. \end{cases}$$

**Ответ:**  $\varphi_1(x) = 2(1-x)e^{-x}, \quad \varphi_2(x) = (1-x)e^{-x}.$

$$6) \begin{cases} \varphi_1(x) = x + \int_0^x \varphi_1(t) dt + \int_0^x (x-t)\varphi_2(t) dt, \\ \varphi_2(x) = 1 - \int_0^x e^{x-t} \varphi_1(t) dt + \int_0^x \varphi_2(t) dt. \end{cases}$$

**Ответ:**  $\varphi_1(x) = \frac{e^{\frac{3}{2}x}}{3} \left( \sqrt{3} \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} + 2 \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} \right) - \frac{1}{3},$

$$\varphi_2(x) = e^{\frac{3}{2}x} \left( \cos \frac{\sqrt{3}x}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \frac{\sqrt{3}x}{2} \right).$$